Staatl. Bibliothek
Regensburg

60

EX BIBLIOTHECA
CONVENTUS RATISBONENSIS
CARMELITARUM
DISCALCEATORUM.
F. 92. b.

Praeparatio mensulae p. 135

Phil. 1581

Verwandlung . pag. 223 .

Tilger

M. Albert. Daniel Mercfleins Mathematiſcher
Anfangs=Gründe
Zweyter Theil.

Darinnen

Die Geometrie

So gründlich, als möglich und vor Anfängere tauglich, in drey Sectionibus iſt abgehandelt worden, in folgender Ordnung,

Daß:

Sectione I. Die Euthymetria, oder Meß=Kunſt derer Linien,

Sectione II. Die Epipedometria, oder Meß=Kunſt derer Flächen,

Sectione III. Die Stereometria, oder Meß=Kunſt derer Cörper,

vorgetragen,

Die gehörige Definitiones, Hypotheſes, Axiomata und Theoremata voraus geſetzet, und alsdann problematice jedes nach möglichſter Deutlichkeit durchgangen und überall, wo es ſich thun laſſen, der Proportional-Circul alſo gleich mit appliciret worden.

Franckfurt und Leipzig,
Verlegts Carl Friedrich Jungnicol, Buchdrucker und Buchhändler in Erfurt, 1733.

Des

II. Theils

Derer

Mathematiſchen

Anfangs-Gründe

Von der

Geometria,

Sectio I.

Von der

Euthymetria,

Oder

Linien-Meſſung.

CAPUT I.

Von denen fürnehmſten Definitionibus oder Hypotheſibus.

Definitio I.

Die *Geometrie* iſt eine Wiſſenſchafft, welche lehret alle **Gröſſen** auszumeſſen, ſo wohl nach ihrer **Länge**, als **Breite** und **Dicke.**

Scholion I.

Dieſe Wiſſenſchafft ſolte billig *Megethometria*, das iſt, **Gröſſe-Meß-Kunſt** heiſſen: Denn ſie erſtrecket ſich weiter, als die bloſſe Erdmeß-Kunſt, welche eigentlich das Wort *Geometria* anzeiget, als welches Wort herkommt von γέα, oder γῆ, die Erde und μετρέω, ich meſſe; Alleine da dieſe Wiſſenſchafft, alle Gröſſen zu meſſen, ſchon einmal uſitatò *Geometria* benennet bleibet, ſo läſſet man es dabey bewenden.

Scholion II.

Was durch die **Gröſſe** verſtanden werde, mit deren Ausmeſſung dieſe Wiſſenſchafft umgehet, dieß iſt am nöthigſten zu erklären: Alle Materia auch die kleineſte materialiſche Stäublein, heiſſen eine Gröſſe. Alle aus dieſen minimis minimorum minimis pulviſculis zuſammengeſetzte Cörper, ſind hernach diejenigen Gröſſen die uns deutlicher in die Augen fallen. Ob nun gleich eine jede dieſer Gröſſen, ſo klein ſie auch ſeyn mag, weil ſie doch ein corpus noch iſt, eine Länge, Breite und Dicke hat, deren keines ohne das andere ſeyn kan; So pflegen dennoch die Mathematici, ob finitudinem intellectus humani, bey jedem Cörper dieſe drey Maaß beſonders zu betrachten, und unterſuchen erſtlich die Länge eines Cörpers, ohne

ohne alle Breite und Dicke darunter verſtanden, und das nennen ſie hernach eine **Linie**: Zweytens ſehen ſie auf die Länge und Breite eines Cörpers, mit Hinweglaſſung aller Dicke, und das heiſſen ſie eine **Fläche**. Drittens betrachten ſie endlich den völligen Cörper, nach ſeiner Länge, Breite und Dicke, und alſo nach der dreyfachen auch in der Decimal-Rechnung Partis I. ſchon ausgeführten dimenſion, ohne auf des Cörpers Natur und Eigenſchafften Achtung zu haben, und das heiſſet dann ein *geometriſches Corpus*.

Scholion III.

Dieſe Betrachtung gibt nun von freyen Stücken dieſe beſte Eintheilung dieſes andern Theils meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe, daß Sectione I. die Meß-Kunſt der Linien, Sectione II. die Meß-Kunſt der Flächen, Sectione III. die Meß-Kunſt der Cörper, ſoll ſo deutlich, als möglich, abgehandelt werden. Das erſtere pfleget *Euthymetria*, das zweyte *Epipedometria*, das dritte *Stereometria* genennet zu werden.

Scholion IV.

Andere theilen die Geometriam in *generalem* und *ſpecialem*, in *Theoreticam* und *practicam* ein; Andere wollen lieber ſagen die Geometria ſey theils *Theoretica*, theils *Effectiva*. Allein dieſen Streit laſſe ich unter dem Richter, und ſage nur dieß: Der Jugend kan kein deutlicherer Begriff von der Geometria gemachet werden, als wenn man ihr vorſtellt, „die „*Geometrie* ſey eine Wiſſenſchafft, alle Gröſſen zu meſ„ſen, und da jede Gröſſe, ſo klein ſie auch iſt, eine Län„ge, eine Breite und eine Dicke habe, ſo pflege man al„le dreye beſonders zu betrachten um einen deſto deut„lichern *Concept* ſich *formir*en zu können.

Scholion V.

Nach dieſer Ordnung betrachten wir nun auch Sectione hac prima. die Linien, gleichwie wir auch in der Decimal-Rechnung Partis I. meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe, das Maaß an Zahlen darnach ſchon eingerichtet, und I. das Längen-Maaß II. das Flächen-Maaß III. das Cörper-Maaß beſonders zu berechnen gewieſen haben.

Definitio II.

Euthymetria iſt eine Wiſſenſchafft, welche lehret allerhand gerade Linien, und auch krumme, darunter der Circul die bekandteſte, vermittelſt allerhand Inſtrumenten aufzureiſſen und auszumeſſen.

Scholion.

Nach dem Nahmen ſolten eigentlich nur die geraden Linien in dieſer Scienz betrachtet werden: Denn das Wort *Euthymetria* kommt her von εὐθύς, *rectus*, und μετρέω, *metior*, ich meſſe. Dahero ſie auch ſonſten *Rectimetria*, item *Longimetria* genennet wird; Allein man zeiget auch nebſt denen geraden Linien allerhand krumme dabey aufzuzeichnen, weilen dieſe wenigſtens Appendicis loco hieher am beſten ſich ſchicken.

Definitio III.

Ein *Punctum* iſt ſo etwas undencklich kleines, welches ſich nicht mehr zertheilen läſſet, und alſo gar keine Theile hat, auſſer dem was es iſt.

Scholion.

So bald ein punct auch nur die allerkleineſten Theilgen hat, ſo gleich iſt es ſchon eine Linie, welche ihren Anfang und Ende haben müſte.

Definitio IV.

Eine *Linie* iſt eine ſolche unausdencklich-ſchmahle Länge, welche nicht die geringſte Breite hat, und entſtehet, wenn ein in der Definitione III. beſchriebenes Punct, von einem Puncto A. fortbeweget wird auf das andere Punct B. vid. Tab. I. Fig. 1.

Scholion.

Es ſcheinet eine ſehr leichte Sache zu ſeyn, daß man wiſſe was ein *Punct* und eine *Linea* ſey. Allein in der Matheſi wird es in dieſem, allen Knaben bekandten, Verſtande nicht genommen, ſondern ein Punctum mathematicum iſt ein ſolches Ding, welches weder Länge, noch Breite, noch Theile hat, auſſer dem eintzigen, woraus das punct ſelbſten beſtehet. Eine

ne Linea iſt eine Länge, welche keine Breite noch Dicke, weder zur rechten noch zur lincken, weder in die Höhe noch in die Tieffe hat und deren Anfang und Ende Puncta ſind. Ohnerachtet nun aber dieſes die Sache in etwas erkläret, ſo iſt es dennoch damit noch nicht gethan, vielweniger ein vollſtändiger Begriff von einem Punct oder Linea angegeben. Man ſehet es aus derer meiſten ihren Definitionibus, was für einen mangelhafften Concept ſie ſich von einem Puncto und einer Linea machen. Die meiſten ſagen: Eine *Linie* entſtünde aus Zuſammenſetzung vieler *Puncten*, und geben hiermit ſich bloß, daß ſie wider Willen einem puncto kleine Theile zueignen, mithin aus dem puncto ſelbſt ſchon eine Lineam machen, ehe ſie andere puncta darzu ſetzen, welche erſt die Lineam ausmachen ſolten. Es iſt ohnmöglich aus der Zuſammenſetzung ſolcher puncten, die gar keine Theile haben, auſſer dem, was ein Punct iſt, eine Lineam zu machen. Am beſten iſt es demnach, man ſage: Eine *Linie* ſey der Weg, welchen ein *punctum mathematicum* machet, wo es von einem *puncto* an ein anders *mente* hinbeweget wird; weil nemlich unſere Seele die Zeit in keine kleine phyſicaliſche Theilgen eintheilet, und dahero ſich auch die Bewegung unter keinen ſolchen Theilgen einbildet. Allein, gleichwie dieſes lauter Grillenfängereyen ſind, die weiter keinen Nutzen haben, als daß man nur mente auf die möglichſte accurateſſe gehen will, die doch in der That ſich nirgend appliciren läſſet; Alſo wird nicht viel daran gelegen ſeyn, wenn man ſich auch von einem puncto und Linea einen ſolchen Concept machet, nach welchen man gewöhnlicher maſſen ſich ein punctum oder Lineam einbildet. Nur daß man ſich ſolche gleichwohlen ſo ſubtil, als möglich, vorſtelle, und in dem Aufreiſſen ſich bemühe, die puncta und Lineas auf das zarteſte zu zeichnen: denn wir können ohnehin kein mathematiſches punct oder Lineam mathematicam auf das Papier bringen. So klein auch die puncta, ſo zart die Linien geriſſen werden, ſo haben ſie doch Theilgen und Ungleichheiten, welches die Microſcopia am beſten entdecken.

Corollarium.

Demnach ſind die Gräntzen einer Linie zwey puncta, A und B. nach der Länge verſtanden, nach der Breite aber hat eine Linie gar keine Gräntzen. Vid. Fig. 1. Tab. I.

Definitio V.

Die *Diſtanz*, oder der **Abſtand zweyer Dinge** von einander, iſt die kürtzeſte Linie, die zwiſchen beyden kan gezogen werden.

Scholion.

So iſt ex. gr. Zwiſchen zweyen Thürnen diejenige Linie, welche von dem Centro deß einen Thurn Knopfs bis auf das Centrum deß andern Thurn-Knopfs recta gezogen wird, die Diſtanz beyder Thürne, denn dieſe Linea iſt die kürtzeſte zwiſchen beyden Objectis; So bald ſie aber etwas krum̃ gezogen würde, wäre ſie länger und machete alſo die wahre Diſtanz nicht aus.

Definitio VI.

Eine *Linea recta* iſt diejenige, welche in ihrem Weg nicht um ein punct, weder zur Rechten noch zur Lincken abweichet. Tab. I. Fig. 1.

Definitio VII.

Eine *Linea curva* oder **krumme** *Linie* iſt, welche zwiſchen ihren beyden Enden in ihrem Fortgang entweder zur Rechten, oder zur Lincken, über oder unter ſich abweichet. Tab. I. Fig. 2.

Definitio VIII.

Eine *Linea perpendicularis* iſt, welche auf der andern alſo ſtehet, daß die Winckel zu beyden Seiten einander gleich: ſo ſtehet a b. auf c d. perpendiculariter. Tab. I. Fig. 3.

Definitio IX.

Linea Horizontalis, eine **Waſſer-Paß-***Linie* iſt, welche mit dem Horizont, oder einem ſtillſtehenden Waſſer, parallel fortlauffet.

Scholion.

Beyde Linien, die perpendicularis und horizontalis, kommen in der Geometrie gar offt vor; demnach müſſen ſich Anfängere ſolche bey Zeiten recht imprimiren.

De-

Definitio X.

Linea obliqua, eine ſchieffe *Linie* iſt, die weder *perpendicularis*, noch *horizontalis* iſt: So iſt Tab. I. Fig. 4. a. b. die *perpendicularis*, c d. die *horizontalis*, und c b. eine *Linea obliqua*.

Definitio XI.

Lineæ parallelæ ſind diejenigen, welche in ihrem Fortgang immer einerley Weite behalten, alſo daß wenn eine *perpendicularis* zwiſchen ſie gezogen wird, dieſe allenthalben anſtoſſend zwiſchen ihnen fortgehet. Tab. I. Fig. 5.

Scholion.

Nicht nur die geraden, ſondern auch krumme *Linien* können *parallel* ſeyn.

Definitio XII.

Lineæ convergentes ſind, die in ihren Fortgang näher zuſammen treten, als im Anfang. Tab. I. Fig. 6.

Definitio XIII.

Lineæ divergentes ſind, welche in ihrem Fortgang weiter von einander lauffen, als im Anfang. Tab. I. Fig. 7.

Definitio XIV.

Lineæ concurrentes ſind, die in ihrem Fortgang endlich an einem *punct* gar zuſammen treffen, und daſelbſt einen Winckel machen. Tab. I. Fig. 8.

Definitio XV.

Linea ſecans iſt, welche eine andere *Linie* in ihrem Fortgang durchſchneidet. Tab. I. Fig. 9. ſchneidet c d. durch a b. hindurch.

Definitio XVI.

Linea tangens iſt die, welche eine andere *Linie* berühret. Tab. I. Fig. 10. berühret c d. die *Linie* a b.

Definitio XVII.

Angulus, ein Winckel, iſt nichts anders, als das Zuſammenlauffen zweyer Linien in einem punct: Dieſer ihre Neigung gegen einander heiſſet ein Winckel.

Hypotheſis I.

Ein Winckel wird zuweilen nur mit einem Buchſtaben benahmet, gar offt aber bekommt er 3. Buchſtaben zum Nahmen, und da bedeutet der mittlere Buchſtabe allemal den Winckel, und wird dahero in die Spitze des Winckels geſetzt. Ex. gr. Tab. I. Fig. 8. kônte man den Winckel nur a. nennen; man nennet ihn aber auch offt b a c.

Definitio XVIII.

Crura Anguli, ſind die zwey Linien, welche den Winckel durch ihre Neigung machen; als a b. und a c. ſind die Crura anguli b a c. Fig. 8.

Definitio XIX.

Latera ſind diejenigen Linien, welche eine gantze Figur mit ihren Fortgang einſchlieſſen. Tab. I. Fig. 11. ſind a b. b c. c a. Latera.

Definitio XX.

Baſis wird diejenige Linie genennet, auf welcher eine Figur ruhet, oder welche ſie gleichſam zum Fundament hat. So iſt Fig. 11. a c. die Baſis der Figur a b c.

Definitio XXI.

Angulus rectilineus, ein gerad-linichter Winckel, iſt ein Winckel, welchen zwey gerade Linien durch ihre Neigung machen. Fig. 8.

Definitio XXII.

Angulus curvilineus, ein krumm-linichter Winckel iſt, den zwey krumme Linien durch ihren Zuſammen-lauff formiren. Tab. I. Fig. 12.

De-

Definitio XXIII.

Angulus mixtilineus iſt, der aus einer geraden und krummen Linie ihren Zuſammen-Lauff entſtehet. Fig. 13.

Definitio XXIV.

Angulus rectus, **ein rechter Winckel** iſt, den zwey gerade Linien machen, wenn die eine auf der andern perpendicular ſtehet, und welcher 90. Grad hält. So iſt in der Figura 3. der Winckel a b c. ein rechter Winckel.

Definitio XXV.

Angulus acutus, **ein ſpitziger Winckel** iſt, der weniger als 90. Grad hält und da eine Linie nicht perpendiculariter auf der andern ſtehet. Fig. 10. iſt der Winckel d b a. ein ſpitziger Winckel.

Definitio XXVI.

Angulus obtuſus, **ein ſtumpffer Winckel** iſt, der mehr als 90. Grad hält, und deſſen zwey Linien auch nicht perpendicular auf einander ſtehen. Fig. 9. iſt der Winckel d e a. ein ſtumpffer Winckel.

Definitio XXVII.

Anguli contigui ſind die Winckel f g h. und h g i. Figuræ 23. welche nemlich einerley verticem g. und ein crus g h. gemeinſchafftlich haben.

Definitio XXVIII.

Ein *Angulus deinceps poſitus*, a e c. wird derjenige genennet, welcher entſtehet, wenn man des Winckels a e d. eines Latus e d. prolongiret in c. Fig. 24.

Corollarium.

Demnach ſind die anguli deinceps poſiti auch wohl anguli contigui, aber die anguli contigui ſind deßwegen nicht auch anguli deinceps poſiti.

Definitio XXIX.

Anguli per crucem oppoſiti ſind die Winckel a x f. und

und u x g. item a o u. und f o g. die nemlich gerad gegen einander über ſtehen, wenn zwey Lineæ rectæ einander durchſchneiden. Fig. 25. Sie werden auch *Vertical*-Winckel genennet, wenn man zwey und zwey betrachtet.

Definitio XXX.

Anguli externi äuſſere Winckel ſind die Winckel a & b. item g & h. wenn eine gerade Linie durch zwey andere parallelas gehet. Fig. 26.

Definitio XXXI.

Anguli interni, innere Winckel, ſind die Winckel c & d. item e & f. Fig. 26.

Definitio XXXII.

Anguli alterni, Wechſels-Winckel, ſind die Winckel c und f. item d und e. Fig. 26.

Definitio XXXIII.

Anguli alternative poſiti ſind die Winckel h a. item g b. zu teutſch werden ſie auſſerhalb-wechslende Winckel genennet. Fig. 26.

Definitio XXXIV.

Anguli ad verticem oppoſiti, Winckel über Haupt, ſind die Winckel g und b. item a und h. Fig. 26.

Definitio XXXV.

Angulus ad peripheriam iſt der Winckel a b d. deſſen vertex B. und die crura b. a. und b. d. in der peripheria ſich endigen. Fig. 27. Hingegen *Angulus ad centrum* iſt der Winckel a c d. deſſen vertex in centro circuli c. und die crura a c. und c d. in der peripherie ſich endigen. Fig. 28.

Definitio XXXVI.

Menſura Anguli, iſt der Bogen d. e. welcher aus dem vertice des Winckels a. mit einem freywilligen ſemi-

ſemidiametro gezogen wird, zwiſchen beyden cruribus a b. und a c. Fig. 29.

Scholion.

So viel grad nun der arcus d. e. hat, ſo viel grad ſaget man halte der Winckel, oder ſo groß ſey der Winckel.

Definitio XXXVII.

Cathetus iſt die perpendicular-Linie in einem recht winckligten Triangul, die auf der Baſi ſtehet. Fig. 14. iſt a b. der cathetus.

Definitio XXXVIII.

Hypothenuſa iſt die ſchieffe Linie, welche vom Ende des catheti und der Baſis zuſammen gezogen, einen recht winckligten Triangul ausmachet. So iſt b c. die hypothenuſa. Fig. 14.

Definitio XXXIX.

Unter denen krummen Linien iſt die bekandteſte und nützlichſte die Circul-Linie. Eine Circul-Linie aber wird gemachet, wenn eine gerade Linie x. c. um ein unbewegliches punctum x. herum gehet. Tab. I. Fig. 15.

Scholion.

Ich verſtehe hier durch den Circul noch nicht die runde Figur und Fläche, welche innerhalb eingeſchloſſen iſt, ſondern bloß die runde Linie, denn in dieſer Sectione I. handelt man nur von Linien, dahero nenne ich ſie auch notanter nur eine *Circul-Linie*. In der Sectione II. wird von der *Circul*-Fläche ſchon gehandelt werden, und dieſe Circul-Linie wird ſonſt auch *Peripheria*, *Perimeter*, *circumferentia* genennet.

Definitio XL.

Circuli concentrici ſind, die einerley Centrum haben; *Circuli eccentrici*, welche zweyerley centra haben. Fig. 30. und 31.

Definitio XLI.

Diameter iſt eine gerade Linie, welche von einem Ende eines Circuls durchs centrum, bis zum andern

dern Ende deſſen gehet. Fig. 16. Tab. I. a b. iſt der Diameter.

Definitio XLII.

Semidiameter, oder *Radius*, iſt die Linie, welche vom centro aus x. bis auf die Circul-Linie gezogen wird, x. b Fig. 16. Tab. I.

Hypotheſis II.

Ein jeder Circul wird in 360. Grad getheilt; Ein grad. in 60. Minuten; Eine Minute in 60. Secunden; Eine Secunde in 60. Tertien ꝛc. und werden die Grad mit (o) die Minuten mit (,) die Secunden mit (,,) notirt.

Corollarium.

Demnach hat der vierdte Theil vom Circul 90. Grad, und ein halber Circul 180. Grad, oder zwey rechte Winckel.

Definitio XLIII.

Arcus, ein Bogen, iſt ein Stück eines Circuls, welches entweder mehr, oder weniger als 90. Grad hat. Tab. I. Fig. 17. iſt a b. ein Arcus, der weniger als 90. Grad hat, und b c. iſt ein Arcus, der mehr als 90. Grad hat.

Definitio XLIV.

Quadrans iſt derjenige Bogen eines Circuls, der juſt 90. grad hält. Fig. 16. iſt a b x. ein Quadrant.

Definitio XLV.

Chorda, oder *Subtenſa*, die Senne, iſt eine jede Queer-Linie, durch welche die 2. Ende eines jeden Bogens zuſammen gehänget werden: Ex. gr. Fig. 18. Tab. I. iſt die Linie a.b. eine Chorda des Bogens a x b. Item a. c. iſt die Chorda des halben Circuls a b c. Jene wird *ſubtenſa minor*, dieſe *ſubtenſa maxima* genennet.

Definitio XLVI.

Linea ſpiralis, eine Schnecken-Linie iſt, welche nach

nach ihrem Urſprung in dem Fortgang immer weiter, meiſtentheils nach der Circul-Figur, ſich eröffnet. Tab. I. Fig. 19. ſind 2. ſolche Schnecken-Linien aus zweyerley Centro gezogen.

Scholion.

Es giebt gar künſtliche Schnecken-Linien, wovon bald ein mehreres ſoll geſaget werden.

Definitio XLVII.

Linea Elliptica, iſt eine ablange Circul-Rundung, gleichwie *Linea ovalis* diejenige Linie iſt, welche eine Eyer-Figur hat. Tab. I. Fig. 20. und 21.

Definitio XLVIII.

Linea diagonalis iſt diejenige Linie, welche von einem Eck einer viereckigten Figur, mitten durch, hinüber auf das entgegen ſtehende Eck gezogen wird. So iſt Tab. I. Fig. 22. a b. die diagonalis.

Definitio XLIX.

Metiri, meſſen, iſt nichts anders, als eine gefällige Gröſſe vor eine Unität annehmen, und hernach andere Gröſſen einerley Geſchlechts darnach ausmeſſen, wie offt nemlich eine andere Gröſſe in dieſer angenommenen Gröſſe ſtecke, oder die angenommene Gröſſe eine andere Gröſſe in ſich begreiffe. Die vor eine Unität angenommene Gröſſe wird hernach das Maaß, *Menſura*, genennet.

Definitio L.

Menſura Linearum, das Linien-Maaß, iſt eine gerade Linie von willkührlicher Länge, welche hernach nach Gefallen in kleinere Theile zertheilet, und ein jeder dieſer Theile wieder in kleinere Theile ſubdividiret wird.

Hypotheſis III.

Das Linien-Maaß wird heut zu Tag von denen

nen Geometris in 10 gleiche Theile getheilet, dieſe zuſammen werden **eine Ruthe** genennet: Ein Theil von denen 10. wird **ein Schuch** genennet: Ein Schuch wird wieder in 10 Theil getheilet, und heiſſen Zoll: Ein Zoll wird ferner in 10 Theil getheilet und heiſſen *Gran, &c.*

Scholion.

In dem Parte I. Sectione IV. pag. 208. meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe iſt dieſes ausführlich ſchon abgehandelt, und dahero hier nur mit wenigen ſo viel die gute Ordnung erfordert, wiederhohlet worden.

Definitio LI.

Ein *Proportional-Circul* iſt ein Inſtrument durch deſſen Hülffe ein jeder Liebhaber der Mathematic unzehliche herrliche und ſchöne Vortheile in der Praxi mathematica haben kan. Er beſtehet aus zweyen in einem Gewind gehenden Meſſingernen Linealen, auf welche aus dem Centro zu beyden Seiten 3 Linien, und auf der andern Fläche zu beyden Seiten drey Linien aus eben dem Centro gezogen und darein auf das ſinnreichſte die Eintheilungen derer Linien, derer Graden derer Flächen, derer Cörper, derer Polygonorum, derer Metallen, nach ihrer diametral-Schwehre getragen ſind.

Scholion I.

Ich recommendire denen Herren Hoffmeiſtern junger Herrſchafften und allen Informatoribus ſolcher Kinder, welche die Mathematiſche Anfangs-Gründe lernen wollen und ſollen, das fürtreffliche Inſtrument des Proportional-Circuls: denn, indeme ſie jungen Leuten auf dieſem Inſtrument die luſtigſten Arbeiten weiſen, ſo erwecken ſie zugleich auch bey denenſelben eine mehrere Begierde die Matheſin zu lernen.

Scholion II.

Man machet den Proportional-Circul meiſtentheils von Meſſing, als dem tauglichſten metall darzu: die von Kupf-

fer

ſer ſind zu roth, von Silber zu weich, da werden die puncta zu bald falſch durch vielen Gebrauch, und die höltzerne ſind vieler Ungewißheit unterworffen. Doch iſt rathſam, ein Anfänger mache ſich erſtlich von Holtz einen, nur daß er die Aufreiſſung deſſen lerne.

Scholion III.

Was die Anzahl derer Linien mit ihren Nahmen betrifft, wie viel deren auf dem Proportional-Circul zu ſtehen kommen; ſo hat zwar *Michael Scheffelt* in ſeinem Tractatu, ſub titulo: *Inſtrumentum Proportionum*, dreyzehen Linien auf dieſem Circul, wie dieſes allbereit Parte I. Sectione I. pag. 40. angeführet worden; Allein, wie erwehnet, wir bleiben bey denen ſechs vornehmſten Lineis, nemlich der Linea

Arithmetica,
Planorum,
Polygonorum,
Chordarum,
Solidorum,
Metallorum,

Und werden deren Gebrauch, ſo viel die enge Schrancken leyden, zeigen. Zwar es könten wohl noch mehrere als 13. darauf getragen werden: So vielerley Dinge in der Welt in geraden Linien beſtehen, oder damit verglichen oder proportioniret werden können, ſo vielerley Linien kan man auf den Proportional-Circul bringen; Allein, gleichwie durch die Menge ſelbſt eine confuſion entſtehen würde, alſo ſind diejenigen Proportional-Circul, zumahlen vor Anfängere, die beſten, auf welchen nur die ſechs vornehmſten Linien ſtehen. Jetzo will mir obliegen, durch Definitiones am erſten dieſe ſechs Linien bekannt zu machen, was dieſelbe eigentlich ſeyen, und welchen Nutzen ſie in der Matheſi und gemeinem Leben bringen. Wer nachleſen will, wird in des *Bions Mathematiſcher* Werck-Schuhle einen ſolchen finden, und in dem Appendice dieſes zweyten Theils meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe ſoll die Verfertigung deſſen gezeiget werden.

Definitio LII.

Linea Arithmetica iſt diejenige Linie des Proportional-Circuls, welche auf beyden Schenckeln in lauter

gleiche allerkleineſte Theile getheilet iſt, und durch deren Hülffe man andere Linien geſchwind eintheilen, damit rechnen, item aller Linearum Proportiones auf derſelben behend finden kan.

Scholion.

In dem Parte I. iſt allbereit gewieſen worden, wie man mit dieſer linea arithmetica addiren, ſubtrahiren, multipliciren, dividiren, Radices extrahiren &c. könne, ſie wird auch ſonſt genennet *Linea Partium æqualium*.

Definitio LIII.

Linea Planorum iſt diejenige Linie, auf welcher die radices Quadratorum von dem erſten Quadrat bis auf das 64ſte aufgetragen ſtehen, und iſt deren Nutz in allerhand Auftragung, Ausrechnung und Verwandlung derer Flächen.

Scholion.

Sie wird auch *Linea Geometrica* genennet.

Definitio LIV.

Linea Polygonorum iſt diejenige Linie, auf welcher allerhand Viel-Eck, vom 3-Eck bis auf das 12-Eck ſtehen, durch deren Hülffe man augenblicklich aus einem jeden gegebenen Latere ein verlangtes Polygonum machen, oder in einen jeden gegebenen Circul das verlangte Viel-Eck einſchreiben kan.

Definitio LV.

Linea Chordometrica, oder *Chordarum*, hat die hypothenuſas, oder ſubtenſas, von 1. Grad bis auf den 180ſten, aus dem Transporteur, und mit dieſer kan man alle Winckel behend meſſen.

Definitio LVI.

Linea ſolidorum, item *Stereometrica*, hat, nach einem gewiſſen Maaßſtab, alle radices cubicas von 1. cubo bis auf den 64ſten, auf beyden Schenckeln aufgetra-

tragen, und hat ungemeinen Nutzen zu denen Calibres, oder Maaßſtäben derer Conetables.

Definitio LVII.

Linea metallica hat in ſich die differentien derer Schwehren unterſchiedlicher Metalle, nach denen Diametris derer Kugeln, und hat dieſen Nutzen unter andern, daß, wenn man den Diametrum ex. gr. einer eiſernen Kugel hätte, man augenblicklich finden könne, wie groß eine küpfferne, ſilberne, güldene Kugel ꝛc. werden müſſe, wenn ſie gleiches Gewichts mit der eiſernen ſeyn ſolte.

Scholion.

Dieſe ſechs Linien wollen wir tractiren lernen: Was die übrigen, und in ſpecie die Lineam fortificatoriam anlanget, das ſoll in dem parte de Architectura militari mit vorkommen, damit man alsdann auch die gröſſeren Proportional-Circuls von mehreren Linien verſtehen lerne.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma I.

Wenn gerade Linien und Winckel einander decken, ſo ſind ſie einander gleich, und wenn ſie gleich ſind, ſo decken ſie einander.

Axioma II.

Dinge die einem andern gleich, ſind auch unter ſich ſelbſt gleich.

Axioma III.

Was gröſſer oder kleiner iſt, als eines von denen unter ſich gleichen Dingen, das iſt auch

groͤſſer oder kleiner, als das andere von denen gleichen Dingen.

Axioma IV.

Zwiſchen zweyen Puncten kan nur eine gerade Linie ſeyn.

Corollarium.

So folget demnach von ſelbſten, daß zwey Lineæ rectæ noch keine Figur machen und eine Flaͤche einſchlieſſen koͤnnen, denn ſonſt muͤſten ſie mit ihren Enden vornen und hinten zuſammen lauffen, und mithin waͤren ſie keine Lineæ rectæ mehr.

Axioma V.

Parallel-Linien, wenn ſie auch in infinitum ſolten continuiret und verlaͤngert werden, kommen doch niemalen zuſammen.

Axioma VI.

Die gerade Linie iſt, unter allen andern mit ihr aus einerley Punct auf einen andern Punct gezogenen Linien, die kuͤrgeſte.

Axioma VII.

Keine Linie kan gerader ſeyn, als die gerade.

Axioma VIII.

Wenn zwey Linien einander durchſchneiden, oder auch nur beruͤhren, ſo geſchiehet ſolches nur in einem eintzigen Punct.

Axioma IX.

Alle radii, oder ſediametri eines Circuls, ſind einander gleich.

Axioma X.

Wenn zwey Boͤgen einerley Verhaͤltniß haben gegen ihre Peripherie, ſo haben ſie auch einerley Anzahl der Graden.

Ex-

Ex. gr.

Der fünffte Theil eines groſſen Circuls hat ſo viel grad, als der fünffte Theil eines kleineren, und der fünffte Theil eines noch kleinern Circuls.

Axioma XI.

Alle Arcus a b, c d, e f, Fig. 1. Tab. II. welche aus der Spitze eines Winckels x. zwiſchen denen Schenckeln des Winckels x e. und x f. gezogen werden, haben einerley Verhältniß.

Ex. gr.

Wenn a b. iſt der fünffte oder ſechſte Theil des Circuls, ſo iſt c d. item e f. &c. auch der fünffte oder ſechſte Theil ſeines Circuls.

Corollarium I.

Demnach haben ſolche Bögen auch allezeit einerley Anzahl der Graden.

Corollarium II.

Hieraus flieſſet auch, warum alles einerley ſey, ich mag, wo ich einen Winckel meſſen ſoll, den Bogen groß oder klein annehmen: denn weil die Gröſſe eines Winckels nach der Zahl der Graden, die der Bogen zwiſchen denen zwey Seiten des Winckels hat, gerechnet wird, ſo wird ein jeder Bogen nicht mehr Grad halten, als der andere unter allen denen Bögen, die aus der Spitze des Winckels zwiſchen deſſen Schenckel gezogen werden.

Axioma XII.

Wenn zwey Winckel einerley Maaß haben, ſo ſind ſie einander gleich, und wenn ſie gleich ſind, ſo haben ſie einerley Maaß.

Corollarium

Demnach ſind alle rechte Winckel einander gleich.

Axioma XIII.

Auf jeder Linie kan man aus einem ange-

nommenen Punct x. einen halben Circul a b c. beſchreiben. Tab. II. Fig. 2.

Corollarium.

Wenn man aus dem Mittel-Punct eines halben Circuls eine perpendicularem aufrichtet, x b. ſo ſind die zwey Winckel y. und z. einander gleich. Demnach hat ein rechter Winckel zu ſeinem Maaß, oder Menſura, den Bogen eines Quadrantens, das iſt 90. grad, als den vierdten Theil eines Circuls, der 360. grad hat. Und demnach ſind alle rechte Winckel einander gleich, das iſt, ein jeder hält 90. grad. Tab. II. Fig. 2.

Axioma XIV.

In jedem Triangul ſind zwey Latera, zuſammen genommen, gröſſer als das dritte Latus,

Scholion.

Gleichwie unter denen Axiomatibus und Theorematibus weiter kein Unterſchied iſt, als daß die Axiomata ſolche deutliche Lehr-Sätze ſind, die gar keines Beweiſes brauchen, ohnerachtet man ihnen ſolchen geben könte, ſondern von ſelbſten ſo unumſtößlich klahr und wahr ſind, daß ſie niemand zu läugnen begehret; hingegen die Theoremata in etwas danckler, zumahlen denen Anfängeren, vorkommen, welche dann durch ihre darzu geſetzte Demonſtrationes erſt heiter und klahr gemachet werden müſſen, alſo, daß deren Wahrheit niemand mehr alsdann weder zu läugnen, noch umzuſtoſſen begehret; Alſo habe die nöthigſten Axiomata vorausgeſtellet und nunmehro ſollen die andern, als Theoremata, darauf folgen.

Theorema I.

Wenn eine gerade Linie auf eine andere gerade Linie gezogen wird, unter welcher Inclination man auch will, ſo machen die beyde Winckel y. & z. allemal zwey rechte Winckel aus, zuſammen addiret.

Demonſtratio.

Es ſey Figura 3. Tab. II. die Linie c d. auf a b. her-

herabfallend: Ziehet aus d. einen halben Circul, ſo haben die beyden Winckel y. und z. zu ihrem Maaß a e. und e f. welches beydes einen halben Circul zuſammen ausmachet. Nun aber begreifft jeder halbe Circul 2. rechte Winckel in ſich, ſecundum Corollarium Hypotheſeos II; Demnach machen die 2. Winckel y und z. zuſammen genommen, zwey rechte Winckel aus, das iſt, was der Winckel a y c. zu viel hat über 90. grad, das hat der Winckel c z b. zu wenig; und wenn jenes Winckels Uberſchuß e d c. zu dem kleinern Winckel c z b. addiret wird, ſo ſind beyde zwey rechte Winckel. Q. e. d.

Corollarium I.

Wenn demnach zwey gerade Linien alſo auf einander zu ſtehen kommen, daß der eine Winckel juſt ein rechter Winckel würde, ſo wäre mithin ſelbſt auch der andere Winckel ein rechter Winckel. Fig. 2. Tab. II. fällt die Linie b x. alſo auf die Linie a c. daß der Winckel y. ein rechter Winckel wird, mithin muß z. auch ein rechter Winckel ſeyn.

Corollarium II.

Demnach machen dieſe zwey Winckel, und wenn auch mehrere Linien auf a b. Fig. 4. Tab. II. fielen, mithin mehrere Winckel entſtünden, alle zuſammen allezeit 180. Grad aus.

Corollarium III.

Hieraus folget nun dieſer fürtreffliche Nutzen, welcher wohl zu mercken iſt: „Wenn man auf dem Feld einen Winckel „meſſen ſoll, zu welchen man doch gleichwol nicht kommen „kan, ſo meſſet man nur in ſolchen Fall den Neben-Winckel „angulum contiguum, und ziehet deſſen Innhalt von 180. „ab, ſo erhalte ich den Winckel, den ich meſſen ſolte und nicht „konte. Ex. gr. Fig. 5. Tab. II. wäre c. d. b. ein Eck von ei„nem Wald, deſſen Winckel ich vor denen darinnen ſtehenden „Bäumen nicht meſſen könte und gleichwol wiſſen ſolte: So „prolongirt ich die Seite des Waldes d b. bis in a. und meſ-

„ſe den angulum contiguum a d. c. dieſen ſubtrahire von „180. ſo bleibt im Reſt der verlangte Winckel c d b.

Theorema II.

Wenn eine gerade Linie eine andere gerade Linie in ihrem Fortgang durchſchneidet, ſo ſind die anguli per crucem oppoſiti, oder die Vertical-Winckel einander gleich.

Demonſtratio.

Aus der Demonſtration des vorhergehenden Theorematis iſt gewiß daß y † z = 180. ſey. Demnach iſt auch u † x = 180. weil es einerley Bewandſchafft hat. Und per conſequens muß auch x † z und u † y = ſeyn 180. denn allemal 2. ſolche Winckel machen zwey rechte Winckel aus, und können mit einem halben Circul umſchloſſen werden. Hieraus folget nun ferner, daß auch y = x und z = u ſeyn muß, das iſt, um ſo viel dem Winckel x. fehlet, bis er ein rechter Winckel wird, eben ſo viel fehlet den Winckel y. daß er ein rechter Winckel würde; und ſo viel der Winckel z. mehr hat als ein rechter Winckel, um ſo viel hat der Winckel u. auch mehr als ein rechter Winckel. Q. e. d.

Scholion.

Man bilde ſich die Sache ſo ein: y † z ſind = 180. z † u ſind auch = 180. Item x † u ſind auch = 180. Denn allemal 2. ſolche Winckel umſchlieſſet ein halber Circul; demnach muß x = y und z = u ſeyn.

Corollarium.

Wenn man demnach einen Winckel zu meſſen hat, zu deme man nicht kommen kan, und zu deme man auch nicht den angulum contiguum ziehen könte, wie in Corollario 3. Theor. præced. gewieſen worden, ſo nimmt man den angulum per cru-

crucem oppoſitum, oder verticalem dafür, deſſen Innhalt iſt hernach gleich mit dem Winckel, den man nicht meſſen konte. Ex. gr. Ich hätte an einem Wald einen Winckel, Tab. II. Fig. 7. den ich von innen nicht meſſen könte, auf denen Seiten hätte ich auch Wald oder Waſſer, und könte den angulum contiguum nicht nehmen: So verlängert nur die Seiten des Waldes a x. und c x. ſo giebt e x f. den angulum verticalem & æqualem mit dem Winckel des Waldes, den man hätte meſſen ſollen.

Theorema III.

Man mag aus einem punct x. ſo viel Linien heraus ziehen, als man will, ſo ſind alle ſolche Winckel, zuſammen genommen, gleich 4. rechten Winckeln, und da ein rechter Winckel 90. Grad hält, ſo machen alle ſolche Winckel zuſammen addiret 360 Grad.

Demonſtratio.

Die Menſura eines Winckels iſt ein Bogen eines Circuls, vid. Tab. II. Fig. 8. wenn man nun alle aus einem punct x. entſpringende Winckel mit Bögen von einerley Semidiametro ausmiſſet, ſo wird die Menſura aller dieſer aus einem Punct gehender Winckel, ein völliger Circul ſeyn. Nun aber hat ein Circul 4 rechte Winckel in ſich, und ein rechter Winckel hat 90. Grad: Ergo haben 4. rechte Winckel, oder alle aus einem punct gehende Winckel, als welche in denen 4. rechten Winckeln eingeſchloſſen ſtehen, 360. Grad. Q. e. d.

Tab. II. Fig. 8.

Theorema IV.

Wenn zwey Parallel-Linien A B. und C D. von einer dritten E F. durchſchnitten

werden, ſo ſind 1) die Wechſels-Winckel oder anguli alterni, e. und f. einander gleich; 2) der äuſſere Winckel a. iſt gleich dem innern Winckel f. 3) Die anguli per crucem oppoſiti c. & a. item b & d. item g & e. und h & f. ſind einander gleich. 4) Die zwey innere Winckel d & f. zuſammen addiret ſind zwey rechten Winckeln gleich. Vid. Tab. I. Fig. 26.

Demonſtratio.

I. Daß die anguli alterni c und f. einander gleich ſeyen, demonſtriret man alſo: Ziehet die perpendiculares di. und ek. und verlängert di. und p. k. alſo, daß jedes noch einmal ſo groß werde, dm. und eL, ſo bekommet ihr die 2 gleich-ſchencklichte triangul L be. und dgm. Weil nun di. auf CD. perpendicular ſtehet, ſo ſind die Winckel bey I. einander gleich, nemlichen alle beyde rechte Winckel. Ferner weil dI = Im und Je = Je. das iſt das gemeinſchafftliche latus von denen zwey triangulis mgI und doI iſt, ſo muß auch ed = gm ſeyn und mithin wird der Winckel f = g dem andern Winckel ſeyn, wie in der andern Sectione dieſes zweyten Theils noch mehr wird demonſtriret werden. Auf eben dieſe Weiſe wird auch gewieſen, daß eb = bL ſey und der Winckel t = c ſeyn müſſe. Hieraus folget nun, daß auch bL = gm ſey: Denn wenn ebL. und dgm. zwey Triangul ſind, die ſo vollkommen einander gleich ſind, daß, wo man ſie auf einander legte, ſi accurat einander decken würden, ſo ſind nothwendig die latera auch einander ſo gleich, daß

eL

eL = dm. und gm = bd. ſeyn wird. Nun aber ſind auch Ke und dl einander gleich, denn ſie ſtehen zwiſchen zwey parallelen: demnach wird auch ek†kL = dl†lm. das iſt gL wird = dm ſeyn und ed wird = ed. ſeyn, als das gemeinſchafftl. Latus derer zwey einander völlig gleichen triangulorum dgm und Lbe. mithin wird auch der Winckel e†c = f†o ſeyn. Da nun e = f und c = o iſt, nach der bisherigen demonſtration, ſo werden auch die anguli alterni c und f einander gleich ſeyn. Q. e. d.

II. Daß der äuſſere Winckel a = f dem inneren Winckel ſey, beweiſet ſich alſo: a iſt = c als die anguli verticales, ſecundum Theorema II. und f iſt = c. als die anguli alterni, nachdem Num. I. hujus demonſtrationis: Demnach iſt auch a = f. denn wenn zwey Dinge einem dritten gleich ſind, ſo ſind die zwey auch unter ſich ſelbſt gleich. Q. e. d.

III. Daß a = c und b = d und f = h und e = g. iſt ſchon Theoremate II. demonſtriret.

IV. Daß die zwey Winckel d. und f. item e. und c. zuſammen addiret, gleich ſeyen zwey rechten Winckeln, beweiſet ſich alſo: a†d iſt = 180. ſecundum Theor. I. nun aber iſt a = f. ſecundum num. II. hujus demonſtrationis: Demnach wird auch f†d = 180. ſeyn, und 180. machen 2. rechte Winckel aus; Ergo iſt d†f = zwey rechten Winckeln. Q. e. d.

Scholion.

Dieß iſt ein fürtrefflicher Lehrſatz, welchen ein Anfänger ſich wohl bekannt machen muß, immaſſen ſolcher unzehliche Dien-

Dienſte nicht nur in der Geometrie, ſondern auch andern partibus Matheſeos, in ſpecie in der Vergnügungs-vollen Optic und deren demonſtrationibus leiſtet. Was die demonſtrationem des erſteren numeri anlanget, ſo habe hier freylich etwas præſuppon iren müſſen, welches in der Ordnung erſt Sectione II. Partis II. folgen wird, nemlich daß zwey Triangul einander gantz gleich ſind, wenn an denenſelbigen die zwey Seiten, die einen Winckel einſchlieſſen, einander ſamt dem Winckel gleich ſind. Allein es wird ein jeder dennoch, wenn er auch nur mit Vernunfft die Figur einſiehet, ſolches begreiffen können.

Theorema V.

Wenn eine Linie HI. mit einer andern Linie KL. parallel gehet und die Linie BA. ſtehet auf KL. perpendicular, ſo wird eben dieſe Linie auch perpendicular auf HI. ſtehen. Vid. Tab. II. Fig. 19.

Demonſtratio.

Machet EB = BD und richtet aus E und D perpendiculares auf, EG und DC. ſo wird GE = CD ſeyn, weilen ſie zwiſchen zweyen parallelen ſtehen. Es wird auch der Winckel E = D ſeyn, beyde rechte Winckel. Per conſequens wird auch BG = BC ſeyn und y = u. Denn wenn in zweyen trianguln EB = BD. und GE = CD und y = u ſo ſind auch die übrigen Stücke einander gleich. Nun aber weil AB auf KL perpendicular ſtehet, ex hypotheſi, ſo iſt u † x = o † y und demnach ſind die anguli deinceps o und x auch einander gleich: Denn wenn man gleiches von gleichen ſubtrahiret, ſo bleibet gleiches übrig. Da nun ferner AB = AB. denn Linien, die einander decken, ſind einander gleich, und idem eſt æquale ſibimet ipſi, ſo wird auch m = n

ſeyn,

ſeyn, mithin wird BA. ad HI. perpendicular ſeyn. Q. e. d.

Theorema VI.

Wenn zwey Linien AB. und CD. von einer dritten EF. alſo in b. und g. durchſchnitten werden, daß die anguli alterni c. und f. einander gleich ſind, oder daß der angulus externus a. und der angulus internus f. einander gleich; oder wenn die beyden inneren anguli d. und f. 180. Grad machen, ſo ſind die Linien AB. und CD. parallel. Vid. Fig. 26. Tab. I. Tab. I. Fig. 26.

Demonſtratio.

I. Zu beweiſen, daß, wenn die anguli alterni c. und f. einander gleich, die Linien AB. und CD. parallel ſeyn, ſo laſſet einen perpendicul d l. auf CD fallen, machet hernach b K = l g. und ziehet die Linie K e. als das andere perpendicul. Weil nun c = f. als die anguli alterni, ex hypotheſi, und das Latus commune triangulorum k b e und d f l. nemlich d f = d f. ſeyn muß; ſo iſt auch der Winckel l = k und d l = k e. mithin iſt l. ein rechter Winckel, ſecundum Corollarium Axiomatis XI. Partis II. demnach iſt AB. mit CD parallel, ſecundum Definitionem XI. Q. e. d.

II. Zu beweiſen, daß, wenn der angulus externus a. und der angulus externus f. einander gleich, daß AB mit CD parallel ſey, ſo mercket: Es iſt Theoremate IV. num. 2. demonſtriret, daß der Winckel a = f ſey; weil nun auch a = c als anguli vertica-

ticales, ſecundum Theorema II. ſo iſt nothwendig auch c ═ f. ſecundum Theorema IV. num. 1. und ex hypotheſi, ſecundum Theorema III. Partis I. de Arithmetica. da es hieß, wenn zwey Gröſſen einer dritten gleich ſind, ſo ſind alle drey Gröſſen einander gleich, demnach ſind nothwendig nach dem, was nur ſo bewieſen, A B. und C D. parallel. Q. e. d.

III. Zu beweiſen, daß, wenn die beyden inneren Winckel d. und f. 180 Grad machen, daß A B. u. C D. parallel seyn. Geſetzt es machen die beyde anguli interni d. und f. 180. Grad aus, ex hypotheſi. Weil nun a. und d. auch 180 Grad machen, ſecundum Theorema I. ſo wird f ═ a ſeyn ſecundum Theorema VII. Arithmeticæ, da es hieß, wenn man gleiches von gleichem ſubtrahirt, ſo wird auch gleiches übrig bleiben und per conſequens wird A B und C D parallel ſeyn, ſecundum num. 2. hujus Demonſtrationis. Q. e. d.

Theorema VII.

Eine gerade Linie A B. iſt die kürtzeſte unter allen, welche zwiſchen ihren Gräntzen A & B. eingeſchloſſen werden können.

Demonſtratio.

Es iſt dieß zwar ſchon Axiomate IV. als eine ohne dem unumſtößliche und keines Beweiſes bedürfftige Regul angeführet worden, Alleine zu wiſſen, wie man auch Axiomata demonſtriren ſoll, wenn es curioſitatis gratia verlanget würde, ſo überleget dieſes: Umſchräncket eine gerade Linie A B. mit einer krummen Linien von einem Ende bis zum

Tab. II. andern, ACB. Ziehet in dieſe Einfaſſung

Fig. 14. die Lineas rectas A C. und C B. ſo wird A C † C B gröſſer ſeyn, als A B. denn in einem

nem jeglichen Triangul ſind zwey latera zuſammen genommen gröſſer, als das dritte latus, wie Sectione II. Partis hujus II. ſoll noch deutlicher demonſtriret werden. Ziehet abermalen andere rectas lineas A D und D C, item C E, und E B, ſo wird A D † D C gröſſer ſeyn als A C, und C E † E B wird gröſſer ſeyn als C B. Per conſequens wird auch A D † D C † C E † E B gröſſer ſeyn, als A C † C B, mithin wird noch um ſo vielmehr A D † D B † C E † E B gröſſer ſeyn als A B. Wolte man noch mehr ſubtenſas oder chordas ziehen, ſo wird die Summa derer aller immer noch gröſſer werden als A B. Da man nun eine krumme Linie anſehen kan als eine Summam unzählig vieler allerkleineſter ſubtenſarum, die in die krumme Linie gezogen worden: So wird ſie allemal gröſſer ſeyn, als die gerade Linie A B, welche in denen Gräntzen der krummen Linie eingeſchloſſen bleibt. Demnach iſt eine gerade Linie kleiner, als eine krumme, in denen Gräntzen der geraden Linie ſtehend. Das iſt, eine gerade Linie iſt die allerkürtzeſte unter allen denen, welche von A bis auf B, können gezogen werden. Q. e. d.

Corollarium.

Demnach ſtehen alle puncta einer Peripheriæ gleich weit von ihrem Centro hinweg.

Theorema VIII.

Eine perpendicular-Linie H I. iſt die kürtzeſte unter allen denen, welche aus dem puncto H. auf eben diejenige Lineam rectam, auf welcher H I. perpendicular ſtehet, können gezogen werden. Tab. II. Fig. 9.

De-

Demonſtratio.

Verlängert die perpendicularem H I mit einer blinden Linie in N. alſo das NH = H I werde. Ziehet nun aus H eine andere Lineam obliquam, wohin ihr wollet H K. Weil nun ex hypotheſi H I perpendiculariter auf L M ſtehet, mithin der Winckel x = iſt, hiernüchſt K I = K I als das gemeinſchafftliche Latus der zwey triangul K I N und K I H. denn Linien die einander decken, ſind einander gleich: So muß auch H K = K N ſeyn, wie dieſes unten noch beſſer wird demonſtriret werden, wenn man auf die triangul kommet. Nun aber iſt H K + K N gröſſer als H N. weilen in einem jeden Triangul die zwey latera ſimul ſumta gröſſer ſind, als das dritte. Demnach iſt auch die Helffte von H K + K N. das iſt die Linea H K gröſſer, als die Helffte von H N. das iſt die Linee H I. Ergo iſt H K gröſſer als H I. Ergo iſt die perpendicularis H I die kleineſte unter allen Linien, welche aus eben dem puncto H. auf eben die Linie L M gezogen werden können. Q. e. d.

Corollarium I.

Demnach iſt die wahre diſtanz eines Puncts von einer Linie, oder einem Plano, die eintzige perpendicularis, welche von dem puncto auf eine Lineam fundamentalem oder planum gezogen wird.

Corollarium II.

Auch die wahre Höhe in einer Figur iſt nichts anders, als das perpendiculum, welches man von dem Vertice einer Figur auf die Baſin herunter fallen läſſet.

Corollarium III.

Wenn demnach A B. parallel mit C D. ſo werden alle perpendicula aus A B. mit C D. herunter fallend, einander gleich ſeyn. Tab. I. Fig. 26.

Theo-

Theorema XI.

Die Perpendicula ke. und d i nehmen allemal von denen parallelis A B. und CD. gleiche Theile hinweg kb. und g i. Tab. I. Fig. 26.

Demonſtratio.

Es iſt gm — bl. und fto — ctt ſecundum demonſtrationem Theorematis IV. num. 1. Es iſt auch aus dem Axiomate illo Arithmetico: Gröſſen, e.g. Linien, die einander decken, ſind einander gleich, bekannt, daß dg — dg. mithin muß auch m — n. ſeyn. Und per conſequens weil auch im — kl. müſſen auch die beyden Theile kb. und g i. welche die zwey perpendicula ke. und d i. hinweg ſchneiden, einander gleich ſeyn. Q. e. d.

Theorema X.

Durch ein Punctum C. kan nicht mehr als eine eintzige parallel-Linie A B. mit einer andern gegebenen Linie DE. gezogen werden. Tab. II. Fig. 10.

Demonſtratio.

Ziehet erſtlich aus dem Punct C. die eintzige parallelam A B. mit der gegebenen Linie D E. nunmehro ziehet aus eben dieſem puncto C. eine andere Linie HG. ſo wird dieſer letzteren Linie HG. ihr Theil, G. C. mit dem Theil der andern Linie CB. einen Winckel BCG. machen. Richtet nunmehro aus I. eine perpendicularem IL. auf; nun ſolten IK. auf CG. perpendiculariter ſtehen, wie IL. auf AB. perpendiculariter ſtehet, wenn HG. auch mit DE. parallel aus C. gezogen werden könte, gleich wie AB.

durch das punctum C. parallel gehet mit D E. das iſt C K L. ſolte wie C L K. ein rechter Winckel ſeyn. Da nun aber dieſes ohnmöglich, ſo kan auch nicht mehr als nur eine parallela A B. aus einem gegebenen puncto C. mit einer gegebenen Linie D E. gezogen werden. Q. e. d.

Theorema XI.

Wenn eine Linea recta N O. zwey andere Lineas rectas H G. und D E. in C. und Q. durchſchneidet und zwar alſo, daß die zwey Anguli interni oppoſiti, H C O. und D Q N. zuſammen addiret gröſſer ſind als 180. Grad, ſo ſind die Linien H G. und D Q. gegen dieſe Seiten der beyden gedachten Winckel divergent.

Tab. II. Fig. II.

Demonſtratio.

Ziehet allforderiſt durch das punctum interſectionis derer zwey Linien H G. und N O. eine blinde parallelam A B. mit der Linien D E. ſo wird der angulus A C O. mit dem angulo D Q N. 180.° das iſt zwey rechte Winckel ausmachen: Denn es iſt aus dem obigen bekannt, daß die Winckel D Q N. und N u E. 180.° machen, als zwey Winckel auf einer Linea recta. Nun aber iſt der Winckel A C O = C u E. als anguli alterni: Ergo iſt der Winckel A C O + D Q N = 180.° Nun aber iſt der Winckel H C O + D Q N. gröſſer als zwey rechte Winckel, ex Hypotheſi. Demnach iſt H C O. gröſſer als A C O. per conſequens muß A C. innerhalb dem ſpatio H C Q D. fallen. Richtet nunmehro eine perpendicu-

dicularem auf P S. ſo wird P R = C F. ſeyn ſecundum hactenus demonſtrata, mithin muß nothwendig P S. gröſſer ſeyn als P R. und C F. Demnach ſind die Diſtanzien derer zweyen Linien H C. und D Q. gegen H. und D. hingehend, im Wachsthum, daß ſie immer gröſſer werden, mithin divergiren die Lineæ H C. und D Q. gegen dieſe Seiten heraus. Q. e. d.

Theorema XII.

Wenn zwey Lineæ rectæ, H G. und D E. durch eine Lineam transverſam, N O. in C und Q. durchſchnitten werden, und zwar alſo, daß die Anguli G C O. und E Q N. zuſammen addiret, weniger als 2. rechte Winckel oder 180.° ausmachen, ſo ſind die Lineæ C G. und Q E. convergent gegen dieſelbe Seiten. Tab. II. Fig. II.

Demonſtratio.

Ziehet abermahlen die Lineam A B. parallelam mit der Linie D E. ſo wird der Winckel B C Q. mit dem Winckel E Q N. 2. rechte Winckel ausmachen, nach der Demonſtratione præcedente. Nun aber ſind die zwey Winckel G C O. und E Q N. zuſammen addiret, kleiner als zwey rechte Winckel, ex Hypotheſi: Demnach muß auch der Winckel, G C O. kleiner ſeyn als der Winckel B C O. mithin muß die Linea C B. auſſerhalb dem Spatio G C Q E. fallen. Ziehet nun die perpendiculares L I. und C F. ſo wird C F = L I. ſeyn, mithin I K. kleiner als I L. und C F. demnach müſſen die Diſtanzen derer Linearum

rectarum C G. und Q E. abnehmen gegen die Seiten G. und E. Ergo ſind die Lineæ C G. und Q E. gegen dieſe Seiten convergent. Q. e. d.

Corollarium.

Wenn die Winckel G C Q. und E Q N. kleiner ſind, als 2. rechte Winckel, ſo ſind nothwendig allemal die anguli deinceps poſiti H C O. und D Q N. gröſſer, als zwey rechte Winckel: Demnach ſind allezeit zwey Linien, die auf der einen Seiten convergent gehen, auf der andern Seiten divergent.

Theorema XIII.

Tab. II. Fig. 12. **Ein jeder Diameter A E. zertheilet ſo wohl die Peripheriam als auch den Circul ſelbſt in zwey gleiche Theile.**

Demonſtratio.

Bildet euch ein, die Linie A C. bewegte ſich alſo, daß das punctum C. unbeweglich ſtehen bliebe, das punctum A. aber gienge durch D. bis auf E. alſo daß C E. und C A. in gerader Linie zu ſtehen kom̃en: So wird auf ſolche Art eines Theils der Arcus A D E. andern Theils auch das Segmentum, oder die halbe Circul-Fläche A D E C A. beſchrieben. Nun iſt A C. der Semidiameter, aus dieſen wird durch deſſen Bewegung um ſein Centrum der Diameter A E. und weil A C. mit C E. in gerader Linie zu ſtehen kommen, ſo iſt, wenn man auch auf der andern Seiten von A. durch B. auf E. die Linie A C. herum bewegete, ebenmäſſig der Bogen A B E ∽ Arcui A D E. und das Segmentum A B E C A ∽ Segmento A D E C A, mithin theilet der Diameter ſo wohl die Peripherie, als die Fläche eines Circuls in zwey gleiche Theile. Q. e. d.

Theo-

Corollarium.

Demnach kan man auf einer jeden Linie, aus einem angegebenen Puncto, wo die Linie continuiret wird, im Nothfall einen halben Circul ziehen, ſecundum Axioma XI.

Theorema XIV.

Alle Circul, welche inwendig einander berühren, ſind Circuli Eccentrici.

Demonſtratio.

Weil nach der Hypotheſi ein Circul den andern inwendig berühren ſoll, ſo muß nothwendig der eine gantz in den andern hinein gehen. Ziehet man nun aus dem Centro des kleineren Circuls C. eine Lineam rectam bis an die Peripherie des gröſſern Circuls CA. ſo wird dieſe die Peripherie des kleinern Circuls durchſchneiden in B. mithin wird der Semidiameter des kleineren Circuls CB. ein Stück von der Linea recta CA. ſeyn. Wenn nun C. das Centrum commune beyder Circul wäre, ſo müſte nicht nur CL = CB. ſeyn, ſondern auch CL = CA. ſecundum Axioma IX. mithin müſte CB = CA. ſeyn, nach dem Axiomate II. hujus Sectionis primæ. Da nun aber dieſes ohnmöglich iſt, nach dem Theoremate I. Arithmeticæ, ſo können die beyden Circuli nicht einerley Centrum haben: Demnach ſind ſie Eccentrici, nach der Definitione XL. Sectionis hujus I. Q. e. d.

Tab. II. Fig. 13.

Theorema XV.

Zwey Circul, die einander durchſchneiden, ſind Circuli eccentrici.

Demonſtratio.

Es durchſchneide, ſecundum Hypotheſin, der eine Circul A. den andern B. ſo wird des einen Circuls A. ſein Theil in des andern Circuls B. ſeinen Platz zu ſtehen kommen. Ziehet nun aus c. dem Centro des Circuli A. den Radium c x. und continuiret ſolchen bis auf o. als die Peripheriam des andern Circuls B. ſo wird c x. ein Theil von c o. ſeyn. Geſetzet nun c. wäre auch das Centrum Circuli B. ſo müſte C X = C D. und C O = C D. ſeyn; nun aber iſt zwar C D = C X. allein das andere iſt abſurd, denn C O. iſt das gantze und C D = C X. iſt das Theil des gantzen. Nun kan nach dem Theoremate I. Arithmetices, da es heiſſet: Ein Gantzes iſt gröſſer, als eines ſeiner Theile, ohnmöglich C O = C D. ſeyn: Demnach können die Circuli A. & B. nicht einerley Centrum haben. Ergo ſind ſie Eccentrici. Q. e. d.

Tab. II. Fig. 15.

Theorema XVI.

In einem Circul, oder auch in Circulis die einander gleich ſind, geben die Chordæ æquales x z. und a b. auch arcus æquales. Gleich wie gleiche arcus auch gleiche Chordas geben.

Tab. II. Fig. 16.

Demonſtratio.

Es ſoll ex Hypotheſi x z = a b. ſeyn. Nun iſt auch Z C = c b. und X C = a c. denn alle Radii eines Circuls ſind einander gleich, ſecundum Axioma IX. ſo ſind auch die zwey Triangula x c z und a c b. ein-

einander gleich, wie Sectione II. hujus Partis II. ſoll demonſtriret werden, und zwar vor ſich ſchon klar iſt. Demnach müſſen die Bögen xz. und ab. einander gleich ſeyn. Q. e. d.

Wendet man es um und ſaget, weil die arcus xz. und ab. einander gleich ſind, ex Hypotheſi; ferner weil die Triangula xcz. und acb. auch einander gleich, wie nicht weniger zc und bc. item xc. und ac. als lauter Radii eines Circuls, ſind auch einander gleich: Demnach ſo ſind auch die Chordæ xz. und ab. einander gleich, denn wenn in zweyen Triangulis xcz. und acb. die zwey latera XC = ca. und zc. = bc. als lauter Radii eines Circuls, ſo ſind auch die dritten latera xz und ab. einander gleich, wie Sectione II. noch mehr wird gezeiget werden. Q. e. d.

Theorema XVII.

Wenn in Circuln ungleicher Gröſſe die Arcus AB. und ab. einander ſimiles ſind, ſo haben auch deren Chordæ zu ihren Radiis AC und ac. einerley rationem. Tab. II. Fig. 17.

Demonſtratio.

Weilen in denen zwey Circulis die zwey Arcus AB und ab. ſimiles ſind per hypotheſin, ſo wird auch ACB = acb. denn weilen man die Gröſſe eines Winckels æſtimiret, nach der ratione arcus, der aus der Spitze des Winckels, zwiſchen denen zweyen cruribus, bis auf die gantze Peripherie beſchrieben wird, ſo iſt es einerley durch was für einen radium ein ſolcher arcus beſchrieben werde, und demnach ſind de-

rer angulorum æqualium ihre Menſuræ die arcus, vel ſimiles, vel æquales. Nun aber verhält ſich A C zu A B. wie ſich verhält a c zu a b. nachdem Axiomate IX hujus Sectionis da es hieß: Alle Radii eines Circuls ſind einander gleich. Demnach verhält ſich auch A B zu B C. wie ſich verhält a b zu b c. das iſt: So vielmal A B. in ſich begreifft B C. ſo vielmal begreifft auch a b. in ſich b c. & vice verſa. Q. e. d.

Exempli gratia.

Der Arcus des Winckels in dem gröſſeren Circul C. ſey das ſechſte Theil des Circuls. Die Chorda A B. hielte 26. mithin hielte der radius A C. auch 26. weil der ſechſte Theil des Circuls genommen worden. In dem kleineren Circul c. hätte man auch den ſechſten Theil zum arcu genommen, und die chorda a b. item der radius a c. hielten 18. Wenn ich nun ſolcher Arcuum ihre Chordas wiſſen wolte, in welcher ratione ſie ſich gegen einander verhielten, ſo ſage ich, wie ſich verhält die Chorda A B. 26 zu ihrem radio B C. 26. ſo verhält ſich auch die chorda a b. 18. zu ihrem Radio b c. der auch 18. ſeyn wird.

	Chorda A B.	Radius B C.	Chorda a b.
	26 —	26 —	18
4		18	
20		208	
468	(18.	26	
266		468	
2	Rad. b c.		

Demnach verhalten ſich die Chordæ zu ihren Radiis in einerley Ratione, wenn die Arcus A B. und a b. ſimi-

ſimiles ſind, das iſt, wenn ſie einerley Anzahl der Graden in Winckel haben.

Theorema XVIII.

Wenn in einem Circul der Radius ab. die Chordam cd. in der Mitte durchſchneidet in e. ſo wird er auch den Arcum in zwey Theil theilen in b. und ein ſolcher Radius wird perpendicular ſtehen auf der Chorda. Tab. II. Fig. 18.

Demonſtratio.

I. Es iſt ce = ed. per hypotheſin. Nun iſt auch ac = ad. denn alle Radii eines Circuls ſind einander gleich, nach dem Axiomate IX. demnach muß auch e = x und y = u. ſeyn, weil nemlich die gantzen Triangula cux. und dye einander gleich ſind, ſo müſſen auch die correſpondirende Winckel einander gleich ſeyn. Per conſequens muß ab auf cd perpendicular ſtehen in e. nach der Definitione VIII. hujus Sectionis. Und der arcus cb. und bd. werden einander gleich ſeyn, denn derer angulorum æqualium ihre menſuræ ſind Arcus æqvales. Q. e. d.

II. Ferner, weilen die Arcus cb. und bd. einander auch ex hypotheſi gleich ſind, ſo wird der Winckel y = u. ſeyn, denn die Winckel werden nach ihren Bögen gemeſſen, ſecundum Definitionem XXXVI. Sectionis hujus, & Axioma XII. Nun aber iſt auch ca = da. denn alle Radii eines Circuls ſind einander gleich, und ae = ae. denn idem eſt æquale ſibi ipſi. Demnach muß auch ce = ed.

 und

und o = x. ſeyn/ und per conſeqnens wird a e auf e d. perpendicular ſtehen, ſecundum Definitionem VIII. Q. e. d.

Theorema XIX.

Wenn eine Linea recta a b. die Chordam in einem Circul c d. in zwey gleiche Theile zerſchneidet und auf der Chorda zugleich perpendicular aufſtehet, ſo gehet eine ſolche Linie durch das Centrum des Circuls und zertheilet ſo wohl den Arcum c b d. als auch den groſſen Arcum c a d. in zwey gleiche Theile.

Tab. III. Fig. I.

Demonſtratio.

I. Weil ex hypotheſi a e. perpendicular ſtehet auf der Chorda c d. ſo wird o = x. ſeyn/ denn das ſind nach der Definitione VIII. perpendicular-Linien/ welche auf der anderen Linie/ darauf ſie ſtehen/ zu beyden Seiten rechte Winckel machen. Nun aber iſt auch c e = e d. per hypotheſin und a e = a e. denn idem eſt æquale ſibi ipſi: Demnach muß auch c a = d a. ſeyn/ denn wenn zwey Triangula, c e a und d e a. einander gantz gleich/ ſo müſſen auch ihre Latera einander gleich ſeyn. Per conſequens müſſen auch die arcus cognomines c a und d a. einander gleich ſeyn/ weilen ihre chordæ c a. und d a. einander gleich ſind/ ſecundum Theorema XVI. da es hieß: In einem jeden Circul geben die Chordæ æquales auch arcus æquales. Und eben ſo wird nun auch demonſtriret/ daß die arcus c b. und b d. einander gleich ſind/ weil nem-

nemlich leicht bewieſen werden kan, daß die Chordæ c b und b d. einander gleich ſind. Q. e. d.

II. Ferner weil c a = a d. und c b = b d. nach der Demonſtratione numeri I. ſo muß auch a c + c b = a d + d b. ſeyn, denn wenn man gleiches zu gleichen addiret, ſo kommt in der Summa gleiches heraus, ſecundum Theorem. IV. Sect. I. Arithm. Per conſequens muß a b. der diameter Circuli ſeyn, nach dem Theoremate XIII. hujus Sectionis. Und demnach gehet a b. durch das centrum Circuli, nach der Definitione XLI. hujus Sectionis. Q. e. d.

Theorema XX.

Wenn die Chordæ a b und d e. von einem Circul, oder von gleichen Circuln, einander gleich ſind, ſo ſtehen ſie auch gleich weit vom Centro c. hinweg, und wenn Chordæ gleich weit vom Centro hinweg ſtehen, ſo ſind ſie auch einander gleich. Tab. III. Fig. 2.

Demonſtratio.

I. Weilen die Diſtanzien F C und G C. derer Chordarum a b und d e. perpendiculares mit denen chordis ſind; Denn die Diſtanz zweyer Dinge iſt die kürtzeſte Linie zwiſchen denenſelben, ſecundum Definit. V. hujus Sectionis; die kürtzeſte Linie aber iſt die perpendicular-Linie, ſecundum Theorema VIII. hujus Sectionis. So müſſen die Winckel o und x. einander gleich ſeyn, denn ſie ſind beyde Quadranten, und ein jeder Quadrant hält 90. Grad, ſind alſo zwey rechte Winckel. Item es wird u = n ſeyn, denn die Gröſſe eines jeglichen Winckels wird nach ſeinem

nem arcu gemeſſen; da nun der Winckel u & n. einerley Arcum haben/ müſſen ſie auch einander gleich ſeyn. Weil nun auch darum/ da ex hypotheſi ab = de, die Stücker aF und dG. einander gleich/ nach dem nur ſo demonſtrirten Theoremate XVIII. ſo wird auch FC = GC. ſeyn: Denn weil Fa = dG. nach dem Theoremate XVIII. und aC = dc. denn alle Radii ſind einander gleich/ ferner o = x und u = n. ſo müſſen auch in dieſen beyden Triangulis FCa und dCG. die Latera FC und GC. einander gleich ſeyn. Ergo ſind die Diſtantiæ chordarum einander gleich. Und ſtehen alſo die Chordæ ab und de. gleich weit vom Centro hinweg. Q. e. d.

II. Wenn man in einem Circul vom Centro aus zwey gleiche Diſtantias annimmt FC und GC. per hypotheſin, ſo wird o = x und u = n. ſeyn/ per demonſtrationem Numeri I. hujus Theorematis. Und per conſequens muß AF = dg. denn wenn ac = dc. als die Radii eines Circuls/ wenn FC = GC. als die Diſtantiæ æquales ex hypotheſi, wenn o = x. als zwey rechte Winckel/ ſo müſſen auch aF = dg. ſeyn an denen zwey triangulis acF und dcG. Nun aber iſt aF. gleich der Helffte von ab und dG iſt = $\frac{1}{2}$. de. nach dem Theoremate XVIII. Demnach wird ab = de. ſeyn. Denn wenn man gleiches zu gleichen addiret/ ſo kommt gleiches in der Summa heraus. Q. e. d.

Theorema XXI.

Die gröſte unter allen Chordis iſt der Diameter A B. vid. Fig. 3. Tab. III.

Demonſtratio.

Dieweil alle Radii eines Circuls einander gleich ſind, per Axiom. IX. ſo iſt auch cv = cB. und cs. = cA. Nun aber iſt CV † CS. gröſſer denn V S. weil in jedem triangul 2. Latera zuſammen genommen, gröſſer ſind als das dritte latus, nach dem Axiomate XIV. hujus Sectionis: Demnach muß BC † CA. das iſt BA = BA. ſeyn. Q. e. d.

Theorema XXII.

Eines gröſſern Arcus ſeine Chorda iſt auch gröſſer, und eines kleinern arcus ſeine Chorda iſt auch kleiner.

Demonſtratio.

Es ſey der gröſſere Arcus A B, der kleinere Bogen A D. Fig. 4. Tab. III. Nun iſt e B † e C gröſſer denn B C. nach dem Axiomate XIV. das iſt: Weil D e † e C = BC. denn alle Radii eines Circuls ſind einander gleich, per Axiom. IX. und e B † e C iſt gröſſer denn D e † e C. ſo muß auch per conſequens e B. gröſſer ſeyn denn D e. Nun aber iſt A e † D e gröſſer denn D A. nach dem XIV. Axiom. Demnach iſt auch A e † e B. gröſſer denn D A. das iſt A B. iſt gröſſer denn D A. Q. e. d.

Theorema XXIII.

Die arcus a c. und b d. welche zwiſchen zweyen parallel-lauffenden chordis eingeſchloſſen ſtehen, ſind einander gleich. Vid. Fig. 5. Tab. III.

De-

Demonſtratio.

Laſſet aus dem Centro g. eine perpendicular-Linie g i. fallen, die auf a b. perpendicular ſtehe, ſo wird dieſe auch auf c d. perpendicular komen, weil a b mit c d. per hypotheſin parallel gehet; mithin wird dieſe perpendicularis ſo wohl den arcum a i b. als auch den arcum c i d. in zwey gleiche Theile theilen in i. ſecundum Theorema XVII. Demnach muß auch i a = i c = i b = i d ſeyn, denn wenn man gleiches von gleichen ſubtrahiret, ſo bleibt gleiches, das iſt der Arcus a c und b d. ſind einander gleich. Q. e. d.

Theorema XXIV.

Der Winckel aus dem Centro gezogen ACD. iſt noch einmal ſo groß, als der Winckel aus der Peripherie gezogen, wenn beyde Winckel auf einerley arcu Circuli ſtehen.

Demonſtratio.

I. Ziehet durch das Centrum C. Fig. 7. Tab. III. eine Lineam e f. parallelam mit B d. ſo wird e B = d f ſeyn nach dem letzt-vorhergehenden Theoremate XXIII. mithin muß auch o = x ſeyn: Denn die Gröſſe eines Winckels wird aus der ratione arcus, der ex vertice anguli zwiſchen denen cruribus gezogen wird, æſtimirt. Nun ſind die arcus e B und f d. einander gleich, ſo ſind auch die Winckel o und x einander gleich. Nun aber iſt o = y. denn ſie ſind anguli verticales, demnach muß auch x = y ſeyn: Denn wenn zwey Gröſſen einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie alle einander gleich; demnach iſt x = $\frac{1}{2}$ A c d.

Fer-

Ferner weil o = u, als anguli alterni, und o = y als anguli verticales, ſo muß auch u = y ſeyn: Denn wenn zwey Gröſſen einer dritten gleich, ſo ſind ſie alle einander gleich, demnach iſt der Winckel aus der peripherie gezogen halb ſo groß, gegen dem Winckel aus dem Centro gezogen, wenn beyde Winckel auf einerley Arcu ſtehen. Q. e. d.

II. In dem andern Fall Fig. 6. Tab. III. ſo iſt o = zy und u = zx nach der Demonſtratione des erſten Numeri: Demnach folget von ſelbſten, daß u + o = zy + zx. das iſt A B D. iſt gleich einem halben A C D. oder der Winckel aus der peripherie gezogen, iſt die Helffte des Winckels aus dem Centro beſchrieben, wenn beyde Winckel auf einerley Arm ſtehen. Q. e. d.

III. In dem dritten caſu Fig. 8. Tab. III. iſt o + u = zy + zx. nach der demonſtratione Numeri I. und auch o = zy per demonſtrationem Numeri I. Demnach iſt u = zx. denn wenn man gleiches von gleichen ſubtrahiret, ſo bleibt gleiches übrig, das iſt, der Winckel vom Centro gezogen iſt noch einmal ſo groß, als der Winckel von der Peripherie gezogen, auf einerley Arcu ſtehend. Q. e. d.

Corollarium I.

Hieraus folget nun ſehr deutlich, daß weil des Centners Winckels A C D. ſeine menſura der Arcus A D. iſt, nach der Definitione XXXVI. ſo muß des Winckels an der peripherie, weil er nur halb ſo groß iſt, ſeine Menſura auch nur der halbe Arcus A D. nemlich E B. oder F d. Vid. Fig. 7. Tab. III.

Corollarium II.

Demnach ſind zwey drey und mehr Winckel a b f, a c f,

a d.

adf, aef, &c. wenn ſie in einerley Bogen ſtehen af. oder auf arcus æquales geſtellet werden, alle einander gleich. Vid. Fig. 9. Tab. III.

Corollarium III.

Weil der Winckel acb. juſt auf einem halben Circul aufſtehet, ſo iſt die Menſura deſſen der vierdte Theil des Circuls, und mithin ſelbſt iſt es ein rechter Winckel: Denn eines rechten Winckels ſeine Menſura iſt ein Quadrans, und alle Winckel, deren crura den halben Circul ſchlieſſen, ſind rechte Winckel.

Scholion.

Auf gleiche Weiſe iſt auch leicht hieraus zu wiſſen, welche Winckel, wenn ſie auf der peripheria Circuli ſtehen, *acuti* oder *obtuſi* ſeyen. Iſt ihr arcus weniger als ein Quadrant, ſo ſind es anguli acuti: Iſt deren Arcus gröſſer als ein Quadrant, ſo ſind es anguli obtuſi.

Theorema XXV.

Wenn zwey Chordæ HM. und LI. ſich durchſchneiden in K. ſo verhält ſich HK. zu LK. wie KI. zu KM. Vid. Fig. II. Tab. III.

Demonſtratio.

Es iſt aus dem Corollario II. Theorem. præced. XXIV. bekannt, daß x = x. weil alle Winckel, die unter einem arcu circuli ſtehen, einander gleich ſind.

Eben ſo iſt nun auch u = u. aus eben dieſem Beweiß: Demnach ſind in dieſen beyden Triangulis HKL und IKM die latera mit einander homologa, demnach verhält ſich HK zu LK wie KI zu KM. Q. e. d.

Scholion.

Dieß ſind die vornehmſten Theoremata ad Sectionem I. Geometricæ pertinentia. Solten die Demonſtrationes an-

anfänglich einem Lehr-begierigen doch noch zu ſchwehr fallen, ohnerachtet ich ſie ſo deutlich geſetzet, daß um der Deutlichkeit willen den rigorem Mathematicum zuweilen auſſen gelaſſen habe, ſo ſtehet jedem frey, auch wohl nur die Theoremata zu leſen und die Demonſtrationes bis zur Zeit einer mehrern Uberlegung hinweg zu laſſen.

CAPUT III.

Von denen Problematibus der Euthymetriæ auf dem Papier an geraden Linien.

Problema I.

Von einem gegebenem Puncto A. auf ein anderes gegebenes Punct B. eine Lineam rectam zu ziehen.

Reſolutio.

I. Leget ein accurates Lineal EF. an die beyde gegebene Puncta AB. richtig an. Vid. Fig. 12. Tab. III.

II. Ziehet entweder mit einem Griffel, oder mit Bleyweiß, oder mit einer Reiß-Feder von A. auf B. nach dem Lineal eine Linie; ſo iſt die recta gezogen.

Scholion I.

Am allererſten muß man darauf ſehen, ob auch das Lineal recht gleich ſey. Dieß probiret man alſo: Ziehet eine blinde Linie nach dem Lineal AB. wendet das Lineal um, daß B in A. komme, und ſehet ob das Lineal mit der gezogenen Linie übereinkomme: Trifft es ein, ſo iſt das Lineal richtig, wo nicht, ſo muß es corrigiret werden.

Scholion II.

Unter denen Linealen ſind die Elffenbeinerne und Eben-höltzerne die beſten, denn ſie laſſen ſich nett poliren, daß die Unreinigkeiten nicht ſo leicht daran hangen bleiben, und leyden auch eher eine accurate gerade Linie daran zu hohlen, als die von weichen Holtz, welche mit ihren poris und fibris gar viel Veränderung machen. Die meſſingerne, ſilberne und andere metallene Lineals ſind zwar dauerhafft, alleine ſie ſchmutzen gar ſehr und wird man keinen netten Riß mit ſolchen zu Stande bringen.

Scholion III.

Unter denen Schreib-Federn, die man gebrauchet, ſind die Raben-Federn die beſten, theils weil ſie zart ſind und deſto weniger Dinte annehmen, theils weil ſie hart ſind und ſich deſto beſſer ſpitzen laſſen.

Scholion IV.

Will man ſaubere Linien ziehen und alſo reine zierliche Riſſe verfertigen, ſo muß man 1.) keine gemeine Dinte, ſondern von dem beſten Indianiſchen Tuſch nehmen. 2.) Solche Reiß-Federn gebrauchen, die zart ausgeſchliffen und deren eines Blat ſich in einem Gewind überbiegen läſſet, um von innen die Reiß-Feder, ſo offt es Noth thut, recht ſäubern und ſchleiffen zu können. 3.) Muß das Papier fein zart und doch ſteiff, weiß und ohne Stein und andere Ungleichheiten ſeyn. 4.) Will erfordert werden, das Papier auf ein gehöriges Reiß-Bret aufzuziehen, damit es ein wahres Planum mache, denn ſonſt werden manche Linien zu kurtz, andere zu lang, andere krumm werden. 5.) Soll ſich ein Anfänger gewöhnen die Circul-Spitzen nicht zu tieff in das Papier zu drücken, denn ſonſt giebt es Löcher, da doch ein guter Riß nicht eine durchs Papier gegangene Circul-Spitze haben darff. 6.) Gewöhne man ſich bey Zeiten die Circul bey ihren Köpffen oben anzufaſſen, weil ſonſten ihre Oeffnungen gar leicht verdrücket werden, wenn man ſie bey denen cruribus antaſtet. 7.) Die blinde Linien, welche in einem Riß zu zeichnen vorkommen, werden mit Engliſchen Bley gezogen, ſo ſubtil als möglich, denn dieſe kan man, zuletzt mit Semmel-Brodt wieder heraus wiſchen. Einige ziehen die blinde Linien bloß mit einem meſ-

meſſingenen Griffel, allein man verderbt die Augen zu viel darbey.

Problema II.

Zu einer gegebenen Linie eine andere Lineam parallelam in gegebener Weite zu ziehen. Tab. III. Fig. 13.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Weite ab. mit einem Hand-Circul und ſetzet den einen Circul-Fuß in die gegebene Linie cd. wo ihr wollet ex. gr. in e. und ziehet einen blinden Bogen gk.

II. Thut dieſes noch an verſchiedenen Orten in 1. 2. 3. und ziehet allenthalben Bögen.

III. Leget ein Lineal an die Bögen alle alſo, daß es bloß die Bögen oben berühre, und ja nicht durchſchneide. Ziehet endlich die Linie h. 1. 2. 3. f. ſo iſt die parallel-Linie gezogen hf.

Scholion.

Hieher gehöret das Theorema V. capitis præcedentis, welches die demonſtrationem hat, warum man jetzo in dieſem problemate mit der gegebenen diſtanz die Bögen aus der gegebenen Linie cd. ziehet. Es gehöret auch hauptſächlich hieher das Corollarium III. Theorematis VIII.

Problema III.

Durch einen gegebenen Punct eine Linie zu ziehen, die mit einer anderen gegebenen Linie parallel lauffe. Vid. Tab. III. Fig. 14.

Reſolutio.

I. Das Punctum ſey C. die gegebene Linie ab. ſetzet den Circul in c. und verſuchets mit auf und zuthun deſſen ſo lange, bis ihr einen Bogen ziehen könnet, der die Linie ab. in x. berühre, aber nicht durchſchneide.

II. Behaltet dieſe Weite deß Circuls und ſetzet in der gegebenen Linie a b. damit ein in 1. 2. 3. und ziehet oberhalb Bögen I. II. III.

III. Leget zuletzt das Lineal an das gegebene Punct c. alſo an, daß die Bögen alle in der Mitte zugleich berühret werden, und ziehet eine Linie, ſo iſt durch das gegebene Punct c. ein parallela mit a b. gezogen.

IV. Oder öffnet den Circul nach Belieben, ſetzet das eine crus in den gegebenen Punct a. Fig. 15. Tab. III. und ſehet wo das andere crus auf der gegebenen Linie c d. einfalle, ex. gr. in x. ziehet aus a. durch x. auf die Linie c d. einen Bogen x o. Laſſet den Circul in dieſer Oeffnung und ſetzet den einen Fuß in x. und ziehet den andern Bogen a c. auf die Linie c d. traget die Weite a c. in den andern Bogen o x. und ziehet durch a und o. eine Linie, welche parallel mit c d. gehen wird.

Problema IV.

Zu einer gegebenen Linie a b. und einem gegebenen Punct c. der über die Linie hinaus ſtehet, eine parallelam zu ziehen. Fig. 16. Tab. III.

Reſolutio.

I. Verlängert die gegebene Linie a b. mit einer blinden Linie b c.

II. Verfahret alsdann nach dem problemate præcedente III. ſo wird ſich die parallela geben.

III. Oder reiſſet durch den gegebenen Punct x. Fig. 12. Tab. III. auf die Lineam datam a b. eine willkührliche Linie, nur nicht gar zu ſchieff: dieſe ſey x e. machet den Circul in beliebiger Oeffnung auf, ſetzet ihn in e. und ziehet den Bogen a. p. ziehet mit eben

eben dieſer Circul-Oeffnung aus a. den Bogen e o. traget a s. aus e. in t. und ziehet die zweyte blinde Linie a m. Leget das Lineal an x und m, ſo wird ſich die parallela mit a b. ziehen laſſen, wenn man letztlich e x. aus a in m. trägt.

IV. Oder noch compendieuſer machet es alſo: Oeffnet den Circul nach Belieben, ſetzet den einen Fuß auf das Ende der gegebenen Linie a b. Fig. 18. Tab. III. und reiſſet damit einen Bogen in die Linie bey d. ſetzet den Circul mit eben dieſer Oeffnung in den gegebenen punct c. und reiſſet oberhalb den Bogen e. Hierauf nehmet die Weite zwiſchen b c. und ſchneidet mit dieſer aus d. den Bogen e in f. und ziehet durch f und c. eine Lineam, welche parallel ſeyn wird mit der gegebenen a b.

Scholion.

Bey Parallel-Linien gehöret groſſer Fleiß anzuwenden, ſonſt giebt es gleich groſſe Unrichtigkeiten.

Problema V.

Durch Hülffe eines Parallel-Lineals zu jeden gegebenen Linien parallelas zu ziehen, ſo viel man will.

Reſolutio.

I. Am allererſten iſt nöthig ein gut Parallel-Lineal zu haben: Es beſtehet ſolches aus zwey an einander geheffteten Linealen, welche ſich auf unterſchiedliche Diſtanzen alſo von einander ſchieben laſſen, daß ſie dennoch immer in gleich weiten Abſtand von einander bleiben, wie in dem Scholio dieſes Problematis ſoll gewieſen werden.

II. Wenn man nun ein ſolches Parallel-Lineal hat, vid. Tab. III. Fig. 19. ſo leget man dieſes an die gegebene Linie accurat an, drücket mit einer Hand das untere Lineal a b. feſt auf das Papier, mit der andern Hand ſchiebet man das andere Lineal c d. ſo weit fort, als weit die zukünfftige Linie von der gegebenen, parallel abſtehen ſoll, ſo kan man die parallelam ziehen.

III. Wolte oder ſolte man mehrere parallelas ziehen, ſo giebt ein jedes Verrucken des obern Lineals, wenn das untere feſt aufgedrücket wird, eine neue parallelam.

Scholion.

Die Parallel-Lineale werden am beſten aus Ebenholtz gemachet, die Queer-Bänder aber aus doppelten Feder-hart geſchlagenen Meſſing verfertiget; Die Nägelein, mit welchen ſie an die höltzerne Lineal angenüthet werden, müſſen figuræ conicæ ſeyn, damit man durch einen eintzigen Schlag ihnen immer nachhelffen kan, wenn durch täglichen Gebrauch dieſelbe ſolten wacklend werden. Die meſſingene Bänder ſelbſt aber müſſen einerley Länge ſeyn, und alſo an die Lineal geſchlagen werden, daß ſie ſich in æquali diſtantia nach Belieben von einander ſchieben laſſen. Tab. III. Fig. 19. iſt ein ſolch parallel-Lineal zu ſehen.

Problema VI.

Durch Hülffe eines recht-wincklichten Drey-Ecks: alle parallelas zu ziehen.

Reſolutio.

I. Machet von Ebenholtz, oder andern Indianiſchen Holtz, ein recht-wincklichtes Drey-Eck. a b c. Vid. Fig. 20. Tab. III.

II. Leget dieſes auf die gegebene Linie c d. alſo an, daß die Baſis des Drey-Ecks a b. auf c d. accurat zu ſtehen komme.

III. An

III. An die hypothenuſam dieſes Drey-Ecks a c. leget ein accurates Lineal an, e f. und behaltet mit der einen Hand dieſes Lineal unbeweglich.

IV. Rücket alsdann das Drey-Eck von der gegebenen Linie c d. ſo weit hinweg, als weit die künfftige parallela abſtehen ſoll, ſo könnet ihr nicht nur dieſelbe, ſondern ſo viele als ihr wollet, bey jeder Verrückung des Drey-Ecks ziehen, ſo lange das Lineal e f. feſt gehalten wird: Denn weil allezeit y = x. bleibet, ſo müſſen auch alle Linien mit c d. parallel bleiben.

Scholion.

Zu krummen Linien, oder eingebauchten Linien parallelas zu ziehen, will etwas mehr Arbeit haben. Meiſtens kommt es darauf an, daß man wiſſe zu allen Krümmen und Bögen ihre Centra zu finden. Bey gantz irregulairen Linien aber werden andere inſtrumenta und Vortheile erfordert, die hier anzuführen unnöthig ſind.

Problema VII.

Auf einem gegebenen Punct einer gegebenen Linie eine perpendicularem aufzurichten.

Reſolutio.

I. Es ſeye das punctum a. die Linie d b. Fig. 1. Tab. IV. ſo öffnet den Circul nach Gutdüncken und ſetzet den einen Fuß in a. und mit dem andern bemercket lincks und rechts die ſpatia c und f. Tab. IV. Fig. 1.

II. Oeffnet den Circul etwas weiter und ziehet aus c und f. Creutz-weiß ſich zwey-ſchneidende Bögen in g.

III. Werdet ihr aus g in a. eine Linie herunter ziehen, ſo wird ſolche perpendicular auf d b. ſtehen,

das iſt, die beyden Winckel x und o. werden rechte Winckel ſeyn.

Problema VIII.

Wenn das Punct a. auſſerhalb der gegebenen Linie b c. ſtünde, die perpendicularem auf die Linie fallen zu laſſen.

Reſolutio.

I. Setzet den einen Fuß des Circuls in das gegebene punct a. Fig. 2. Tab. IV. mit dem andern Fuß, durchſchneidet linckst und rechts die gegebene Linie in o und u.

II. Machet den Circul weiter auf und ziehet aus o und u. Creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen in h.

III. Ziehet durch h. und das gegebene punct a. eine Lineam herunter, bis auf b c. ſo iſt die perpendicularis gefunden.

Problema IX.

Auf das Ende einer gegebenen Linie eine perpendicularem aufzurichten.

Reſolutio.

I. Nehmet eine beliebige Oeffnung deß Circuls und ſetzet den einen Fuß in das Ende der Linie a. Fig. 3. Tab. IV. wo der perpendicul aufgerichtet werden ſoll: Ziehet aus a. den halben Circul d o. ungefehr.

II. Stellet den Circul mit unverruckter Oeffnung in d. und traget dieſe Weite in den halben Circul fort in e. und ziehet über ſich einen kleinen Bogen.

III. Traget eben dieſe unverruckte Circul-Oeffnung aus e. fort in f. und ziehet aus f. den andern oben Creutz-weiß ſich in g. ſchneidenden kleinen Bogen,

gen, ſo wird von g. auf a. eine perpendicularis können herunter gezogen werden.

Scholion.

Dieß Problema iſt gar wohl zu mercken, denn es kommt häuffig vor, daß man an dem Ende einer Linie ſoll ein perpendicul aufrichten: Nun hat man zwar den Vortheil, daß man durch Hülffe derer Winckel-Hacken, item derer Transporteur, item derer recht-wincklichten hölzernen Drey-Eck, auch perpendiculares aufrichten kan; allein, da man theils nicht allemal ſolche Inſtrumenta bey ſich hat, theils nicht allezeit weiß, ob ſie accurat genug, ſo iſt es am beſten, man mache ſich dieſes Problema bekandt, als durch welches man alle perpendiculares aufrichten kan, auf dem Papier, wenn das Punct auf der Linie gegeben.

Problema X.

Auf eine gegebene Linie za, aus einem gegebenen punct b. nahe oder dem Ende, oder gar hinter der Linie in d. eine perpendicularem aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Setzet den einen Fuß des Circuls in a. Tab. IV. Fig. 4. und öffnet den Circul mit dem andern crure bis an das gegebene punct b. oder d. und ziehet damit einen Bogen bc. oder dc.

II. Wo dieſe Circul die gegebene Linie durchſchneiden in x. und u. da ſetzet den einen Circul-Fuß ein, und traget die Weite ud. herunter in uc. und die Weite xb. herunter in xc.

III. Ziehet bc. und dc. zuſammen, ſo ſind die verlangte perpendiculares nahe bey dem Ende der gebenen Linie, und hinter der gegebenen Linie gezogen.

Problema XI.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls eine perpendicularem auf eine gegebene Linie zu ſtellen.

Reſolutio.

I. Es ſey die gegebene Linie A B. Tab. IV. Fig. 5. das punctum worauf das perpendiculum fallen ſoll ſey C. ſo nehmet von C. gegen A. ein willkührliches Stück der Linie cx. traget ſolches auf die Lineam Arithmeticam transverſim von 30. zu 30.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 40. zu 40. und ziehet damit einen Bogen aus C. oben in D.

III. Nehmet ferner die Weite von 50. zu 50. auf dem unverruckt gebliebenen Proportional-Circul, und ſchneidet damit aus x. den zweyten Creutzweiß-gehenden Bogen bey D. ſo iſt die perpendicularis gefunden, wenn man von D. auf C. eine Linie herunter ziehet.

Scholion.

So machet man es nun mit allen perpendicular-Linien, und gehet geſchwind auf dem Proportional-Circul. Der Grund aber beruhet auf dem problemate Pythagorico, daß in einem recht-winckligten Triangul das quadratum hypothenuſæ gleich ſey, denen beyden quadratis von der Baſe und Catheto, welches in der Sectione II. Geometriæ klahr wird dargethan werden.

Problema XII.

Den Proportional-Circul alſo zu öffnen, daß die beyden Lineæ Arithmeticæ auf denen zwey Schenckeln einen rechten Winckel machen, und alſo perpendicular auf einander ſtehen.

Reſo-

Resolutio.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul, directe von Centro aus die Weite bis 50. auf dem Proportional-Circul.

II. Stellet dieſe weite Oblique auf den einen Schenckel in 30. auf den andern Schenckel in 40. ſo iſt die Linea Arithmetica in einem angulo recto eröffnet.

Scholion I.

Es beruhet der Grund wieder auf dem Problemate Pythagorico. Wenn die Baſis trianguli 3. der Cathetus 4. und die Hypothenuſa 5. iſt, dafür man auf dem Proportional-Circul 30. 40. 50. annimmt, ſo geben dieſe Latera einen rechtwincklichten Triangul, und ſind Latera ſolcher Quadratorum, da das Quadratum hypothenuſæ gleich iſt dem Quadrato catheti und Baſis zuſammen genommen.

Scholion II.

Nun komm ich auf die Zertheilung derer geraden Linien, da iſt nun zum Voraus zu mercken: Ein anders iſt eine *Linie* zu zertheilen; ein anders, eine *Linie* zu meſſen; ein anders, einige *Linien* zu *proportioni*ren. Erſtlich das Zertheilen einer *Linie* iſt eine ſolche Zergliederung derſelben, da ſie in unterſchiedliche gleiche oder ungleiche Theile zerſchnitten wird, nachdeme man es verlanget, und ohne auf eine Proportion zu ſehen. Zweytens, das Meſſen einer Linie iſt eine Zertheilung deren in lauter gleiche obgleich kleinere und eine gleiche Proportion untereinander habende Theile. Drittens das *proportioni*ren einiger Linien iſt, wenn man einige Linien alſo zergliedert, daß ein jeder Theil mit dem andern in einer gewiſſen ratione ſtehen muß, und viele Linien ein gewiß Verhältniß gegen einander haben. Auf ſolche Weiſe hoffe einem Anfänger alles am leichteſten begreiflich zu machen.

Problema XIII.

Eine gegebene Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Reſo-

Reſolutio.

Tab. IV. Fig. 6. I. Machet es wie in der Aufrichtung eines Perpendiculs. Nehmet eine beliebige Circul-Oeffnung an, und ziehet aus dem einem puncto a. der gegebenen Linie a b. oben und unten Bögen c. und d. ziehet aus dem puncto b. die zweyten oben und unten ſich ſchneidende Bögen.

II. Ziehet entweder c und d. zuſammen, oder leget nur ein Lineal an und bemercket das punct e. auf der Linea a b. ſo iſt ſolche in 2. gleiche Theile zerſchnitten.

III. Wolte man c b. wieder in zwey gleiche Theile in x. theilen, ſo machet es eben wieder alſo, und wenn x b. wieder in 2. gleiche Theile gehen ſolte, ſo würde es eben die Arbeit wieder ſeyn.

Scholion I.

Tab. IV. Fig. 7. Wäre die Linie länger, als man den Circul aufthun könte, Bogen damit zu ſchneiden, ſo ſchneidet nur von der gegebenen Linie aus a. und b. Stücker, mit einerley Circul-Oeffnung hinweg, a o. und b u. und procediret alsdann aus o und u. nach dem Problemate, ſo wird auch die gröſte Linie dennoch in 2. gleiche Theile können getheilet werden.

Scholion II.

Tab. IV. Fig. 8. Solte die zu zertheilende Linie am Ende des Papiers ſtehen, alſo, daß man unter ſich keine Creutzweiß gezogene Bögen ziehen könte. So machet nur oben herunter zwey Creutz-weiß gezogene Bögen mit zweyerley Circul-Oeffnung unter einander ſtehend, und ziehet durch die puncta der Bögen eine blinde Linie auf die gegebene Linie, ſo wird ſolche auch in 2. gleiche Theile zergliedert werden können.

Proble-

Problema XIV.

Eine gegebene Linie auf dem Proportional-Circul augenblicklich in 2. gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie ab. Tab. IV. Fig. 6. traget ſie auf die Lineam partium æqualium von 100. auf 100. oder 50. auf 50. transverſim.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 50. zu 50. wenn ſie in 100. getragen worden, oder von 25 zu 25. wenn ſie in 50. eingetragen geweſen: So iſt dieſe Weite die Helffte, welche die gegebene Linie accurat in zwey gleiche Theile theilen wird.

Scholion.

Man mag eine angegebene Linie in eine Zahl der Liniæ Arithmeticæ tragen, in welche man will, ſo giebt die Helffte deren in dem eröffneten Prop. Circul die Eintheilung der Linie in 2. gleiche Theile, und gehet dieß ſehr behend.

Problema XV.

Eine gegebene Linie in ſo viel gleiche Theile zu theilen, als man will, oder ſoll.

Reſolutio.

I. Es ſey die Linea ab. Tab. IV. Fig. 9. dieſe ſoll in 5. gleiche Theile getheilet werden: So ziehet eine Linie, ſo lang ihr wollet hi. und traget darauf 5. gleiche Theile mit willkührlicher Circul-Oeffnung. 1. 2. 3. 4. 5.

II. Setzet den Circul in h. und ziehet aus i. einen willkührlichen Bogen L I.

III. Traget nunmehro aus I. gegen L. die gegebene Linie ab. in m.

IV.

IV. Ziehet h m. zuſammen und traget mit dem Circul die Weite h 1. in h I. die Weite h. 2. in h. II. die Weite h. 3. in h. III. &c. So wird die erſte Diſtanz 1 I. die Weite ſeyn mit welcher die gegebene Linie a b. in 5. gleiche Theile zertheilet werden kan. Da nun 1 I. iſt $\frac{1}{5}$. vom m I. ſo muß 2. II. auch $\frac{2}{5}$. und 3. III. auch $\frac{3}{5}$. und 4. IV. auch $\frac{4}{5}$. von m I. ſeyn, mithin wird 5. V. ſeyn $\frac{5}{5}$. das iſt die gantze Linie a b = m I in 5. gleiche Theile getheilet wie begehret worden.

Scholion.

Man mercke dieß Problema wohl, denn es hat einerley Fundament mit dem Proportional-Circul ; Nur daß in dem Proport. Circul ſchon viele ſolche Linien auf einmal getheilet zu finden ſind. Bildet euch ein h i. Tab. IV. Fig. 9. wäre der eine Schenckel, und h m. der andere Schenckel des Proportional-Circuls: Nun ſind auf jeden Schenckel in der Linie, die man Arithmeticam heiſſet, gleiche Theile willkühr⸗lich bis auf 200. eingetragen. Nachdem nun die gegebene Linie groß oder klein iſt, die man zertheilen ſoll, nachdem wird der Winckel groß oder klein, den der Proportional-Circul machen wird, wenn man die gegebene Linie aus i gegen L. tragen muß, aus der Zahl nemlich, in wie viel Theile man die Linie theilen ſoll, mithin proportioniret das Auf- und Zuthun des Proportional-Circuls auch zugleich die Weiten, daß die erſte Diſtanz von i. zu i. den erſten Theil allezeit giebt, nach welchen die gegebene Linie in die begehrte Theile zergliedert werden kan. Es iſt gewiß: Wer dieſem problemati recht nachdencket, der wird den Grund des Proportional-Circuls bald einſehen.

Problema XVI.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls eine gegebene Linie in unterſchiedliche gleiche Theile zu zertheilen.

Reſo-

Reſolutio.

I. Es ſoll die Linea c d. in 5. gleiche Theile Tab. IV. zertheilet werden: So nehmet die Fig. 10. Weite c d. und ſuchet eine beliebige Zahl, welche durch 5. kan dividiret werden, daß nichts übrig bleibt, und je gröſſer dieſe Zahl, je beſſer es iſt, ex. gr. 100. deren fünffter Theil nun iſt 20.

II. Traget demnach c d. in 100. auf den Proportional-Circul transverſim, und nehmet mit dem Hand-Circul, die Weite von 20. zu 20. mit unverruckt-gebliebener Oeffnung deß Proportional-Circuls, ſo giebt dieſe Weite einen Theil, dergleichen fünff in die gegebene Linie gehen werden.

III. Geſetzet es hätte die Linie e f. Tab. IV. Fig. 11. ſchon 72. Schuh darein ſie getheilet wäre: Ich ſolte 72. Schuh in 8. gleiche Theile zergliedern, ſo nehmet die Linie, ſtellet ſie transverſim aus 72. in 72. und theilet ſolche geſchwind durch die Rechnung, giebt ein Theil 9. Demnach nehmet unverrückt die Weite zwiſchen 9. und 9. ſo giebt dieſe die Länge zu einem Theil dergleichen 8. Theil dieſe 72. Schuh der Linie e f. geben.

Scholion I.

Es iſt dieß gantz ein unausſprechliches Compendium, da man ſonſten mit vielerley Mühe und Zeit-Verderbniß die gleichwohlen beſtändig fürkommende Zertheilungen derer Linien anſtellen muß, gehet dieß auf dem Proportional-Circul augenblicklich und ſo anmuthig, daß junge Leute eine rechte Freude darüber haben müſſen. Geſetzt ich hätte eine Linie x o. vid. Tab. IV. Fig. 12. Ich ſolte dieſe in 3. gleiche Theile theilen; ſo ſuche eine Zahl, welche ſich commod durch 3. dividiren

diren läſſet: Dieſe ſey 60. das Drittel davon iſt 20. dem-nach ſetze ich die Linie xo. in 60. transverſim auf die Lineam Arithmeticam, und nehme mit unverruckten Proportional-Circul die Weite von 20. zu 20. durch einen Hand-Circul, ſo wird ſolche den dritten Theil der Linie xo. abgeben. Geſetzt es ſolte eben dieſe Linie xo. in 10. Theile getheilet werden, ſo ſetzet die Linie xo. in 100. auf 100. transverſim, denn 100. läſſet ſich mit 10. gut dividiren. Nehmet die Weite von 10. zu 10. ſo giebt dieſe einen Theil der Linie xo. dergleichen 10. hinein gehen. Geſetzt eben dieſe Linie müſte in 7. Theil getheilet werden: Traget nur xo. in 70: denn dieſe Zahl läſſet keinen Bruch, wenn ſie durch 7. dividiret wird: das iſt, ſtellet den Hand-Circul in der Weite xo auf die Lineam Arithmeticam in 70. und 70. und nehmet die Weite von 10. zu 10. ſo könnet ihr damit dieſe Linie xo. in 7. gleiche Stücke zertheilen.

Scholion II.

Wenn die zum Zertheilen angegebene Linie gar zu lang wäre, daß man ſelbige nicht auf den Proportional-Circul anbringen könte, ich meyne daß die Schenckel ſich nicht ſo weit von einander gäben, ſo nimmt man die Helffte, oder das Viertel derer, und procediret nach dem Problemate. Zuletzt nimmt man hernach das duplum oder quadruplum eines Theils, und träget es durch die gantze Linie hinaus, ſo wird auch die gröſte Linie zertheilet werden können.

Problema XVII.

Auf eine andere Art eine gegebene Linie ab in ſo viel gleiche Theile zu theilen als verlanget wird.

Reſolutio.

Tab. IV. Fig. 13. I. Ziehet eine Linie ſo lange ihr wollet ed, und traget darauf mit beliebiger Circul-Oeffnung ſo viel Theile, als in viele die Linie ab. zertheilet werden ſollen, ex. gr. hier in 8.

II. Neh-

II. Nehmet die 8. freywillig-geſetzte Theile zuſammen und richtet damit einen gleich-ſeitigen Triangul c x 8. auf, das iſt, ſchneidet aus c. und 8. mit der Weite c. 8. oben in x. ſich Creutz-weiß-ſchneidende Bögen und machet den Triangul.

III. Traget hierauf die gegebene Linie a b. oben aus der Spitze des Triangulś x. auf die beyden Latera herunter a b.

IV. Ziehet aus x. auf 1. 2. 3. 4. &c. Lineas rectas herunter, ſo wird zugleich a b. auch in 8. gleiche Theile zerſchnitten werden.

V. Oder man ziehet nur die erſte Linie x 1. herunter, ſo giebt b 1. einen Theil, den man hernach mit dem Hand-Circul noch ſiebenmal fort bis in a. tragen darff.

Problema XVIII.

Ein curieuſes Inſtrument zu machen, durch deſſen Hülffe, im Fall man keinen Proportional-Circul zur Hand hat, und gleichwol vielmahlen in einer Arbeit Linien theilen ſoll, alle Linien dennoch behend in gleiche Stücker zergliedert werden können.

Reſolutio.

I. Machet auf ein plan meſſingernes Täffelein zwey Lineas parallelas a b. und c d. vid. Tab. IV. Fig. 14. ſo weit von einander ſtehend, als euch zu eurer vorhabenden Arbeit gut düncket, um alle Linien darzwiſchen hinein tragen zu können.

II. Traget auf beyde, mit einerley willkührlicher Circul-Oeffnung, ſo viel gleiche Theile, als ihr wol-

let, oder glaubet nöthig zu haben, und hänget die Theilungs-Puncta durch parallelas zuſammen, ſo iſt das Inſtrument fertig.

III. Geſetzt man ſolte nun die Linie x v. in 5. gleiche Theile theilen, ſo nehmet mit dem Hand-Circul die Weite der gegebenen Linie x v. ſetzet den einen Circul Fuß auf die erſte Linie des Inſtruments in x. und den andern Circul-Fuß ſtellet in die fünffte Linie, wo er ſolche berühret in v. da ziehet x v. auf dem Inſtrument zuſammen, ſo iſt die Linea data in 5. gleiche Theile getheilet.

IV. Geſetzt man ſolte die Linie n m. in 10. gleiche Theile zerſchneiden, ſo traget dieſelbe nur in dieß Täffelein aus der unterſten Linie i. in n. und rucket mit dem Circul, der in der Weite der gegebenen Linie offen ſey, hinauf, bis ihr die zehende Linie berühret in m. Ziehet n m. zuſammen, ſo iſt die Linea data in 10. Theile getheilet.

Problema XIX.

Eine gegebene Linie nach einer andern gegebenen und ungleich getheilten Linie, in eben ſolcher Proportion, zu theilen.

Reſolutio.

I. Es ſey a b. Tab. V. Fig. I. die in ungleichen Theilen beſtehende Linie; c d. ſey die andere Linie, welche nach der erſtern in Proportione ſoll getheilet werden.

II. Ziehet eine beſondere Linie e f. und traget darein die gegebene Linie a b. nach allen ihren ungleichen Theilen 1. 2. 3. 4. 5. 6.

III. Nehmet 1. 6. als die Weite der gantzen Linie a b.

ab. und machet damit einen gleich-ſeitigen Triangul, wie Problemate XVII. gewieſen worden, ix6.

IV. Traget hierauf die gegebene andere Linie cd. aus x. auf die beyden Latera des Trianguls in e. und d. und ziehet von x. auf alle ungleiche Theile der Linie ef. Linien herunter, ſo werden ſolche zugleich auch die Lineam cd. nach eben der proportione zertheilen.

Scholion.

Es iſt hier die Rede noch nicht von Proportionirung derer Theile in denen Linien, nach der Proportione Geometrica, ſondern nur überhaupt davon, wenn eine Linie in gewiſſe ungleiche Theile getheilet wäre, eine andere kleinere oder gröſſere auch darnach einzutheilen. Dahero mercke man nur noch dieſes, wenn ex. gr. cd. gröſſer wäre als ab. ſo machet man gleichwohlen den gleich-ſeitigen Triangul ix6. und an ſtatt daß man hernach cd. gegen die Spitze des Trianguls einträget, ſo verlängert man die Latera x1. und x6. ſo lange, bis die gegebene Linie cd. aus x. herunter in beyde Latera kan getragen werden, und ziehet alsdann aus x. durch alle Theilungs-puncta Linien, ſo wird auch die gröſſere gegebene nach dieſer Art eingetheilet werden.

Problema XX.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls eine gegebene Linie in unterſchiedliche ungleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Es ſey die Linie ab. Tab. V. Fig. 2. dieſe ſolte einen Theil in ac. den andern Theil in cd. und den dritten Theil in db. bekommen, und zwar alſo, daß ac 3. ſolcher Theile groß würde, dergleichen cd. vier Theile und db. fünff Theile haben müſte.

II. Addiret demnach die Zahlen der drey ungleichen Theile / darinnen die Linie a b. zertheilet ſtehen ſoll, nemlich 3. 4. 5. die Summa wird ſeyn 12.

III. Multipliciret dieſe Summam 12. mit einer beliebigen und commoden Zahl, 10. giebt 120.

IV. Multipliciret auch die einzele Zahlen 3. 4. 5. als die Stücker, darein die Linie zertheilet werden ſoll, mit eben der Zahl 10. ſo ſind die Producta 30. 40. 50.

V. Nunmehro nehmet die gegebene Linie a b. und ſtellet ſolche transverſim auf die Lineam Arithmeticam in 120. und 120. und nehmet mit einem Hand-Circul, auf dem unverrückten Proportional-Circul, die Weite zwiſchen 30. und 30. ſo giebt dieſe die drey Theile a c.

VI. Nehmet ferner die Weite zwiſchen 40. und 40. welche die verlangte vier Theile c d. abſchneiden wird. Endlich nehmet die Weite zwiſchen 50. und 50. ſo wird dieſe mit dem letzten Reſt der Linie d b. überein treffen, und 5. ſolche Theile geben, dergleichen a c. drey und c d. vier Theile hat, denn nehmet ihr die Weite von 10. zu 10. ſo wird ſolche dreymal in a c. viermal in c d. und 5-mal in d b. gehen.

Problema XXI.

Auf dem Proportional-Circul den Bruch einer Linie vorzuſtellen.

Reſolutio.

I. Es ſey gegeben die Linie a b. Tab. V. Fig. 3. Ich ſoll $\frac{3}{4}$. derſelben abſchneiden, ſo multipliciret den Zehler und Nenner des Bruchs mit einer beliebigen

gen Zahl, damit man nicht zu nahe bey dem Centro die Diſtantias nehmen darff, und welche gleichwohlen auch die Lineam Arithmeticam nicht überſteige: Ex. gr. Multipliciret $\frac{3}{4}$. durch 50. den Zehler und Nenner, kommt 150. 200. das iſt $\frac{150}{200}$.

II. Nun ſtellet die Lineam a b. transverſim zwiſchen 200. und 200. und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen 150. ſo wird dieſe die Linie a b. in 2. ſolche Theile zerſchneiden, daß c b. $\frac{3}{4}$. der gantzen Linie iſt: Das iſt, wenn man a c. in c b. träget, wird es dreymal hinein gehen.

III. Solte die Linea Arithmetica nicht auf 200. ſich erſtrecken, ſo multipliciret den Nenner und Zehler des Bruchs $\frac{3}{4}$. mit 25. kommt $\frac{75}{100}$. Stellet die Linie a b. in 100. und nehmet die Weite 75. transverſim, ſo giebt ſolche auch $\frac{3}{4}$. der Linie a b.

Scholion.

Man mag demnach von einer Linie vor ein Stück haben wollen, welches man fordert, ex. gr. $\frac{2}{5}$. oder $\frac{3}{7}$. oder $\frac{4}{8}$. ꝛc. ſo kan man alſobald, durch Hülffe dieſes problematis, daſſelbe finden und hinweg ſchneiden.

Problema XXII.

Wenn eine gerade Linie gegeben worden, welche ſchon in ihre gewiſſe Theile getheilet zu ſeyn præſupponiret würde, wie man auf dem Proportional-Circul ein kleines Stück von etlichen gleichen Theilen derſelben abſchneiden ſolle.

Reſolutio.

I. Ich hätte eine Linie cd. Tab. V. Fig. 4. dieſe hielte 120. Ruthen, ohnerachtet ſie eben nicht nach allen Ruthen die Eintheilungs-Puncta darauf ſtehend hätte. Von dieſer ſolte ich 11. Ruthen abſchneiden: So nehmet mit dem Hand-Circul die Länge der 120. Ruthen cd. und traget ſie auf den Proportional-Circul in die Lineam Arithmeticam von 120. auf 120. transverſim.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 11. zu 11. und ſchneidet mit ſolcher das Stück de. von cd. der gegebenen Linie ab, ſo werden es juſt 11. Ruthen ſeyn; das iſt, wenn man die gantze Linie cd. in 120. gleiche Theile theilen würde, ſo würden de. 11. ſolche Theile ausmachen.

Scholion.

Es giebt auch noch unterſchiedliche andere Geometriſche Arten, Linien in allerhand gleiche und ungleiche Theile zu theilen; Allein wer den Proportional-Circul verſtehet, der wird gewiß alle andere Methoden bey Seit legen, und behend durch dieß Inſtrument alle Eintheilungen derer Linien bewerckſtelligen. Noch einen einigen Modum muß ich anführen, weilen dieſer das Fundament zeiget, aus welchem die Geometriſchen Maaß-Stäbe gemachet und nach welchen die Linien pflegen gemeſſen zu werden.

Problema XXIII.

Eine jede gegebene Linie durch einen vortheilhafftigen Weg in gleiche kleinere Theile zu zertheilen.

Reſo-

Reſolutio.

I. Es ſey die gegebene Linie e f. Tab. V. Fig. 5. reiſſet aus einem Ende deren e. eine ſchieffe Linie, willkührlichen Winckels, hinauf, e g.

II. Ziehet aus dem andern puncto f. eine parallelam mit e g. welche ſey f h.

III. Oeffnet hierauf den Circul in der Weite, als ihr glaubet füglich mit zuzureichen, und traget ſolche Oeffnung ſo vielmal aus f. in f h. und aus e. in e g als viel Theile die gegebene Linie e f. bekommen ſoll, ex. gr. 5.

IV. Hänget hierauf die Theilungs-Puncta durch Linien zuſammen, ſo werden dieſe Linien zugleich auch die Lineam datam e f. in ſo viel gleiche Theile zerſchneiden, nemlich in 5.

Scholion I.

Man mercke dieſes, indeme die gegebene Linie e f. auf ſolche Art in 5. gleiche Theile getheilet worden, ſo iſt auch zugleich die Linie f 1. in 5. gleiche Theile zerſchnitten, denn 5 a. iſt $\frac{1}{5}$. von f 1. mithin 4. b. iſt $\frac{2}{5}$. und ſo 3. c. iſt $\frac{3}{5}$. und 2. x. iſt $\frac{4}{5}$. mithin f 1. iſt $\frac{5}{5}$. das iſt, ſie iſt in 5. gleiche Theile zertheilet: Denn weilen die Linien 5 a. 4 b. 3 c. 2 x. f 1. lauter parallelæ ſind, ſo giebt es auch lauter Triangula von einerley Winckel, und dahero auch von proportionirten Seiten, wie Sectione II. deutlich wird gewieſen werden.

Corollarium.

Demnach kan ich durch dieſen Vortheil eine kleine Linie in ſo viel gleiche Theile theilen, als man will, da ſolches ſonſt mit allen Circuln und Linealen unmöglich wäre.

Ex. gr. Ich hätte die Linie m n. dieſe ſolte in 24. gleiche Theile zertheilet werden, ſo bedencke ich mich, wie die Zahl 24. am geſchickteſten in zwey Zahlen zertrümmert werden könte, welche, wenn ſie durch einander multipliciret würden, allemal wieder 24. zum producto her- Tab. V. Fig. 6.

herausbrachten. Dieſe ſind nun 3. und 8. item 4. und 6. Wir wollen 4. und 6. behalten, und m n. in 4. gleiche Theile theilen. Nun ziehet eine Linie aus n. auf o. und aus m. auf p. alſo, daß beyde Linien entweder mit der Linie m n. rechte Winckel machen, oder wenigſtens nicht allzuſpitzig und allzuſtumpff-wincklicht mit einander parallel lauffen. Hierauf traget mit willkührlicher Circul-Oeffnung auf n o. ſechs gleiche Theile und auf m p. eben ſolche ſechs Theile, und ziehet p o. auch zuſammen, und traget auf p o. die 4. Theile der Linie m. n.

Alsdann ziehet die Puncta oblique zuſammen o. 6, 7. 12, 13. 18, 19. 24, ſo iſt 1. a. ein vier und zwanzigſter Theil, 2. b. zwey vier und zwantzigſte Theil, 3. c. drey vier und zwanzigſte Theil der gegebenen Linie, m n, welche in 24. Theil hat ſollen getheilet werden.

Scholion II.

Es iſt nicht nöthig, daß die mit n o. parallel-lauffende Linien ausgezogen werden, denn ſie nutzen nichts. Dahero könte es auch wohl ſo ſtehen, wie Tab. V. Fig. 7. zeiget. Auf ſolche Weiſe kan man nun alle Theile der 24. Theile auf der Linie m. n. nehmen, welches ſonſt faſt ohnmöglich wäre, wenn man m n. nach der Länge hin in 24. Theile theilen wolte: Denn geſetzt, ich ſolte 17. Theile von m n. nehmen, ſo ſetze ich nur den Circul in x. und öffne ihn bis auf die Zahl 17. ſo habe ich 17. Theil von denen 24. darein m n. getheilet worden. Wollet ihr 11. Theile haben, ſetzet den Circul in x. und öffnet ihn bis auf 11. ſo habt ihr die verlangten Theile, und ſo mit denen übrigen Theilen.

Scholion III.

Eben ſo machet man es nun mit allen Linien, wenn ſie in viele Theile ſollen zertrümmert werden, da ſonſt es faſt nicht möglich wäre, alle Theilgen accurat von der Linie zu nehmen. Und aus dieſem Fundament ſind nun die Geometriſchen Maaßſtäbe entſprungen, welche *Tycho de Brahe* zu erſt erfunden: Denn ein Maaßſtab iſt nichts anders, als eine angenommene Länge, welche in kleinere gleiche Theile, und jeder Theil wieder in kleinere zergliedert worden, nach welcher alle andere *Lini*en gemeſſen und ihre

Gröſ-

Gröſſen daraus beurtheilet werden. Damit man nun eine ſolche angenommene Länge, als einen Maaßſtab, deſto accurater machen möge, ſo theilet man ſolchen in 1000. Theilgen ein; dieſe aber wären unmöglich darauf zu bringen, wenn nicht dieſer modus in dem letzten Problemate die Sache möglich gemachet hätte, und dahero iſt billig am allererſten zu weiſen, wie man einen Maaßſtab mache, ehe man jemand lernen kan eine Linie zu meſſen.

Problema XXIV.

Einen accuraten verjüngten Geometriſchen Maaßſtab zu machen.

Reſolutio.

I. Ziehet eine Lineam rectam A B. und traget darein zehen gleiche Theile arbitrariæ Longitudinis 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. vid. Tab. VI. Fig. 1.

II. Theilet einen dieſer Theile A C. wiederum in 10. gleiche Theile 1. 2. 3. 4. 5. &c. und richtet aus A. eine Perpendicular-Linie auf, in welcher ihr eine beliebige Weite annehmen könnet A D.

III. Theilet A D. in 10. gleiche Theile, und aus D. ziehet eine parallelam mit A B. welche ſey D. F.

IV. Machet D F = A B. und traget die zehen Theile der Linie A C. aus D. in E. und die zehen Theile der Linie A D. traget aus B. in F.

V. Hänget nun alle Numeros zwiſchen D F. und A B. durch parallelas zuſammen, und die Theilungs-Puncta zwiſchen A D. und B F. vereiniget gleichfals durch parallelas.

VI. Diejenigen Eintheilungs-Puncta aber zwiſchen A C. und D E. hänget oblique an einander, alſo, daß ihr unten bey dem erſten puncto 1. an C. an-

fanget, und in Linea recta oben auf das 9te Punct kommt, und ſo fort, und ſetzet allenthalben die Zahlen darzu, ſo iſt der Geometriſche verjüngte Maaßſtab fertig, und bedeutet A B. eine Ruthen, A C. einen Schuh, C 1. einen Zoll und ferner 1. 1. einen Gran.

Scholion I.

Man kan auch A C. eine Ruthen, C 1. einen Schuh, und 11. einen Zoll bedeuten laſſen, und hunderterley ſolcher Maaßſtäbe machen, gröſſer und kleiner, nachdeme es die Arbeiten zuweilen erfordern.

Scholion II.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls hat man noch mehrere Vortheile, denn die Linea partium æqualium kan gar bequehm ſtatt einer Scalæ, oder eines Maaßſtabs dienen. Wenn nur eine Linie an einer Fläche oder Figur bekannt, ſo kan man alſobald nicht nur die Gröſſen derer übrigen Seiten darzu finden, ſondern auch augenblicklich allerhand andere Maaßſtäbe auf der Linea Arithmetica machen, entweder kleiner, oder gröſſer, nachdem es erfordert wird.

Problema XXV.

Auf dem Proportional-Circul einen Geometriſchen Maaßſtab zu finden, und alle Augenblick einen andern Maaßſtab daraus zu machen.

Reſolutio.

I. Ich hätte eine Linie a b. Tab. V. Fig. 8. dieſe ſolte einen Maaßſtab abgeben und in hundert gleiche Theile zertheilet seyn, ſo nehme ich nur die Linie a b. und trage ſolche in die Lineam Arithmeticam von 100. auf 100. laſſe hernach den Proportional-Circul in dieſer Oeffnung, ſo habe ich, ſo lange der Proportional-Circul ohnverrückt bleibet,

bet, einen Maaßſtab, nach welchen ich alle andere Linien, die nach der Linie a b. ſolten gemeſſen werden, wenn ſie mühſam in einen Maaßſtab gebracht worden wären, augenblicklich ausmeſſen und wiſſen kan, wie viel Schuh und Ruthen und Zoll ſie halte: Denn ich darff nur die vorkommende andere Linien auf die Lineam Arithmeticam tragen, und ſehen, in welchen Zahlen auf beyden Schenckeln von einerley Zahl ſie einſchlagen, ſo viel Schuh oder Zoll wird ſie halten, als viel die Zahl Nahmen hat.

II. Ex. gr. a b. ſolte der Maaßſtab ſeyn: Die Mühe zu erſpahren, eine Scalam Geometricam aus dieſer Linie zu machen, ſo traget nur die Weite a b. auf 100. und 100. Lineæ Arithmeticæ, und laſſet den Proportional-Circul alſo offen. Nun ſolte man wiſſen, wie viel die Linie c d. ſolcher Theile hat, in welche a b. eingetheilet worden, ſo nehmet mit einem Hand-Circul die Weite c d. traget ſie auf die Lineam Arithmeticam, darinnen wird ſie in 70. und 70. einſchlagen. Demnach hält dieſe Linie 70. Schuh, oder 7. Ruthen, nach dem Maaßſtab a b. Und ſo trägt man nun alle andere vorkommende Linien hinein und erfähret augenblicklich, wie groß eine jede ſey.

III. Geſetzt es gefiele mir dieſe Art des Maaßſtabes nicht: Ich hätte a b. zu groß angenommen, es ſolte die gantze Scala Geometrica nur ſo groß als e f. ſeyn, und gleichwohl in 100. Theile getheilet ſtehen, ſo nehme ich nur e f. und trage ſolche Weite von 100. auf 100. transverſim in die Lineam

Arith-

Arithmeticam, und laſſe den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, ſo iſt der Maaßſtab ſchon fertig: Denn was für Linien nunmehro in dem alſo geöffneten Proportional-Circul auf die Lineam Arithmeticam getragen werden, die zeigen auf der Zahle, wo ſie richtig beyderſeits in einerley Nahmen der Zahl einſchlagen, wie viel deren Theile eine jede Linie habe, nach denen 100. Theilen, darein der Maaßſtab e f. getheilet worden.

Corollarium.

Demnach kan man ſo vielerley Maaßſtäbe auf dem Proportional-Circul machen, als vielmal derſelbe nur verrücket wird. Und weilen auf dieſe Art keine Ruthen und Schuh beſonders zu haben, ſo iſt es am beſten, man nehme den Maaßſtab, das iſt eine jede Linie, die ſtatt eines Maaßſtabes gegeben wird, vor 100. Schuh an, ſo kan man zuletzt allemal wiſſen, wie viel Ruthen in denen heraus gekommenen Zahlen ſtecken, und wie viel Schuh noch übrig bleiben.

Scholion I.

Wenn einige Linien zuweilen nicht accurat wollen in einerley Zahlen einſchlagen, ſo ſetzet den einen Fuß des Hand-Circuls in die eine geringere, und den andern Fuß in die andere gröſſere Zahl, u. nehmet die kleinere Zahl zum Innhalt der auszumeſſenden Linie an, und hänget noch ein halbes daran. Ex. gr. m n. wäre die Linie des Maaßſtabes; ſo groß ſolte der verjüngte Maaßſtab ſeyn. Ich trüge dieſe in die Lineam Arithmeticam transverſim von 100. auf 100. Nun ſolte ich die Linie o p. meſſen, u. fände auf dem unverruckten Proportional-Circul, daß der eine Fuß des Hand-Circuls in 55. der andere Fuß in 56. einſchlüge, ſo ſage ich, dieſe Linie o p. ſey lang $55\frac{1}{2}$. Ruthen, oder nach der Decimal-Rechnung 55, 5 C1.

Tab. V. Fig. 9.

Scho-

Scholion II.

Der Nutz dieſer Arbeiten iſt im Feldmeſſen unausſprech⸗lich. Es geſchiehet gar offt, daß man einen Maaßſtab zu groß genommen; wenn nun in währenden Meſſen erſt ein neuer muß gemacht werden, ſo iſt die Arbeit ſehr verdrieß⸗lich. Allein mit dem Proportional-Circul kan man ſich alle Augenblick helffen.

Problema XXVI.

Eine jede gegebene Linie auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Wenn man einen verjüngten Maaßſtab zur Hand hat, ſo ſiehet man, ob die Linie kleiner ſey, als der Maaßſtab, oder gröſſer: Iſt die gegebene Linie ex. gr. a b. kleiner als der Maaßſtab, ſo nimmt man mit dem Hand-Circul die Weite der gantzen Linie, und trägt ſie auf einmal, bey der Zahl einer Ruthe anfangend, in den Maaßſtab, und ſiehet wie viel Ruthen, Schuh und Zoll ſie ausmache, ſo iſt ſie gemeſ⸗ſen. Tab. V. Fig. 10. und Tab. VI. Fig. 1.

II. Exempli gratia: Die gegebene Linie a b. wenn ich ſie in I. einſetze, ſo langet ſie bis K. mithin iſt ſie lang 5. Ruthen, 7. Schuh, 6. Zoll, und das wird alſo geſchrieben 5, 7 6 (2. wie in dem Parte I, iſt gewieſen worden.

III. Iſt die gegebene Linie aber gröſſer, als der Maaßſtab, ſo nehme ich mit dem Hand-Circul die Gröſſe des gantzen Maaßſtabes, und trage ſolche ſo offt in die gegebene Linie, als offt ſie hinein ge⸗het. Den Reſt, der zuletzt von der Linie über⸗

blei⸗

bleibet, nehme beſonders mit dem Hand-Circul und trage ihn, ſecundum Numerum I. dieſes Problematis, in den Maaßſtab, und ſo viel er ausmachet, addire ich noch zu denen Ruthen, die heraus kommen waren von dem Maaßſtab, wie offt er in die gegebene Linie gegangen, ſo erhalte ich den Innhalt der Linie nach meinem Maaßſtab.

IV. Exempli gratia: Eine Linie wäre ſo groß, daß mein Maaßſtab 5-mal hinein gienge, und bliebe annoch ein Stück übrig. Dieſes, wenn ich es in den Maaßſtab hinein trüge, hielte über das 2. Ruthen, 4. Schuh, ſo wäre die gantze Linie groß 52. Ruthen, 4. Schuh, denn der Maaßſtab hält 10. Ruthen, und wird demnach alſo geſchrieben 52, 4(1. hielte der Maaßſtab nur eine Ruthen, ſo machete es 7, 2(1.

Scholion.

Bis hieher hoffe wird die Zertheilung derer Linien in gleiche und ungleiche Theile, wie auch die Ausmeſſung einer jeden Linie deutlich genug gewieſen worden ſeyn: Nun iſt nöthig zu zeigen, wie die geraden Linien auch nach gewiſſen Geometriſchen Proportionen zu zertheilen ſeyen.

Problema XXVII.

Eine gegebene Linie mediâ & extremâ ratione zu zertheilen, das iſt, alſo in zwey Stücke zu zergliedern, daß das gröſſere Stück gegen dem kleinern ſich verhalte, wie ſich die gantze Linie zu dem gröſſern Stück verhält.

Reſolutio.

I. Es ſey die gegebene Linie a b. Tab. V. Fig. 9.

rich-

richtet zwey Perpendiculares willkührlicher Gröſſe auf, c d und e f.

II. Traget die gegebene Linie a b aus e. hinauf in g. und auf die Seiten hinüber in h.

III. Theilet h. e. in zwey gleiche Theile in x. und nehmet die Weite x g und traget ſolche aus x in y.

IV. Traget e y auf die gegebene Lineam a b. aus a in c. oder in der Figur hier aus e in r. ſo iſt ſolche das gröſſere gefundene Stück, und die gegebene Linea iſt mediâ & extremâ ratione ſecirt; das iſt, a c. verhält ſich zu c b. wie ſich verhält a b. zu a c. welches alſo geſchrieben wird a c: c b == a b: a c.

Scholion I.

Bey der Proportionirung derer Linien iſt wohl zu mercken alles das, was Parte I. Sectione II. de Numeris relatis geſaget worden: denn was man dorten mit Zahlen zu proportioniren gewieſen, das geſchicht hier mit Linien.

Scholion II.

Es wird dieß Problema wegen ſeines Nutzens ſo hoch æſtimiret, daß es ſo gar Diviſio divina und Sapientia Salomonis genennet wird: Die Demonſtrationem deſſen kan man bey dem *Euclide* finden.

Problema XXVIII.

Auf dem Proportional-Circul eine Linie mediâ & extremâ ratione zu theilen.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie D. E. Tab. V. fig. 12. traget ſolche auf die Lineam polygonorum von 6. auf 6. transverſim.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet die Weite von 10. zu 10. transverſim auf der Linea polygonorum, ſo giebt dieſe die median-Linie D F. welche ſich zu F E. ver-

verhält wie D E. zu D F. das iſt, ſo vielmal D F. in ſich begreifft F E. ſo vielmal begreifft D E. in ſich D. F.

Scholion I.

Der Grund beruhet darauf: Eine jegliche angegebene Linie kan ein Radius oder Semidiameter ſeyn, mit welchen ich einen Circul beſchreiben kan. Wenn ich nun mit einer ſolchen gegebenen Linie D E Fig. 12. einen Circul beſchriebe, und machete daraus ein Zehen-Eck, ſo gäbe das Latus eines Zehen Ecks die Eintheilung des Semidiametri dieſes Circuls, in mediâ und extremâ ratione. Das iſt: Ein jeglicher Semidiameter, wenn er mediâ & extremâ ratione feciret werden muß, wird allezeit in zwey ſolche Stücker zerſchnitten werden, daß das gröſſere das Latus eines Zehen-Ecks giebt Da nun eine jede Linie kan als ein Semidiameter angeſehen werden, ſo darff ich nur aus einer ieden Linie, als einem Semidiametro, einen Circul machen, denſelben in ein 10-Eck verwandeln, ſo giebt ein Latus das gröſſere Stück des Semidiametri, der mediâ & extrema ratione fecirt werden ſoll.

Auf dem Proportional-Circul geſchiehet dieſes nun geſchwinder: Denn an ſtatt daß ich mit der gegebenen Linie einen Circul machen ſolte, nehme ich nur die Linie und trage ſie von 6. auf 6. transverſim in die Lineam polygonorum, und an ſtatt daß ich aus dem Circul mühſam erſt ein Zehen-Eck machen müſte, nehme ich nur mit dem Hand-Circul auf dem unverrückten Proportional-Circul die Weite von 10. zu 10. in der Linea polygonorum, ſo habe ich ſchon das Latus zum Zehen Eck, welches, wenn ich es in die gegebene Linie, als den Semidiametrum, trage, ſo zertheilet ſolches die Linie mediâ & extremâ ratione.

Scholion II.

Weilen nun eine ſolche Linie, welche eines Circuli Radium mediâ & extremâ ratione feciret, allezeit die Chorda von 36. Graden iſt, welches den zehenden Theil von ſeiner Circumferenz ausmachet, denn 10 mal 36. iſt 360. und in ſo viel Grad wird ein jeder Circul eingetheilet; ſo giebt nicht nur allezeit das Latus eines Zehen-Ecks die Zertheilung des Semidiametri, in mediâ & extremâ ratione, ſondern es erhellet auch von ſelbſten, daß, wenn man zu dem Semidiametro eines jeden

jeden Circuls, das Latus eines daraus gemachten Zehen-Eckes addiret, ſo iſt der Semidiameter alsdann das gröſſere Stück von der gantzen Linie, die beſtehet aus dem Semidiametro und Latere des Zehen-Ecks.

Ex. gr.

Ich ſolte die Linie a b. Tab. V. Fig. 13. media und extremâ ratione ſeciren, ſo nehme nur durch Hülffe des Proportional-Circuls, wie gewieſen worden, das Latus eines Zehen-Ecks a c. wenn die gegebene Linie einen Circul formirete; ſo wird a c. auf a b. getragen in d. die Linie a b. mediâ und extremâ ratione ſeciren. Addiret ihr nun a c. zu a b. ſo entſtehet a b. † a c. und dieſe Linie iſt ſchon media & extrema ratione getheilet: Denn nunmehro iſt a b. das gröſſere, und c a. das kleinere Stück und verhält ſich a a. zu a c. wie a c. ſich verhält zu c a.

Problema XXIX.

Zwiſchen zwey gegebenen *Linien* eine *mediam proportionalem* zu finden.

Reſolutio.

I. Hänget die beyde Lineas datas, a b. und c d. in eine gerade Linie zuſammen, und mercket das Punct b. wo beyde Linien anſtoſſen. Tab. V. Fig. 14.

II. Theilet die gantze Linie d a. in zwey Theile in x. und ziehet aus x. einen halben Circul auf d a.

III. Richtet aus dem Punct b. wo die beyde Linien an einander ſtoſſen, ein perpendiculum auf b i. ſo wird dieß die media proportionalis ſeyn zwiſchẽ a b. und c d. das iſt: So vielmahl a b. in ſich begreifft b i. ſo vielmahl begreifft auch b i. in ſich c d.

Problema XXX.

Auf dem *Proportional-Circul* zwiſchen zwey

gegebenen *Linien* eine mittlere *Proportional-Linie* zu finden.

Reſolutio.

I. Behaltet die vorige Figur, ſo iſt eine Arbeit zugleich der andern ihre Probe. Traget
Tab. V. demnach eine jede von denen zwey gegebe-
Fig. 14. nen Linien auf die Lineam partium æqualium vom Centro aus directe, damit man wiſſe die Zahl, die jede in ſich begreifft. Ex. gr. ab. hält alſo 36. cd. aber 16.

II. Nun traget die gröſſere Linie ab. auf die Lineam planorum, welche gleich unter der Linea Arithmetica liegt, und zwar traget ſie aus dem 36ſten in das 36ſte planum, weil ſie 36. gleiche Theile hält.

III. Laſſet den Proportional-Circul unverruckt, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite vom 16den Plano auf das 16de ſo wird dieſe die media proportionalis bi. ſeyn.

IV. Traget dieſe Weite bi. auf die Lineam partium æqualium vom Centro aus directè, ſo wird ſolche in 24. einſchlagen, und dieſe iſt auch die media proportionalis zwiſchen 36. und 16. Denn 24. ſtecket in 36 anderthalb mahl, gleichwie 16 in 24. auch $1\frac{1}{2}$ mahl ſtecket. Und demnach verhalten ſich dieſe Linien in ratione ſesqui-altera.

V. Wenn aber eine von beyden gegebenen Linien, zu denen man die mediam proportionalem finden ſoll, gröſſer wäre, das iſt, wenn ſie mehrere Theile auf der Linea Arithmetica hätte, als nachgehends auf der Linea planorum Zahlen ſtünden, ſo müſte man dieſe Operation mit der

Helff-

Helffte, oder Drittel, oder Vierdtel der Linie anſtellen, und alsdenn die gefundene mediam proportionalem dupliren, oder tripliren, ſo gehet es auch an.

Exempli gratia.

Es wäre die gröſſere gegebene Linie 72. die kleinere aber 32. Nun gehet die Linea planorum nur auf 64. So nehmet die Helffte von 72. und ſetzet es, nemlich 36. in die Lineam planorum transverſim; Hernach nehmet auch von der kleineren gegebenen Linie 32. die Helffte, welche iſt 16. und ſuchet auf dem Proportional-Circul in der Linea planorum die Weite von 16. zu 16. dieſe, wenn man ſie auf der Linea Arithmetica ausmiſſet, giebt 24. Nun dupliret 24. kommt 48. welches die media proportionalis zwiſchen 32. und 72. iſt.

Problema XXXI.

Zwiſchen zwey gegebenen *Linien* zwey *medias proportionales* zu finden.

Reſolutio.

I. Machet aus denen zwey gegebenen Lineis a b. und a c. ein Parallelogrammon. (wie dieſes ſoll gemacht werden, wird Sectione II. deutlicher gezeiget.) Tab. VI. Fig. 2.

II. Verlängert die Linie a b. und a c. mit blinden Linien.

III. Reiſſet zwey diagonales darein, a d. und c b. welche ſich in o. durchſchneiden werden.

IV. Leget ein Lineal alſo an das Eck d. daß die Schärffe des Lineals an der Spitze d. des Eckes accurat anſtehe, und doch gegen f. und e. hin und wieder können geſchoben werden, und

daß dennoch allezeit die Schärffe des Lineals an der Spitze des Eckes d. ſtehen bleibe.

V. Stellet den Fuß eines Circuls in o. und thut den andern ſo lange auf und zu, lencket auch das Lineal ſo lange hin und her; bis man aus o. mit einerley Circul-Oeffnung das Lineal auf der Linie a. f. und Linie a. e. erreichen kan, welches hier eintreffen wird in p. und q. Mit einem Wort: Man muß machen, daß wenn p q. p o. o q. mit Linien zuſammen gezogen würden, alsdenn p q. durch den Punct d. durchlieffe, und die beyden Seiten o p. und o q. einander gleich wären.

VI. Wenn dieſes alſo accurat gemacht, ſo wird ſich a b. gegen c p. verhalten, wie ſich b q. gegen a c. das iſt, es werden c p. und b q. zwey mittlere proportionales ſeyn zwiſchen a b. und a c.

Problema XXXII.

Auf dem *Proportional*-Circul zwiſchen zweyen gegebenen Linien zwey mittlere Proportional-Linien zu finden.

Reſolutio.

I. Es wäre a b. 54. gleiche Theile groß, g h. aber 16. ſolcher gleicher Theile lang, weñ man dieſe beyde gegebene Linien vom Centro aus directè auf die Lineam Arithmeticam brächte. Tab. VI. Fig. 3.

II. Traget demnach die Linie a b. in das 54ſte ſolidum auf die Lineam ſolidorum, welche unter der Linea Chordarum liegt.

III. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von 16. zu 16. ſo wird dieſe die gröſſere mitt-

mittlere zufindende Proportional-Linie c d. ſeyn.

IV. Meſſet dieſe gefundene Linie c d. auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, ſo wird ſolche in 36 einſchlagen.

V. Traget dieſe Lineam c d. wiederum in die Lineam ſolidorum auf das 54ſte ſolidum, und nehmet mit unverrückten Proportional-Circul, durch Hülffe eines Hand-Circuls, wiederum die Weite zwiſchen 16. und 16. auf der Linea ſolidorum, ſo giebt dieſe die zweyte mediam proportionalem e. f.

VI. Meſſet dieſe gefundene Linie e f. auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, ſo wird ſolche haben 24 Theile. Demnach ſtehen dieſe 4. Linien in proportione continua und in eben der Verhältniß, wie dieſe 4. Zahlen, 54. 36. 24. 16. nemlich es begreifft 54. die Zahl 36. ein und ein halb mal in ſich, gleichwie 36. die Zahl 24. und 24. die Zahl 16. auch $1\frac{1}{2}$ mal in ſich begreifft.

VII. Wenn die Linien zu lang ſind, oder die Zahlen derſelben auf der Linea Arithmetica ſind gröſſer, als die Linea ſolidorum, ſo nimbt man nur wieder die Helffte oder das Drittel, und verfähret wie Problemate XXX. gewieſen worden, nur mit dem Unterſchied, daß man hier auf die Lineam ſolidorum, dort auf die Lineam planorum gehet.

Scholion I.

Man hätte auch von der kleineſten g h. anfangen, und in 16. auf der Linea ſolidorum transverſim einſetzen können, hernach mit unverrücktem Proportional-Circul durch einen Hand-Circul die Weite von 54. auf 54. in der Linea ſolidorum

rum nehmen können, ſo hätte man die erſte kleinere mediam proportionalem e f. bekommen, die, auf der Linea Arithmetica ausgemeſſen, 24 machete. Hernach hätte man dieſe kleinere mediam proportionalem 24. wieder in das 16de ſolidum transverſum getragen, und mit einem Hand-Circul die Weite vom 54ſten ſolido genommen, ſo hätte dieſe die zweyte gröſſere mediam proportionalem gegeben, welche auf der Linea Arithmetica ausgemeſſen 36. beträget.

Scholion II.

Hieraus ſiehet man abermahlen zur Genüge, was für ein Unterſchied zwiſchen der mühſamen Arbeit des Problematis XXXI. und zwiſchen der behenden Findung derer mediarum proportionalium Linearum des XXXII. Problematis ſey, und was für einen unausſprechlichen Nutzen der Proportional-Circul habe, auch wie nöthig es ſey, ſolchen der Jugend beyzeiten bekannt zu machen.

Problema XXXIII.

Zu zwey gegebenen *Lini*en die dritte *proportionalem* zu finden.

Reſolutio.

I. Die zwey gegebenen Linien ſeyen a b. und c d. Tab. VI. Fig. 4. Setzet demnach zwey Linien von willkührlicher Gröſſe in einem willkührlichen Winckel zuſammen e f g.

II. Will man nun die dritte kleinere proportionalem haben, alſo, daß es heiſſe, **wie ſich verhält** *a b.* zu *c d.* **ſo verhält ſich** *c d.* **zu der dritten die gefunden werden ſoll:** So ſetzet a b. aus f. gegen g. kommt f h.

III. Hernach ſetzet c d. aus f. gegen e. kommt f i. Setzet eben dieß f i = c d. nochmalen auf die Linie f g aus h. gegen p. kommt h p.

IV. Ziehet h i zuſammen durch eine blinde Linie, und aus p. ziehet eine parallelam mit h i. ſo wird dieſe die Lineam f e. in x durchſchneiden und i x. wird die tertia proportionalis minor ſeyn, und

f h

fh — *ab* verhält ſich zu *fi*. — *cd*. wie ſich verhält *hp* — *cd* zu *ix*.

V. Wolte man die dritte gröſſere proportionalem haben, ſo traget, wie zu vorhero, in einen willkührlichen gemachten Winckel, efg. Tab. VI. Fig. 5. die gröſſere gegebene Linie a b. aus f. gegen g. in h. und hernach c d. aus f. gegen e in i. Alsdann nehmet a b. nochmalen und traget ſolche NB. auf die Linie fe. aus i in o. Hernach ziehet h i. zuſammen und aus o. eine parallelam mit h i. welche in p. die Linie f g. durchſchneiden wird, ſo iſt h p. die dritte gröſſere proportionalis, die man ſuchen ſolte. Und wie ſich verhält f i. — c d zu *fh* — *ab*. ſo verhält ſich *io*. — *ab* zu *hp*. der dritten gefundenen.

Scholion.

Dieſem mühſamen Werck haben nun die Gelehrten durch unterſchiedliche Inſtrumenta abzuhelffen geſuchet. Wer dergleichen zu wiſſen verlanget, kan *Schwenterum*, Sturmium und andere nachleſen. Allein mit dem Proportional-Circul geſchiehet dieſes ſo leicht, daß man billig alle andere Inſtrumenta auf die Seiten leget.

Problema XXXIV.

Zu zweyen gegebenen geraden *Linien* die dritte *proportionalem* zu finden, auf dem *Proportional-Circul*.

Reſolutio.

I. Wenn zwey Linien gegeben ſind, ſo nimmt man mit einem Hand-Circul die Länge der erſten, trägt ſolche auf einen Schenckel des Proportional-Circuls, auf die Lineam Arithmeticam vom Centro aus directe, damit der Innhalt deren erfahren werde. Ex gr. a b. hielte 40. gleiche Theile. Tab. VI. Fig. 6.

II. Nehmet die Grösſe der andern Linie c d. und traget ſolche von 40. auf 40. transverſim, und laſſet alsdann den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung.

III. Meſſet nunmehro geſchwind vom Centro aus, auf der Linea Arithmetica, wie viel Theile die Linea c d. habe: Ex. gr. ſie habe 20. So nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 20. zu 20. auf der Linea Arithmetica des unverruckten Proportional-Circuls, ſo iſt ſolche die dritte kleinere proportionalis e f. und wo man ſolche vom Centro aus auf der Linea Arithmetica miſſet, ſo wird ſie in 10. einſchlagen, als der wahren proportionali, mit 40. 20. 10.

IV. Wolte man die dritte grösſere haben, ſo darff man es nur umwenden: Meſſet erſtlich die kleine c d. auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, dieſe hält 20. Nehmet alsdann die grösſere Linie a b. und ſtellet ſie durch einen Hand-Circul von 20. auf 20. transverſim. Hierauf meſſet die grösſere a b. dieſe giebt vom Centro aus 40. auf der Linea Arithmetica: Demnach nehmet die Weite von 40. zu 40. auf dem unverruckt-gebliebenen Proportional-Circul, ſo iſt dieſe die tertia proportionalis major inventa. Miſſet man ſie vom Centro aus auf der Linea Arithmetica, ſo ſchlägt ſie in 80. ein, als der wahren Tertia proportionali majore 80. 40. 20.

Problema XXXV.

Zu dreyen gegebenen Linien die vierdte kleinere oder grösſere proportionalem zu finden.

Reſolutio.

I. Was in der Regula de Tri die Zahlen heraus brin-

bringen, das thun auch hier die Linien: Hat man demnach drey gegebene Linien a b, c d, e f, ſo reiſſet wieder einen willkührlichen Winckel e g m. Vid. Tab. VII. Fig. 1.

II. Traget auf dieſe zwey den Winckel formirende Linien, die gegebene Linien, und zwar daß die beyden von der erſten Ratione, als a b, und c d. alſo darauf zu ſtehen kommen, daß die erſte a.b. auf der einen Linie e.g. die andere c.d. auf der andern Linie m g. und die dritte e f. wieder auf der erſten Linie e. g. ſtehe.

III. Ziehet h i. wieder zuſammen, und reiſſet mit dieſer die parallelam. p l. ſo wird p i. die vierdte kleinere *proportionalis* ſeyn, und heiſſet demnach alſo: **Wie ſich verhält** *a b.* **zu** *c d.* **ſo verhält ſich** *e f.* **zu** *p i.*

IV. Wolte man aber die **vierdte gröſſere** *proportionalem* haben, ſo traget die kleineſte unter denen drey gegebenen Linien. e f. zu erſt auf die Linie e g. aus g. auf h. Vid. Tab. VII. Fig. 2. hernach die zweyte gegebene c d. auf die Linie m g. von g. auf i. Alsdann die dritte gegebene a b. wieder auf die obere Linie des Winckels aus h. auf l. ziehet h i. zuſammen und aus l. machet eine parallelam mit h i. welche ſeyn wird l p. ſo iſt p i. die quarta proportionalis inventa major, und iſt der Verſtand dieſer: **Wie ſich verhält** *e f.* **zu** *c d.* **ſo verhält ſich** *a b* **zu** *p i.*

Scholion I.

Es giebt noch andere methoden, dieſe quartas proportionales zu finden, allein, da der Proportional-Circul alles behender verrichtet, ſo iſt nicht mehr nöthig den alten Weg voller Mühe zu gehen.

Scholion II.

Aus beyden vorhergehenden Problematibus ſelbſten ſiehet man, daß ſie einerley Grund mit dem Proportional-Circul haben: Denn, gleichwie ich hierinnen einen Winckel machen, und die gegebene Linien proportionirt darein tragen muß; alſo geſchiehet es eben auch mit dem Proportional-Circul.

Problema XXXVI.

Auf dem *Proportional-Circul* zu dreyen gegebenen Linien die vierdte *Proportional-Linie* zu finden.

Reſolutio.

I. Behaltet die drey gegebene Linien a b. c d. e f. Fig. 1. Tab. VII. und traget erſtlich alle drey auf die Lineam partium æqualium vom Centro aus, und ſehet, wie viel jede gleiche Theile hält: Ex gr. a b. hält 21. c d. 14. e f. aber 9. gleiche Theile.

II. Nehmet nunmehro die zweyte Linie c d. die 14 gleiche Theile hält, und traget ſie in der Oeffnung der erſten Linie a b. 21. transverſim auf die Lineam Arithmeticam von 21 auf 21.

Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung unverrücket, und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite der dritten kleinern Linie e f. welche 9. gleiche Theile hat, ſo giebt dieſe Weite die **vierdte kleinere** *proportional*-Linie *p. i.* Miſſet man ſolche auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, ſo wird ſie in 6. einſchlagen; Und ſo viel gleiche Theile hält ſie auch, wenn man entweder nach dem Problemate præcedente XXXV. die quartam proportionalem ſuchet, oder mit Rechnung ſolches probiren würde.

IV. Wolte man die **vierdte gröſſere** *proportionalem* finden, ſo nehmet nur die mittlere gegebene Linie c d. die in dieſem Exempel 14. gleiche Theile hat,

hat, und traget ſie in der Oeffnung der kleineſten Linie c f. die hier 9. gleiche Theile hat, transverſim von 9. auf 9. in die Lineam Arithmeticam. Laſſet den Proportional-Circul in dieſer Oeffnung und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite der erſten Linie a b. die hier 21. hält, ſo wird dieſe Weite von 21. zu 21. die vierdte gröſſere *proportional-Linie* ſeyn. Miſſet man dieſe auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, ſo wird ſie einſchlagen bey nahe in 33. Demnach iſt $32\frac{2}{3}$. die vierdte proportionalis.

Scholion I.

Ich habe auf dem Proportional-Circul auch dieſen Vortheil, daß ich die kleineſten Bruch-theilgen in der That gleich mit nehme und bekomme, und alſo auf das genaueſte auf einmal die gantze Linie erhalte, ob gleich hernach man nicht gleich ſagen kan, wie viel der Bruch ausmache, wenn der Circul zuletzt, in der Ausmeſſung vom Centro aus, auf der Linea Arithmetica zwiſchen zweyen Puncten einſchlägt. Zum Exempel es ſchlägt, wenn ich die quartam majorem proportionalem geſuchet habe, nach dem Problemate, dieſe zuletzt, wenn ich ſie vom Centro aus meſſe, zwiſchen 32. und 33. ein. Wie viel es über 32. ausmache, kan ich auf dem Proportional-Circul nicht wiſſen; Nach der Rechnung aber findet ſichs, daß es $\frac{2}{3}$. ausmachet. Unterdeſſen wenn ich ohne Proportional-Circul ſolte $32\frac{2}{3}$. zu einer Linie machen, die nicht gröſſer wäre, als die, ſo ich auf dem Proportional-Circul mache; ſo würde dieß weit langſamer hergehen, als es auf dem Proportional-Circul geſchiehet: Demnach iſt der Nutz deſſen unvergleichlich.

Scholion II.

Wenn es zuweilen geſchiehet, daß man die andere oder dritte Linie nicht zwiſchen die Oeffnung der erſten Linie ſtellen kan, das iſt: Wenn die zweyte oder dritte Linie zu groß wäre, ſo machet es alſo:

Ex.gr. die Linie a b. hielte 12. gleiche Theile, die Linie c d. 30. die Linie e f. 48. Wenn ich nun die Linie c d. 30. ſolte zwiſchen die Linie a b. 12. tragen, das iſt, wenn ich die Weite 30. ſolte von 12. auf 12. transverſim tragen auf die Lineam Arithmeticam, ſo würde ſolches ohnmöglich ſeyn. Demnach nehmet die Linie e f. 48. und ſtellet ſolche transverſim zwiſchen 4mal 12. das iſt zwiſchen 48. und 48. und unverruckt nehmet die Weite zwiſchen 4 mal 30. das iſt zwiſchen 120. zu 120. ſo bekommt man die quartam proportionalem 120. Tab. VII. Fig. 3.

Scholion III.

Wenn aber die erſte Linie unter denen drey gegebenen gröſſer iſt, als die Linea Arithmetica, ſo procediret alſo: Tab. VII. Fig. 3. Ex. gr. ſupponiret die Linea a b. hielte 360. die Linie c d. hielte 80. die Linie e f. aber hätte 100. gleiche Theile. Es hieß nach der Regula de Tribus: Wie ſich verhält *a b.* 360. zu *c d.* 80. ſo verhält ſich *e f.* 100. zu der vierdten Linie. So nehmet die Linie e f. 100. und ſtellet ſolche in den vierdten Theil der Linie ab. 360, welcher iſt 90. transverſim. Nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 20 und 20. als dem vierdten Theil von 80. der Linie c d. ſo giebt dieſe die vierdte proportionalem, welche, weñ ſie vom Centro ausgemeſſen wird, auf der Linea Arithmetica 22½. machet.

Scholion IV.

Wenn aber alle Linien gröſſer ſind von denen drey gegebenen, als die Linea Arithmetica iſt, ſo kan man die Lineam Arithmeticam vor 2000. gelten laſſen, oder die gegebene Linien nach ihren Zahlen durch eine bequehme Zahl aufzuheben ſuchen, und mit kleinern Zahlen alsdenn operiren, zuletzt das Facit mit eben der Zahl, womit mans aufgehebt, wiederum multipliciren, ſo findet man die quartam proportionalem wieder. Tab. VII. Fig. 4. Ex. gr. Ich hätte die Zahlen derer Linien a b. 240, c d. 336. e f. 300. So hebe ich dieſer drey Linien ihre Zahlen durch 3. auf, ſo giebt 240. die Zahl 80. denn 3mal 80. iſt 240. Item 336 giebt durch 3 dividirt 112. und 300 durch 3 dividiret giebt 100.

Nun verfahre ich mit 80.— 112 — 100. als wenn ich hätte

hätte die Zahlen 240—336—300. Ich nehme 112 auf der Linea Arithmetica vom Centro aus, trage dieſe Weite von 80 auf 80 transverſim, und nehme mit unverrücktem Proportional-Circul die Weite von 100 zu 100. ſo iſt dieſe die quarta proportionalis, welche, wenn ſie vom Centro ausgemeſſen wird, 140 giebt. Dieſe mit 3 multipliciret, giebt 420. als die wahre vierdte proportionalem, welche auch heraus käme, wenn man Arithmeticè zu 240 — 336 — 300. die quartam proportionalem nach der Regula de Tri geſucht hätte.

Scholion V.

Es ſind noch unterſchiedliche ſchöne Problemata, die man in Zertheilung derer geraden Linien nicht ohne Vergnügung und Nutzen auf dem Proportional - Circul machen kan: Ex. gr.

I. Eine gegebene Linie nach einer andern ſchon proportionirten Linie einzutheilen.

II. Linien zu Linien zu addiren.

III. Linien von Linien zu ſubtrahiren.

IV. Linien durch Linien zu multipliciren.

V. Linien durch andere Linien zu dividiren, deren einige Arten zwar gewieſen worden.

VI. Nach der Regula de Tri inverſa mit Linien zu verfahren ꝛc.

Allein, da mich mein Endzweck, nur ein Compendium zu verfertigen, davon zurück hält, ſo verweiſe denjenigen Leſer, der weiter leſen will, auf des Herrn Scheffelt Tractat von Proportional-Circul, und hoffe das bisherige gezeigte ſoll genug ſeyn, einem jeden den Weg zu weiſen, alle übrige Problemata durch eigenes Nachſinnen leicht auflöſen zu können. Aus denen Problematibus IV. VII. XI. und XIV. Partis I. kan dieß gelernet werden, was die additionem, ſubtractionem, multiplicationem und diviſionem anlanget, denn was ich dort mit Zahlen gewieſen habe, gehet auch mit Linien an.

CAPUT IV.

Von denen Problematibus der Euthymetrie an gerad-linichten Winckeln auf dem Papier.

Problema XXXVII.

Einen Winckel auf dem Papier zu machen.

Reſolutio.

Es iſt dieſes ſo leicht, daß es faſt nicht nöthig iſt zu wiſſen. So offt zwey gerade Linien ſich zuſammen neigen, ſo offt machen ſie in dem Punct, wo ſie zuſammen treffen, einen Winckel. Nur iſt dieſes darbey zu mercken, daß ein Winckel nicht nach der Länge ſeiner Schenckel, ſondern nach der Weite derer von dem puncto concurſus auseinander-lauffenden Linien æſtimiret werde. Es mögen die zwey einen Winckel formirenden Linien tauſend Ruthen lang, oder auch nur eines Zolls kurtz ſeyn, ſo iſt er deßwegen weder gröſſer, noch kleiner, ſondern es kommt auf die Ausweichung an, welche die beyde Linien in dem erſten puncto machen, aus welchem ſie ſich aus einander geben.

Scholion.

Treffen nun zwey Linien alſo auf einander, daß die eine auf der andern perpendicular ſtehet, ſo machen ſie einen Winckel von 90 Graden, und das heiſſet ein rechter Winckel. Treffen zwey Linien alſo auf einander, daß keine auf der andern perpendicular ſtehet, ſo machen ſie einen ſpitzigen Winckel, wenn ſie gegen einander ſich neigen; Hingegen entſtehet ein ſtumpffer Winckel, wenn beyde Linien über die perpendicularem ſich aus einander ſtrecken, wie dieß Cap. I. Definitione XXIV. XXV. XXVI. erklähret worden.

Pro-

Problema XXXVIII.

Einen Quadranten zu machen und einzuthei-len.

Reſolutio.

I. Ziehet einen rechten Winckel a b c. reiſſet entweder nach gegebener, oder beliebter Weite, den Bogen a c. ſo habt ihr den vierdten Theil eines Circuls. Tab. VII. Fig. 5.

II. Behaltet den Circul in der Oeffnung des Semidiametri, und traget dieſe Weite aus a in 30. und aus b in 60. ſo iſt dieſer vierdte Theil in 3. gleiche Theile getheilet.

III. Suchet hierauf mit dem Circul ſo lange, bis ein ſolches Drittel wieder in 3 gleiche Theile gehet, ſo kan der vierdte Theil des Circuls in 9 Theile getheilet werden.

IV. Halbiret ein ſolches Neundtel, und die Helffte theilet in fünff gleiche Theile, und nach einem ſolchen Fünfftel theilet den gantzen vierdten Theil des Circuls, ſo iſt ſolcher in 90. gleiche Theile zergliedert, und der Quadrant iſt fertig.

V. Mehrerer Deutlichkeit wegen ſo ziehet innerhalb dem Bogen a c. noch einen andern Bogen e f. darein ziehet vom Centro b aus 60. und 30. die 3 Haupt-Theile des Quadranten, deren jeder 30 gleiche Theile hält. Ziehet noch einen Bogen g h. und traget vom Centro aus auf denſelben die neun Haupt-Theile, deren jeder zehen gleiche Theile hält, und ſchreibet die Zahlen darzu, hernach ziehet noch einen Bogen i k. und traget die Helfften wieder hinein. Endlich reiſſet den letzten Bogen m n. und zwiſchen dieſen und dem äuſſerſten Bogen a c. zeichnet vom Centro aus alle die 90 gleiche Theile des Quadrantens. Scho-

Scholion I.

Setzet man zwey ſolche Quadranten, zuſammen ſo giebt es einen halben Circul, der in 180 ſolche Theile getheilet ſeyn wird, und den man Transporteur zu nennen pfleget, ohne Zweiffel darum, weil man durch Hülffe dieſes Inſtruments einen jeden gegebenen Winckel dahin, wo es verlanget wird, tragen kan. Bey dieſen Transporteurn iſt nun dieſes zu mercken:

I. Daß man die Centra accurat mache, indeme ſonſt alles vergebens.

II. Daß die gradus accurat in einerley Gleichheit aufgetragen werden. Ich probire dieß alſo: Ich nehme mit einem Hand-Circul die Weite von 5 Graden, und trage ſolche rings um den Transporteur von 5 zu 5 herum. Hernach ſetze ich mit dieſer Weite in den zweyten Grad ein, und ſehe ob es in den ſechſten Grad einſchlage. Alsdann ſetze ich es in den dritten Grad, und ſehe ob es in den ſiebenden eintreffe und ſo fort. Wenn es allenthalben einſchlägt, ſo ſind alle Theile einander gleich, mithin iſt der Transporteur gut.

III. Um mehrern Vortheils willen, pfleget man auf denen Transporteurs von der lincken zur rechten und von der rechten zur lincken, von dem erſten Grad bis auf den 180. je zehen und zehen zuſammen genommen, die Zahlen darauf zu ſchreiben.

Scholion II.

So ein nöthiges und nützliches Inſtrument ein Transporteur iſt, ſo ſchwehr iſt es einen accuraten zu verfertigen. Die von denen Künſtlern durch Hülffe ihrer Theilungs-Scheibe gemachte ſind von der Richtigkeit nicht, welche ſie haben ſolten. Wer demnach einen guten Transporteur haben will, der muß ſich ſolchen ſelbſten machen: Und durch Hülffe des Proportional-Circuls gehet dieſes behend und richtig von ſtatten. Ich will in einem Problemate weiſen, wie man einen Quadranten durch den Proportional-Circul mache, ſo wird hernach aus 2 Quadranten leicht der Transporteur zuſammen zu ſetzen ſeyn.

Problema XXXIX.

Durch Hülffe des *Proportional*-Circuls einen richtigen *Quadranten* einzutheilen.

Re-

Reſolutio.

I. Ziehet eine blinde Linie b c. ſetzet in b. den einen Circul-Fuß ein, und ziehet mit der Weite b c einen Bogen, der ohngefehr nicht gar einen halben Circul gleich ſey, mit einer blinden Linie. Tab. VII. Fig. 5.

II. Nehmet dieſe Weite, damit ihr den Bogen gezogen habt, als einen ſemidiameter, und traget ſolchen auf die Lineam chordarum von 60 auf 60. transverſim. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet die Weite von 90 zu 90. auf der Linea Chordarum.

III. Traget dieſe von c auf a. ſo habt ihr einen Quadranten a b c.

IV. Nehmet auf dem unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul die Weite von 10 zu 10. auf der Linea Chordarum, ſo wird dieſe euren Quadranten in 9 gleiche Theile theilen.

V. Nehmet ferner auf der Linea chordarum des unverrückt-gebliebenen Proportional-Circuls die Weite von 15 zu 15. und traget ſolche alſo in den Quadranten ein, daß ihr den einen Circul-Fuß faſt allemahl in einen Theil von denen 9 Theilen ſetzet, ſo werden alle 9 Theile wieder in zwey Theile zertheilet.

VI. Nunmehro nehmet die Weite von 11 zu 11. traget ſolche aus G hinein in den erſten neundten Theil in x. hernach nehmet die Weite von 12 zu 12. auf der Linea Chordarum des unverrückt-gebliebenen Proportional-Circuls, und traget ſolche wieder aus G. herunter in o. Ferner nehmet die Weite von 13 zu 13. item von 14 zu 14. auf dem Proportional-Circul in der Linea chordarum, und

G tra-

traget ſie in den Quadranten wieder aus G. in p. und q. ſo ſind 5 Grad oder gleiche Theile von denen 90 Graden des Quadranten gefunden. Und ſo werden nun gar leicht und accurat und nett alle Grad eines Transporteurs, der aus zwey Quadranten beſtehet, gefunden.

Scholion.

Wenn der Proportional-Circul gut iſt, daß die Linea chordarum richtig, ſo iſt gantz gewiß die richtigſte Art einen guten Transporteur zu machen, dieſe.

Problema XL.

Einen jeden gegebenen Winckel zu meſſen.

Reſolutio.

I. Die Menſura eines Winckels iſt der arcus, welchen man aus der Spitze des Winckels mit einem Hand-Circul ziehet, nach beliebiger Circul-Oeffnung. Gleichwie dieſes Cap. I. Definitione XXXVI. und Cap. II. Axiomate X. & XI. hujus Sectionis erklähret worden. Demnach wird ein jeder Winckel am beſten durch den Transporteur, als einen ſolchen halben Circul, der ſchon in ſeine 180 gleiche Theile getheilet worden, gemeſſen.

II. Appliciret demnach das Centrum des Transporteurs c. an die Spitze des zumeſſenden Winckels a cb. und leget des Transporteurs Lineal an den unteren Schenckel des Winckels, und ſehet in welchem Grad der obere Schenckel mit dem Transporteur eintreffe, Ex. gr. hier im 45. Tab. VII. Fig. 6.

III. Zehlet alle die Gradus, die zwiſchen eurem Winckel auf dem Transporteur ſtehen, ſo giebt deren Summa die Anzahl derer Graduum, wie viel euer Winckel halte, mithin wie groß er ſey, nemlich 45. Grad.

IV. Solten die Linien des Winckels zu kurtz gegen dem Transporteur ſeyn, ſo verlängert beyde, damit ſie über denſelben hervorgehen.

Problema XLI.

Durch den *Proportional-Circul* einen jeden gegebenen Winckel zu meſſen.

Reſolutio.

I. Es ſey der Winckel a b c. Ziehet mit einem Hand-Circul aus der Spitze des Winckels einen Bogen, mit beliebiger Circul-Oeffnung d. e. Tab. VII. Fig. 7.

II. Traget dieſe Circul-Oeffnung in die Lineam chordarum von 60 auf 60. transverſim, und laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung.

III. Nehmet mit dem Hand-Circul die Weite des Bogens d. e. von dem Winckel, verſuchet, auf welcher Zahl transverſim dieſe Weite in der Linea Chordarum einſchlage, alſo, daß es auf beyden Schenckeln des Proportional-Circuls in einerley Zahl eintreffe.

IV. In welcher Zahl es einſchlägt, dieſelbe zeiget an wie viel Grad der Winckel groß ſey.

Problema XLII.

Den *Proportional-Circul* alſo zu öffnen, daß die zwey *Lineæ chordarum* einen Winckel machen von ſo viel *Graden*, als verlanget wird.

Reſolutio.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul auf der Linea chordarum, nach der Länge vom Centro aus, die Anzahl derer Graden, die der Winckel haben ſoll, ex. gr. 40. Grad.

II. Traget dieſe Weite transverſim von 60 zu 60.

auf die Lineam chordarum, ſo ſtehet der Proportional-Circul in dem 40ſten Grad offen.

III. Wolte man den Proportional-Circul alſo ſtellen, daß die zwey Lineæ chordometricæ einen rechten Winckel macheten, ſo nimmt man vom Centro aus 90. auf der Linea chordarum, und träget dieſe Weite von 60 zu 60. transverſim, ſo ſtehet der Proportional-Circul in der Oeffnung eines rechten Winckels, was die 2 Lineas chordarum anlanget.

Problema XLIII.

Wenn der *Proportional-Circul* offen ſtehet, zu finden, wie viele *Grad* ſeine Oeffnung habe.

Reſolutio.

I. Man darff nur die Arbeit des vorigen Problematis umwenden: Nehmet nemlich ſo, wie euch der offene Proportional-Circul gegeben wird, die Weite von 60 zu 60. auf der Linea chordarum mit einem Hand-Circul.

II. Traget dieſe Weite vom Centro aus auf die Lineam chordarum directè, und in welcher Zahl die Spitze des Hand-Circuls wird eintreffen, dieſelbige zeigt an, wie viel Grad der Winckel halte, den die zwey Lineæ chordarum in ihrer Oeffnung machen.

Scholion.

Die Franzoſen, welche ſehr commod ſind, bedienen ſich dahero des Proportional-Circuls auch auf dem Feld, in Nehmung derer Winckel, und laſſen ſich deßwegen Dioptern auf dieſes Inſtrument machen. Ich muß geſtehen, wenn die accurateſſe auf dem Feld mit dem Proportional-Circul zu haben wäre, die erfordert wird, es wäre kein beſſeres Inſtrument zu wünſchen; Allein, da auf dem Feld viele Mängel ſich damit zeigen, ſo will ich auch aus dieſer Urſach von denen Proportional-Circuln mit Dioptris keine Anleitung geben.

Pro-

Problema XLIV.

Auf eine gegebene *Linie* jeden verlangten Winckel zu ſetzen, durch den *Proportional-Circul.*

Reſolutio.

I. Setzet in das eine End der gegebenen Linie ab. den einen Fuß des Hand-Circuls, und ziehet damit einen beliebigen Bogen, mit willkührlicher Circul-Oeffnung, cd. Tab. VII. Fig. 8.

II. Traget dieſe Weite des Hand-Circuls, als einen ſemidiametrum, in die Lineam chordarum des Proportional-Circuls von 60. zu 60.

III. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit einem Hand-Circul den Winckel, welcher auf die Linie ab. ſoll geſtellet werden, ex. gr. von 15. auf 15.

IV. Traget dieſe Weite von c. gegen d. in e. und ziehet die Linie ae. ſo wird der Winckel von 15. Graden auf der gegebenen Linie ab. ſtehen.

Scholion.

Man kan dieſes auch mit dem Transporteur thun, denn ich darff dieſen nur alſo an die gegebene Linie legen, daß des Transporteurs Centrum an die eine Spitze der gegebenen Linie komme, das Lineal aber des Transporteurs im übrigen völlig an der gantzen Linie anliege: Hernach ſteche ich nur accurat oben ſo viel Grad ab auf das Papier, als groß der Winckel werden ſoll, und ziehe von demſelbigen Punct eine Linie herunter auf die Spitze der gegebenen Linie, wo das Centrum des Transporteurs angelegen, ſo habe ich auch den verlangten Winckel.

Problema XLV.

Auf der *Circumferenz* einer gegebenen *Circul-Linie* einen Bogen abzuſchneiden von ſo viel *Graden*, als man will. Das iſt: In einen jeden *Circul* einen jeden Winckel, der verlanget wird,

durch Hülffe des *Proportional-Circuls* geſchwind hinein zu tragen.

Reſolutio.

I. Traget den Radium des gegebenen Circuls ab. auf die Lineam chordarum von 60. auf 60. Vid. Tab. VII. fig. 9.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet die Zahl der Graden, die gegeben worden, daß ſie den Winckel des Bogens ausmachen, der vom Circul abgeſchnitten werden ſoll, ex. gr. 76. auf der Linea chordarum transverſim.

III. Traget dieſe Weite in den gegebenen Circul, ſo habt ihr den Bogen von 76. Graden, welcher iſt cb.

Scholion.

Dieß iſt allemahl die erſte Arbeit, daß man den radium, das iſt, dasjenige Stück der Linie, welches mit der Circul-Oeffnung genommen wird, von 60. auf 60. in die Lineam chordarum trage, weilen der *Radius* eines *Circuls* allemahl der *Chorda* von 60. *Graden ejusdem Circuli* gleich iſt. Wenn man dieſes mercket, ſo iſt ſchon viel Licht zum voraus bey der Linea chordarum gegeben.

Problema XLVI.

Einen jeden gegebenen Winckel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

Tab. VII. Fig. 10. I. Es ſey der gegebene Winckel a b c. ſetzet in a. den Hand-Circul ein, und ziehet den willkührlichen Bogen e d. als die menſuram Anguli.

II. Laſſet den Hand-Circul in dieſer Oeffnung, und ziehet aus e. und d. ſich creutz-weiß ſchneidende Bögen in x.

III.

III. Ziehet x b. zuſammen, ſo iſt der Winckel a b c. in zwey gleiche zertheilet.

Problema XLVII.

Zu einem gegebenen Winckel *DAE.* **einen andern gleichen Winckel** *b a c.* **zu machen.**

Reſolutio.

I. Ziehet aus A. des gegebenen Winckels Spitze, einen Bogen BC. ſo wird AC=AB. ſeyn. Tab. VII. Fig. 11.

II. Ziehet eine *Linie* ac=AC. und aus a. ziehet in der Weite AC. einen kleinen Bogen, machet aus c. den andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen in b.

III. Ziehet ba. zuſammen, ſo wird bac=DAE. ſeyn.

Scholion.

Mit dem Proportional-Circul gehet es geſchwinder, nach dem XLIVſten Problemate.

Problema XLVIII.

Einen Winckelhacken zu *probi***ren, ob er einen rechten Winckel warhafftig mache.**

Reſolutio.

I. Nehmet eine Linie willkührlicher Länge ab. und richtet auf ſelbiger einen halben Circul auf. Tab. VII. Fig. 12.

II. Leget den Winckelhacken entweder nach ſeinem äuſſerem Eck, oder nach dem inneren, alſo an den halben Circul, wo ihr wollet, an, daß deſſen äuſſerſtes des Ecks, es ſey gleich das innere oder äuſſere Eck, accurat die Circul-Linie berühre in e.

III. Wenn nun der Winckelhacken gut iſt, ſo muß die Schneide des einen und andern Schenckels den Circul in a und b. auch berühren: Fehlet es auf der einen Seiten, ſo iſt der Winckelhacken falſch.

Scholion.

Der Grund deſſen iſt herzuhohlen aus dem Capite II. hujus Sectionis, Theoremate XXIV. Corollar. III.

CAPUT V.

Von denen Problematibus der Euthymetrie an krummen Linien auf dem Papier.

Problema XLIX.

Auf einem jeden *Circul*-Stück *perpendicular*-Linien, aus gegebenen *Punctis*, aufzurichten.

Reſolutio.

I. Es ſey das Circul-Stück a b. Tab. VII. Fig. 13. Ich ſolte entweder aus denen punctis c. und d. herunter auf den Bogen perpendiculares ziehen c f. d g. oder ich ſolte aus dem puncto h. eine perpendicularem hinauf ziehen h i. So leget nur das Lineal an das gegebene Punct und an das Centrum x. und ziehet eine Lineam rectam, ſo iſt die perpendicularis fertig.

II. Der Grund deſſen beruhet darinnen, weilen ein jedes punctum der Circul-Linie vor ſich alleine betrachtet wird, auf welchen die Linie, durch x. gezogen, perpendicular ſtehet. Weil nun alle übrige puncta des Circuls auch vor ſich allein können betrachtet werden, und doch gleichwohlen alle vom Centro x. gleich weit hinweg ſtehen, ſo müſſen alle die perpendiculares durchs Centrum auf alle die einzele puncta des Circuls gezogen werden, wenn ſie in Anſehung ihrer ſelbſt und derer übrigen perpendicularium wollen auch perpendicular ſtehen.

Pro-

Problema L.

Ein jedes *Circul*-Stück in zwey gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Nehmet eine beliebige Oeffnung eines Hand-Circuls und ſchneidet damit aus a. und b. creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen oben und unten x. und o. Tab. VII. Fig. 14.

II. Ziehet x o. zuſammen, ſo iſt der Circul-Bogen a b. in zwey gleiche Theile zergliedert.

Problema LI.

Allezeit zu drey *punctis*, wenn ſie nicht in gerader *Linie* ſtehen, einen *Circul* zu finden, welcher die drey *Puncta* einſchlieſſe.

Reſolutio.

I. Es wären die drey gegebene puncta a b c. Tab. VII. Fig. 15. Ziehet mit einer beliebigen Circul-Oeffnung aus c. und b. creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen o. und y. oben und unten.

II. Ziehet eben ſolche Bögen oben und unten aus denen zweyen punctis a. und b. welche ſeyen m. und n.

III. Ziehet m n. und o y. zuſammen, wo beyde Linien ſich ſchneiden, da iſt das Centrum, aus welchen in der Weite x a. ein Circul kan gezogen werden, der die drey puncta data a b c. in ſich begreifft.

Problema LII.

Zu einem *arcu* den übrigen *Circul* zu finden, mithin das *Centrum* zu ſuchen.

Reſolutio.

Nehmet die zwey Ende des Bogens a und b. als zwey puncta an, und in der Mitte ohngefehr nehmet das Tab. VII. Fig. 16.

dritte Punct c. an. Suchet nunmehro zu dieſen dreyen punctis den Circul, nach dem Problemate præcedente, ſo findet ihr das Centrum und den übrigen Bogen zu einem völligen Circul.

Problema LIII.

Zu einem völligen *Circul* ſein unbekanntes *Centrum* zu finden.

Reſolutio.

I. Es ſey der Circul, deſſen Centrum man nicht wüſte, a b c d. Tab. VII. Fig. 17. Nehmet darauf zwey Puncta an wo ihr wollet, a b. und ziehet aus denenſelben creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen, e f. oben und unten.

II. Ziehet e f. zuſammen, und ſo viel von dieſer Linie durch den Circul gehet, theilet in 2 gleiche Theile, ſo iſt das Centrum circuli x. gefunden.

Problema LIV.

Die *Peripherie*, oder den Umkreiß eines *Circuls*, in eine gerade *Linie* zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Es ſey der gegebene Circul A B C D. Tab. VII. Fig. 18. theilet ſolchen in 4 gleiche Theile durch 2 Diametros, die perpendicular auf einander ſtehen: Mit dem Proportional-Circul iſt es geſchwind geſchehen, ich ziehe nur den erſten Diametrum A C. hernach nehme ich den Radium E C. und trage ihn geſchwind in die Lineam chordarum von 60 zu 60. und nehme mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 90 zu 90. auf der Linea chordarum, und trage dieſe Weite in meinen gegebenen Circul aus C. in B. und D. ſo kan ich den andern Diameter B D. ziehen und der gantze Circul iſt in 4 gleiche Theile getheilet.

II. Ziehet bey D. eine parallelam mit A C. welche ſey der Tangens g h.

III. Theilet den oberen Semidiameter E B. in zwey gleiche Theile in F. und ziehet aus A. durch F. die Linie A L.

IV. Traget die eine Helffte E F. aus D. in g. hernach nehmet E g. und traget dieſe Weite aus E. herunter in h.

V. Ferner traget D h. aus D. in I. und laſſet von L. ein perpendicul herunter fallen L m. ziehet I m. zuſammen, und reiſſet aus D. eine parallelam mit I m ſo wird dieſe den verlängerten Diameter A C. durchſchneiden in N. und dahero iſt E N. der vierdte Theil einer Linie, welche gleich iſt der Peripheriæ Circuli, das iſt: Wenn man die Circul-Linie A B C D. in eine gerade Linie ausſtrecket, ſo wird ſie aufs nächſte der Linie o y. gleich ſeyn.

Scholion I.

Es wird in der Sectione ſecunda dieſes andern Theils gewieſen werden, wie man aus einem regulairen Viel-Eck, *Polygonum* ſonſt genannt, ſoll einen Triangul gleiches Innhalts machen. Wenn es nun möglich wäre auch einen ſolchen Triangul zu machen, deſſen Baſis accurat ſo lang wäre, als die Circumferenz des Circuls iſt, die Höhe des Trianguls aber wäre gleich dem Semidiametro Circuli, ſo würde ein ſolcher Triangul auch gleich ſeyn dem gegebenen Circul. Die Urſach iſt dieſe: Ein jedes Polygonum regulare, wenn es auch tauſend Seiten hätte, iſt dennoch nett ſo groß, als ein ſolcher Triangul, deſſen Baſis ſo groß iſt, als alle Seiten des Polygoni, in eine lange Linie zuſammen geſetzet, die Höhe aber die perpendicular-Linie iſt, vom Centro des Polygoni, bis auf die Mitte einer Seiten gezogen. Nun aber iſt der *Circul* kleiner als alle *Polygona*, die man auſſen um denſelben herum reiſſen kan, wenn es auch tauſend Seiten habende *Polygona* wären: Denn es mag das letzte ſo klein ſeyn als es will,

will, ſo beſchließt es dennoch immer den Circul in ſich. Hingegen iſt der *Circul* gröſſer als alle *Polygona*, die inwendig um ihn herum geriſſen werden können: Denn es mag ein Polygonum ſo viel Eck haben als es will, ſo beſchlieſſet der Circul dieſelbe doch noch immer in ſich. Nun aber iſt ein Ding, in welchem ein anders ſtecken kan, gröſſer, als das andere, welches darinnen ſtecket. Demnach folget nothwendig: Gleichwie ein jegliches Polygonum, ſo auſſer- oder innerhalb einem Circul beſchrieben wird, einem Triangul gleich iſt, welcher zur Baſi alle Seiten des Polygoni, und zur Höhe eine Linie hat, welche gleich iſt der Diſtanz des Centri bis zum Mittel einer Seiten des Polygoni; Alſo auch iſt ein jeder Circul, (als welcher das mittlere iſt zwiſchen denen zweyen auſſerhalb und innerhalb beſchrieben,) nach ſeiner Circumferenz gleich einem Triangul, deſſen Baſis die peripherie des Circuls wäre, die Höhe aber des Trianguls wäre gleich dem Semidiametro Circuli.

Scholion II.

Indem man nun aber keine ſolche accurate Linie finden kan, die nach ihrer Länge vollkommen gleich wäre der Peripheriæ Circuli, ſondern alle methoden nur am nächſten gleiche Lineas rectas heraus bringen, ſo erhellet auch ſchon von ſelbſten, daß es ohnmöglich, einen Triangul zu machen, der exactè mit einem Circul einerley Innhalt hätte. Zwar haben ſich viele ſchon groſſe Mühe gegeben, auf Geometriſche Art ſolches heraus zu bringen; Allein bis hieher iſt die Vollkommenheit darinnen noch immer unerfunden geblieben.

Aus dieſer Urſach haben ſich einige Mathematici bemühet, eine andere bequehme Art zu ſuchen, nemlich die allernächſte Proportion der Circumferenz des Circuls gegen ſeinen Diametrum zu finden, um dardurch eine Circul-Linie aufs allernächſte in eine gerade Linie auszuſtrecken. Dieſe Proportionem Diametri ad Peripheriam zu finden, ſo bedienen ſich die Mathematici derer *Polygonorum*, die man inn- und auſſerhalb derer *Circul* ſchreiben kan. Die Polygona, die auſſerhalb dem Circul können herum getragen werden, ſind allemahl gröſſer, als der Circul, mithin ihre latera in einer Linie zuſammen geſetzt, ſind länger als die Peripherie-

pherie, wenn ſie in eine gerade Linie zu ziehen káme. Dieſ jenigen Polygona, welche innerhalb dem Circul aufgeriſſen werden, ſind kleiner, als der Circul, einfolglich iſt die Linie ſolcher Polygonorum, wenn ihre latera zuſammen geſetzet würden, kürtzer, als die Peripherie des Circuls, wenn ſolche ausgeſtrecket wáre. Dieſe Betrachtung hat nun denen Mathematicis Anlaß gegeben, daß ſie ſich eingebildet, es wáre in einen jeden Circul ein Polygonum von unzehlichen Ecken geſchrieben, entweder auſſen, oder innen herum. Je mehr Ecken nun ein Polygonum gegen ſeinen Circul hat, je náher kommt es mit demſelben überein, und je eine kleinere Differenz iſt zwiſchen der Peripherie und denen lateribus Polygoni. Und durch dieſe Arbeit iſt man endlich ſo weit gekommen, daß die Differenz zwiſchen der wahren Peripherie eines Circuls, und zwiſchen der gefundenen Linie, die der Peripherie gleich ſeyn ſoll, endlich ſo klein worden, daß man billig den Unterſchied beyder gar nicht mehr zu æſtimiren hat.

Scholion III.

Archimedes hat eine Figur von 96. Ecken genommen, und bey der genauern Ausrechnung dieſes Polygoni gefunden, daß der *Diameter* eines ſolchen Circuls $3\frac{1}{7}$mal um ſeine Peripherie herum gehe; das iſt, wenn man die 96. *Latera* auf eine gerade Linie hintereinander ſetzet, und hernach den Diametrum desjenigen Circuls, um welchen dieß 96. Eck habende Polygonum auſſen herumgehet, darnach miſſet, ſo ſtecke er $3\frac{1}{7}$mal darinnen. Aus dieſem hat er nun geſchloſſen, daß derjenige *Circul*, der etwas kleiner iſt, als die 96. auſſen herum gehende Seiten, auch etwas kleiner ſeyn müſſe, als eine *Linie*, welche ſo lang wáre, daß der *Diameter* davon $3\frac{1}{7}$mal hinein gieng.

Zweytens hat *Archimedes* gefunden, wann dieſe 96. Seiten innerhalb des Circuls herum gehen, ſo machten ſie eine Länge aus, wo ſie in gerader *Linie* aneinander geſetzt würden, darein der Diameter Circuli, der auſſen um dieß Polygon herum gieng, $3\frac{10}{71}$. mahl ſich tragen ließ. Weil nun in dieſem Fall des Circuls peripherie länger iſt, als die 96. Seiten, wenn ſie innen herum gehen, ſo ſchlieſſet Archimedes mit Recht, daß die Circumferenz-*Linie* auch etwas gröſſer ſeyn müſſe, als ſein

Dia-

Diameter, wenn man ihn $3\frac{10}{71}$ mal in die ausgeſtreckte Peripherie-Linie trüge.

Scholion IV.

Metius, *Grünberger* und andere, haben Polygona von noch mehr Ecken genommen, und ſind mithin ſelbſt der wahren Gröſſe und Gleichheit noch näher gekommen. Inſonderheit hat *Metius* gefunden, daß ſich der Diameter zur Circumferenz verhalte wie 113. zu 355.

Ludolphus von *Ceulen* iſt noch weiter gegangen, und hat zwey Proportiones gefunden, die in recht groſſen Circuln ſehr nützlich zu gebrauchen ſind. Aller dreyer groſſen Männer Proportiones ſtehen hier beyſammen:

I. Archimedis Proportio Diametri ad Circumferentiam
wie 7 —— 22 gröſſer als die wahrhaffte;
wie 71 —— 223 kleiner als die wahrhaffte.

II. Metii Proportio Diametri ad Circumferentiam
wie 113 —— 355.

III. Ludolphi, von *Ceulen* Proportio I. Diam. ad Circumf.

wie 1 00,000,000,000,000,000,000
gegen 3.14159 2.6 5 3 5 8 9 7 9 3 2 3 8 4 $\frac{6}{7}$ gröſſer / kleiner) als die wahrhaffte.

Proportio II.

wie 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 00 0000 00 00 000 000 000 00 00.
gegen 3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5 8 9 7 9 3 2 3 8 4 6 2 6 4 3 3 8 3 2 7 9 5 0 7 9 5 $\frac{0}{1}$ (gröſſer / kleiner

Scholion V.

Wenn man dieſe Proportiones, welche mit ſo groſſer Mühe von denen Gelehrten ſind geſuchet worden, zu einer gemeinen Conſequenz bringet, das iſt, wenn man ſie wie Brüche unter einerley Nenner bringet, nach dem Problemate XLVI. Sect. III. Partis I. ſo findet ſichs, um wie viel ſie noch von der Gleichheit reſtiren. Exempli gratia, nehmet des Archimedis Proportionem;

$\frac{22}{7} \times \frac{223}{71}$ $\frac{7}{22} \times \frac{71}{223}$

$\frac{1562}{497}$ $\frac{1561}{497}$ Item $\frac{1561}{4906}$ $\frac{1562}{4906}$

differirt von der wahren Gröſſe. $\frac{1}{497}$ differirt von der wahren Gröſſe. $\frac{1}{4906}$

Wird man mit der Proportione *Metii* alſo verfahren, ſo zeigt ſichs, daß es ein wenig mehr als um $\frac{1|3}{100000|00}$ differire, daß der Diameter gröſſer iſt, als die Circumferenz: Denn wenn man den Diametrum 10 000 000. seyn läſſet, ſo bringt die Regula de Tri zur Circumferenz heraus 31. 415. 929

Des *Ludolphi* von *Ceulen* ſeine Proportion differiret aber nach der erſten methode wie $\frac{1}{1000000000000000000000}$

Die andere Art differirt wie $\frac{1}{1000000000000000000000000000}$, dieſe kleine differenz trifft weniger an, als ein Sand-Korn gegen die gantze Erden, und demnach können dieſe proportiones ſo gut gebraucht werden, als wenn man würcklich erfunden, wie groß eine Circul-Linie, in eine gerade ausgeſtrecket, accurat wäre.

Scholion V.

In Mechanicis, wo die höchſte accurateſſe nicht nöthig, thut des *Archimedis* Proportio gute Dienſt: In Geometricis, da mehrere accurateſſe von nöthen, kan man ſich des *Metii* Proportion bedienen: In groſſen und wichtigen Dingen iſt des *Ludolphi* von *Ceulen* Proportion die beſte. Wir wollen inskünfftige allemahl von des *Ludolphi* von *Ceulen* ſeiner Proportion die vorderſten Zahlen hinweg nehmen, und zu unſerer künfftigen Proportionirung gebrauchen, nemlich, es ſoll ſich der Diameter zur Circumferenz

ferenz verhalten, wie 100. zu 314. Denn ſo hat man in der Regula de Tri den Vortheil, daß man vornen nichts dividiren darff.

Problema *LV.*

Durch Hülffe des *Proportional-Circuls* eine *Circul-Linie* in eine gerade *Linie* zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Behaltet die 18de Figur der VII. Tabulæ, ſo iſt eines des andern Probe. Nehmet mit dem Hand-Circul den Diameter des gegebenen Circuls A E. traget ſolchen in die Lineam partium æqualium von 50. auf 50. transverſim.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 157. zu 157. auf der Linea partium æqualium, oder Arithmetica, welches einerley; ſo habt ihr eine gerade Linie o v. welche aufs nächſte gleich ſeyn wird der Linie des gegebenen Circuls ABCD.

III. Wenn die Linea Arithmetica nicht auf 200. ſondern nur auf 100. oder 120. gleiche Theile gienge, ſo nehmet den Semidiameter von 25. an, und traget ſolchen von 25. auf 25. in die Lineam Arithmeticam. Hernach nehmet auf dem unverrückt-gebliebenem Proportional-Circul die Weite von 78. zu 79. ſo giebt dieſe die Helffte der geraden Linie, welche aufs nächſte gleich ſeyn ſoll der Circul-Linie. Demnach darff man ſolche nur dupliren, ſo iſt die Arbeit geſchehen.

Scholion.

Warum man 50. und 157. oder halbirt 25. und $78\frac{1}{2}$. nehme auf dem Proportional-Circul, iſt aus dem letzten Scholio des vorhergehenden Problematis zu erklähren, weil nemlich *Ludolphus* von *Ceulen* gefunden, daß ſich der Diameter

meter eines Circuls zu ſeiner Peripherie verhalte wie 100. zu 314. nach denen Anfangs-Zahlen von ſeiner groſſen Proportione. Da nun die *Linea Arithmetica* auf dem Proportional-Circul nie weiter als auf 200 ordentlich ſich erſtrecket, ſo iſt ſtatt 100. — 314. genommen worden, die Helffte 50 — 157. oder auch nur der Semidiameter 25 — $78\frac{1}{2}$.

Problema LVI.

Es wäre gegeben die gerade *Linie ab.* zu erfahren, was für ein *Circul* daraus entſtünde, wenn ſie um ein *Centrum* herum geführet würde.

Reſolutio.

I. Theilet die gegebene Linie ab. Tab. VIII. Fig. 1. in drey gleiche Theile, und machet daraus einen gleich-ſeitigen Triangul, A B C.

II. Theilet die zwey Seiten AB. und BC. in zwey gleiche Theile, und die eine Helffte E B. wieder in zwey gleiche Theile in G.

III. Ziehet aus E. auf A. und aus D. auf C. Linien, ſo bekommet ihr des Trianguls Centrum F.

IV. Aus dieſem Centro F. ziehet auf G. eine blinde Linie, etwas über G. hinaus gehend.

V. Theilet F G. in 4 gleiche Theile und ſetzet einen dieſer Theile aus G. hinauf in h. ſo giebt F h. einen Semidiametrum zu einem Circul, deſſen Peripherie aufs nächſte der gegebenen Linie a b. gleich ſeyn wird.

Problema LVII.

Auf dem *Proportional-Circul* geſchwind eine gerade *Linie* in eine *Circul-Linie* zu verwechſeln, aufs nächſte.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie und traget ſie auf 157 zu 157. in die Lineam Arithmeticam.

II. Laſſet den Proportional-Circul in dieſer Oeffnung, und nehmet die Weite von 50 zu 50. auf der Linea Arithmetica, ſo habt ihr den Diameter zu einem Circul, deſſen Linie aufs nächſte gleich iſt der gegebenen geraden Linie.

Scholion I.

Was in dem Scholio des Problematis LV. gerathen worden, das iſt auch hier zu mercken.

Scholion II.

Wolte man nach *Archimedis* Proportione verfahren, ſo trägt man nur die gegebene Linie aus 22 zu 22. transverſim auf die Lineam Arithmeticam, und nimmt hernach auf unverrückten Proportional-Circul die Weite von 7 zu 7. mit einem Hand-Circul auf der Linea Arithmetica, ſo hat man eine gerade Linie in eine Circul-Linie, nach des *Archimedis* Weiſe, verkehret.

Weilen aber 22 und 7. gar zu nahe bey dem Centro des Proportional-Circuls ſtehen, mithin ſich wenige und nur die allerkleineſten Linien tractiren lieſſen, ſo mercke man, es iſt eins, wenn vor 22. die Zahl 44. und vor 7. die Zahl 14. oder 66 und 21. oder 88 und 28. ꝛc. genommen werden, als die dupla, tripla, quadrupla, &c.

Problema LVIII.

Eine ablange Rundung, oder *Ellipſin*, zu reiſſen.

Reſolutio.

Primus modus.

I. Ziehet einen Circul nach Belieben, oder nach der proportione, in welcher die Ellipſis ſtehen ſoll. Vid. Tab. VIII. Fig. 2. n. 1. 2. 3.

II. Setzet den einen Fuß mit einerley Circul-Oeffnung entweder in die Peripherie des erſten Circuls, oder innerhalb oder auſſerhalb derſelben, und ziehet den zweyten Circul.

III. Nehmet die Weite des gantzen Diametri und ziehet damit aus x. und v. die Segmenta a c. und f g. ſo iſt die Ellipſis fertig.

Secundus modus.

I. Machet nach Gutdüncken und nachdeme die Ellipſis ſoll groß oder klein werden, mit einem Circul die zwey Puncta a und b. und reiſſet mit ſolcher Oeffnung die creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen c. und d. Tab. VIII. Fig. 3.

II. Ziehet aus c. die Linie c b h. und c a g. ingleichen aus d. die Linie d a e. und d b f.

III. Setzet einen Hand-Circul in d. als das eine Centrum, und öffnet ihn viel oder wenig über a. ſo groß nemlich als ihr die Ellipſin begehret, und reiſſet damit den Bogen e i f.

IV. Hernach reiſſet mit eben der Oeffnung aus dem Centro c. den Bogen h k g.

V. Endlich ſetzet den Circul in a. und öffnet ihn bis e. und reiſſet den Bogen e l g. und aus b. den Bogen f m h. ſo iſt die Ellipſis fertig.

Scholion I.

Es giebt noch unterſchiedliche Manieren Ellipſes zu reiſſen: Wer mehreren Unterricht davon verlanget, kan unter andern nachleſen den Hrn. *Daniel Schwenter* in ſeinem *Tractatu primo Geometriæ practicæ novæ & auctæ.*

Scholion II.

Es giebt auch Inſtrumenta, durch welche man mechanice allerhand Ellipſes behend aufzeichnen kan; Allein ich verſpahre dieß alles auf eine beſſere Gelegenheit, wenn von der *Linea Elliptica*, Hyperbolica, Parabolica in Catoptricis und Dioptricis zu ſchreiben das Leben behalten werde.

Problema LIX.

Eine Eyer-Rundung aufzureiſſen.

Reſolutio.

Tab. VIII. Fig. 4. I. Machet einen Circul von willkührlicher Gröſſe, und aus dem Puncto Peripheriæ b. ziehet den andern Circul mit eben dem radio.

II. Setzet den Circul in x. und reiſſet mit der Weite des Diametri bs. den Bogen c i h. und auf gleiche Weiſe aus v. den Bogen d k e. ſo iſt die Ellipſis fertig.

III. Eine Eyer-Rundung nun daraus zu machen, ſo ziehet die Linie i k. durch die Puncta x v. ſetzet den Circul in k. und öffnet ſolchen in der Weite h. und reiſſet damit den Bogen h m. desgleichen mit eben dieſer Oeffnung aus i. den Bogen e n.

IV. Ziehet die Linie b l. und theilet ſolche in zwey gleiche Theile in o.

V. Setzet den Hand-Circul in o. und reiſſet mit der Oeffnung o p. den Bogen pq. ſo iſt die Eyer-Rundung fertig.

Scholion.

Auch hier laſſe ich die übrigen Methoden hinweg, wie man Eyer-Linien ziehen ſoll, weilen ſolches theils in andern Büchern ſchon weitläufftig angezeiget worden, theils die Schrancken meiner Anfangs-Gründe es nicht verſtatten.

Problema LX.

Eine Schnecken-Linie aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Die gemeine Art, Schnecken-Linien aufzureiſſen, iſt leicht, und beſtehet darinnen: Nehmet eine Linie a b. an, und theilet ſolche in ſo viel gleiche Theile, als ihr wollet. Tab. VIII. Fig. 5.

II. Den mittelſten Theil zergliedert wieder in zwey gleiche Theile in c. und behaltet alsdann das Pun-

Punctum c. und das nächſte darauf vor die zwey Centra, aus welchen alle Circul-Stücker ſollen geriſſen werden.

III. Setzet nunmehro den Circul in c. und reiſſet aus 4. den halben Circul 4.3. hernach ſetzet den Hand-Circul in 4. und ziehet aus 5. den halben Circul 5 n 3. Hierauf ſetzet den Circul wieder in c. und ziehet aus 2. den Bogen 5 m 2. und ſo fort, ſo wird die Schnecken-Linie ſo weit ſich continuiren laſſen, als man will. Und dieſe Schnecken-Linie beſtehet aus lauter Circul-Trümmern.

IV. Will man aber eine Schnecken-Linie ziehen, welche keine Gemeinſchafft mit dem Circul hat, ſo ziehet einen Circul von der Gröſſe, als die Schnecken-Linie ſeyn ſoll, theilet ſolchen durch 6. Semidiametros in 6. gleiche Theile, und ziehet die drey Diametros aus. Tab. VIII. Fig. 6.

V. Ziehet noch einen kleinern Circul aus eben dieſem Centro, welcher zugleich von ſelbſten in 6. Theile gehet.

VI. Setzet den Circul mit dem einen Fuß in 6. des kleinern Circuls, und öffnet ihn bis auf 1. des groſſen Circuls, und reiſſet einen Bogen bis an den Diametrum 5. 2. und nennet das puncta. wo der Bogen den Diametrum berühret.

VII. Setzet den Hand-Circul in 1 des kleineren Circuls, und öffnet ihn bis auf a. und ziehet den Bogen bis auf den folgenden Diametrum, nennet den Bogen ab.

VIII. Setzet den Hand-Circul in 2. des kleineren Cir-

Circuls, und öffnet ſolchen bis in b. und ziehet den dritten Bogen b c. und ſo fort, ſo wird die Schnecken-Linie gezogen ſeyn.

Scholion.

Die Schlangen-Linien, Ketten-Linien und dergleichen, laſſe ich billig hinweg, indem dieſe mehr Kurtzweile, als Nutzen und ſubtilité in ſich haben. Wer von Schnecken-Linien mehr wiſſen will, der leſe *Schwenterum* und *Wolffium*. ll. cc.

CAPUT VI.

Von denen Problematibus der Euthymetrie mit geraden Linien, mit Winckeln und krummen Linien auf dem Feld.

Problema LXI.

Eine gerade Linie auf dem Feld abzuſtecken.

Reſolutio.

I. Schlaget einen Stab, oder *Baculum*, wie man ihn nennen will, perpendiculariter in die Erde. Vid. Tab. VIII. Fig 7.

II. Tretet etliche Schritte hinter ſolchen Stab a b. in c. und laſſet jemand anders einen andern Stab e d. in einer beliebten Diſtanz alſo einſchlagen, daß ihr den Stab e d. vor den Stab a b. nicht ſehen könnet, ſo iſt die gerade Linie auf dem Feld abgeſtecket.

III. Solte man ſolche Linie verlängern müſſen, ſo darff man nur noch mehrere Stäbe weiter hinaus einſchlagen laſſen, alſo, daß das Aug in c. keinen dererſelben vor den erſten Stab a b. ſehe, ſo

ſo láſſet ſich die Linie, ſo weit man will, continuiren.

Scholion I.

Wenn man was accurates auf dem Feld præſtiren will, ſo werden allerwenigſtens folgende Stücke erfordert:

I. Eine hinlängliche Anzahl rund-gehobelter Stäbe, die 5. bis 6. Schuh hoch, unten geſpitzt, und einige mit Eiſen beſchlagen ſeyn müſſen; nicht allzu dicke, damit ſie nicht beſchwerlich ſind, und nicht allzu dünne, damit ſie ſich nicht biegen u. ungerne einſchlagen laſſen. Tab. VIII. Fig. 8. Num. 1.

II. Ein Bley-Gewicht, vid. Num. 2. welches in einem länglichten Stücklein Bret beſtehet, ſo auf beyden Seiten a b. und c d. nach der Länge hohl ausgehobelt, und in der Mitte eine perpendicular-Linie gezogen, und an dieſelbe eine Schnur mit etwas Bley genagelt wird. Dieß dienet, alle Stäbe perpendicular einzuſchlagen.

III. Eine Meß-Kette, oder Meß-Schnur, von 3. bis 4. Ruthen allerwenigſtens lang, vid. Num 3. da eine jede Ruthe in 10. Schuh, ein jeder Schuh in 10. Zoll eingetheilet zu ſeyn, nach der Parte I. gezeigten Decimal-Rechnung, præſupponirt wird. Den erſten und letzten Schuh einer gantzen Meß-Ketten, pfleget man in 10. Zoll würcklich wieder abzutheilen.

IV. Einen beſondern Maaß-Stab, der eines ſolchen Schuhes lang ſey, in welche die Meß-Kette eingetheilet worden. Dieſer Maaß-Stab, der in 10. Zoll zergliedert wird, dienet hierzu, wenn im Meſſen mitten bey der Ketten eine Linie ein End hat, auf jeglichen Schuh der Ketten auch die Zoll zu finden.

V. Eine Berg-Waage, vid. Num. 4. die in einen halben Circul, der in ſeine 180. Grad eingetheilet, beſtehet, und in der Mitte ein Bley-Gewicht herabhangend hat; durch deren Hülffe kan man horizontaliter fortmeſſen, wenn auch Ungleichheiten des Terrains ſich zeigen; item, man kan auch Berg auf meſſen, daß man immer in einerley Winckel bleibe, ſo uneben auch der Berg iſt.

VI. Zwey beſondere runde ſauber-gehobelte Stäbe, vid. Num.

Num. 5. welche von gleicher Länge und Dicke mit denen andern ſeyn. Dieſe müſſen in lauter Zoll abgetheilet, und mit einer Hülſen und Stell-Schrauben verſehen werden, und zwar alſo, daß auf beyden Seiten wider, oder gegeneinander, ein jeder Stab in ſeiner Hülſen eine Stell-Schrauben habe, damit ſie deſto feſter angeſchraubt werden können. Es dienen dieſe Stäbe darzu, damit man die Meß-Ketten, wenn ſie in die Stäbe mit ihren groſſen Ring hinein gehänget, oder auch wohl an die Hülſen angemachet werden, hoch und niedrig durch ſolche richten, und in einerley Höhe erhalten, mithin horizontal meſſen könne.

VII. Nebſt einem Hand-Circul, einigen verjüngten Maaß-Stäben, die auf ein Lineal getragen ſeyn, gehöret auch ein gutes Meß-Tiſchlein, und ein halber meßingener Circul in ſeine 180. Grad getheilet, und mit 4 Diopteꝛn verſehen, darzu, welches Inſtrument man ſonſten abuſivè *Aſtrolabium* zu nennen pfleget.

VIII Wer einen Proportional-Circul hat, wird ſich deſſen im Feldmeſſen auch viel bedienen und manchen ſchönen Vortheil damit machen können.

IX. Ein Compaſſ wird aus dieſer Urſach erfordert, damit man im Grundlegen auch die Himmels-Gegenden bemercken könne.

X. Einen Schlägel brauchet man nicht weniger, die Stäbe damit in die Erde zu ſchlagen.

Scholion II.

Wer von denen Inſtrumentis Geometricis mehr Nachricht verlanget, kan *Martium* und *Bion* ll. cc. nachleſen, vor einen Anfänger iſt genug das zu wiſſen, was ich hier angeführet.

Problema LXII.

Eine jede auf dem Feld gegebene gerade *Linie* auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Nehmet die beſchriebene Maaß-Stäbe, ſchlaget einen in den Anfang der auszumeſſenden Linie perpendiculariter ein, und hänget die Meß-Kette mit ihrem Ring darein, oder die Schleiffen an der

der Meß-Schnur, daß ſie accurat auf der Erden liege, ſo viel die horizontal-Linie leydet.

II. Laſſet an dem Ende der Meß-Ketten von einem andern einen Stab in die gegebene Linie alſo einſchlagen, daß die Ketten oder Schnur ſtreng angezogen und nirgend verſchlungen ſey.

III. Thut die Ketten von den Maaß-Stäben und gehet fort, hänget die Ketten in den zweyten Stab, und laſſet alſo den dritten Stab ſchlagen, und ſo ferner.

IV. Mercket, wie viel Ruthen eine gantze Kette halte, und wie vielmahl ihr mit der gantzen Ketten in der Linie fortgegangen, und wie viel zuletzt noch von einer Ruthen Schuh, Zoll übrig bleiben; das addiret zuſammen, ſo habt ihr den Innhalt der gantzen Linie ausgemeſſen.

Scholion.

Ein vor allemahl wird erinnert 1) daß die Stäbe allezeit perpendicular ſtehen; 2) die Meß-Ketten horizontal liegen; 3) die Kette jedesmahl wohl angezogen und nicht verſchlungen ſeyn ſoll, und wo die groſſen Ringe an denen Meß-Ketten, oder die Schleiffen an denen Meß-Schnüren, mit gerechnet ſind zu denen Ruthen, ſo fänget man gleich hinter dem Stab an die Linie zu zehlen nach denen Ruthen, welches auch das beſte. Sind aber die Ringe, oder Schleiffen an denen Meß-Ketten und Schnüren, beſonders gerechnet, ſo daß ſie nicht zu dem erſten Schuh gehören, ſo müſſen auch allezeit dieſelbe weggelaſſen werden im meſſen ſelbſt, damit kein Irrthum entſtehe.

Problema LXIII.

Auf dem Feld eine gegebene *Linie* in zwey gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Meſſet erſtlich nach dem Problemate præcedente die gantze Linie a b. dieſe ſey 10 Ruthen, vid. Tab. VIII. Fig. 9.

II. Halbiret dieſe Zahl, kommt 5. Ruthen; Meſſet demnach von a. gegen b. nochmahlen 5 Ruthen hinweg in c. ſo muß die Linie in 2. gleiche Theile getheilet ſeyn.

Scholion I.

Wenn eine ſolche Linie in 3. 4. 5. 6. ꝛc. Theile ſolte zertheilet werden, ſo dividiret man nur die gantze nach ihren Innhalt gefundene Linie durch 3. 4. 5. 6. und miſſet ſo viel von derſelben herunter, als der Quotient nach der Diviſione anzeiget.

Scholion II.

Iſt eine Linie nicht länger als die Meß-Kette ſelbſt iſt, ſo iſt ſolche ſchon in ſo viele Theile getheilet, als die Meß-Kette Ruthen und Schuh hat, nachdeme man es verlanget.

Problema LXIV.

Auf einer gegebenen *Linie* eine andere *perpendicular-Linie* auf dem Feld zu ſtellen.

Reſolutio.

Tab. VIII. Fig. 10. I. Stecket in das Punct der Linie a. aus welchen die perpendicularis a c. ſoll aufgerichtet werden, nur einen kleinen Stab, dergleichen man unterſchiedliche bey ſich haben muß.

II. Nehmet von dieſem Stab lincks und rechts auf der Linie im Feld ein gleich-groſſes Stück hinweg, ex. gr. 1 Ruthen, und ſchlaget in beyden Seiten kleine Stäbe daſelbſt ein in d. und e.

III. Hänget den einen Ring der Meß-Ketten in d. den andern Ring an dem andern Ende der Ketten in e. und nehmet juſt die Mitte von der gantzen Meß-Ketten und gehet hinauf-wärts gegen c. Wo ihr nun die Meß-Ketten alſo anſpannet, ſo wird ihre Mitte in c. eintreffen, und a c. wird die Perpendicularis ſeyn.

Pro-

Problema LXV.

An dem Ende einer Linie, auf dem Feld, eine perpendicularem aufzurichten.

Reſolutio.

I. Schlaget an dem Ende der Linie a. Tab. VIII. Fig. 11. einen Pfahl ein und meſſet gegen b. 3 Schuh ab, und ſchlaget daſelbſt in c. wieder einen Pfahl ein.

II. Nun hänget die Meß-Ketten mit dem einem groſſen Ring an ihrem Ende in den Pfahl bey a. und zehlet erſtlich 4 Schuh davon hinweg, hernach nehmet auch 5 Schuh weiter fort auf der Ketten.

III. Thut den Daumen zwiſchen die 4. Schuh und 5. Schuh der Ketten, laſſet jemand die Ketten, wo die 5. Schuh aufhören, bey c. an den Pfahl halten, und ihr gehet mit der an dem Daumen habenden Ketten von 4 Schuhen von a. perpendiculariter præter propter hinauf, ſo wird ſich von ſelbſten das Punct d. geben, alſo daß a d. 4. Schuh, c d. 5 Schuh, und a c. 3. Schuh ſeyn wird, mithin ſchlaget in d. einen Pfahl, ſo habt ihr die perpendicularem an dem Ende einer Linie aufgerichtet.

Scholion I.

Dieß iſt ein artiges Problema und wohl zu mercken, denn es kommt im Feldmeſſen offt vor.

Scholion II.

Solte auch auf dem Feld das Punctum, wo die Perpendicularis herunter fallen ſoll, über die Lineam hinaus ſtehen, ſo continuiret man nur durch etliche geſetzte Pfähle die Lineam nach dem Problemate LXI. und traget alsdann die perpendicularem darauf, nach dem Problemate LXIV.

Pro-

Problema LXVI.

Zu einer gegebenen *Linie*, auf dem Feld, eine andere *Parallel-Linie* abzuſtecken.

Reſolutio.

Tab. VIII. Fig. 12. I. Traget nach dem Problemate LXIV. etliche Perpendicular-Linien, mit einerley Weite der Ketten, auf die gegebene Linie im Feld.

II. Stecket in alle gefundene perpendiculares Pfähle, ſo werden dieſe eine Linie abſtecken, welche mit der gegebenen parallel lauffet.

III. Solte die Diſtanz gegeben worden ſeyn, wie weit die Parallelæ auf dem Feld von einander ſtehen ſollen, ſo traget erſtlich beſonders auf das Feld 2 Linien, die perpendicular auf einander ſtehen, und meſſet an dem catheto, wie weit die perpendicularis die parallelas von einander ſtellen ſoll. Dieſe perpendicularem nehmet alsdann allemahl, in Aufrichtung eines rechten Winckels, in dieſem Problemate an, ſo werden die parallelæ auch nach der gegebenen Diſtanz auf dem Feld von einander ſtehen.

Scholion.

Indeme man ſiehet, daß auf eine Perpendicular-Linie vieles auf dem Feld ankomme, ſo will noch dieſe zwey modos recommendiren, als die leichteſten und artigſten. Solte man geſchwind zu Zeiten nach denen andern Methoden keine perpendicularem auftragen können auf die gegebene *Linie* im Feld, ſo nehmet einen groſſen Winckelhacken, leget ſolchen accurat an das *Punct*, wo die perpendicularis hin ſoll gezogen werden, und laſſet hernach aus dem Winckel a. die Schnur anziehen, daß ſie mit dem Winckelhacken anliege allenthalben, ſo iſt die perpendicularis abgeſtecket a b. Item es würde verlangt, ich ſolte alle Augenblick einen rechten Winckel auf dem

Tab. VIII. Fig. 13.

Feld

Feld machen, ſo nehmet nur drey Ruthen von der Meß-Ketten, und machet geſchwind einen gleich-ſeitigen Triangul, alſo, daß jede Seite eine Ruthen hat, ſo wird ein jedes Latus in der Helffte bey 5 Schuh gegen ſeiner Spitze eine perpendicularem herunter haben, mithin kan alle Augenblick eine perpendicularis auf eine Linie, und ein rechter Winckel auf derſelben, nothwendig auf dem Feld gemachet werden. Tab. IX. Fig. 1.

Es giebt dieſe letztere Art auch dieſen Vortheil, daß man behend auf einer jeden gegebenen Linie, zu einem in der Ferne gegebenen Punct, eine perpendicularem aufrichten kan: Man nimmt nemlich nur drey Ruthen von der Meß-Ketten, und machet daraus einen gleich-ſeitigen Dreyangul, läſſet einen Menſchen mit der einen Hand den Winckel der Ketten a. halten, einen andern Mann den Winckel der Ketten b. daß beyde Winckel auf die gegebene Linie a f. zu ſtehen kommen; den dritten Mann laſſet einen Stab in den Winckel c. perpendiculariter ſtellen, ich ſelbſten ſtelle einen andern Stab in die Helffte der Linie a b. das iſt an den fünfften Schuh der einen Ruthen a b. welches ſey d. und viſire mit dem Auge aus dem Stab d. durch c. auf das gegebene Punct x. ſo lange mit hin- und herrücken der Seiten a b. des gleich-ſeitigen Triangulo a c b. bis die drey Stäbe d. c. und x. in Linea recta ſtehen, ſo wird aus dem ferne-ſtehenden Punct x. eine perpendicularis auf die gegebene Linie a f. geſtellet worden ſeyn.

Problema LXVII.

Einen auf dem Feld gegebenen Winckel zu meſſen, wie viel er Grad halte.

Reſolutio.

I. Stellet den meſſingernen halben Circul, welchen man abuſive Aſtrolabium nennet, auf die Spitze des Winckels, den man auf dem Feld meſſen ſoll, das iſt, richtet das Stativ, auf welchen das Inſtrument Waſſer-recht ſtehen ſoll, alſo durch Hülffe eines Bley-Gewichtes, daß das Centrum des halben Circuls x. und das Bley-Gewicht o mit der Spitze Tab. IX. Fig. 2.

des

des Winckels auf dem Feld a. eine gerade Perpendicular-Linie mache.

II. Richtet den meſſingernen halben Circul alſo, daß deſſen Diameter C D. mit ſeinen perpendiculariter darauf ſtehenden Dioptren accurat auf die eine Linie des Winckels a b. auf dem Feld zu ſtehen komme, das iſt, drehet das Inſtrument ſo lange herum, und ſehet durch die Dioptren, die auf dem unbeweglichen Diametro C D. ſtehen, nach dem am Ende ſtehenden Stab, oder Baum, oder Thurm ꝛc. als der einen Seiten des Winckels, bis ihr durch die Dioptren mitten auf den Stab, Thurm, ꝛc. ſehen könnet.

III. Laſſet das Inſtrument alsdann in ſolcher Situation, und drehet ſittſam das andere bewegliche meſſingerne Lineal mit ſeinen Dioptren E. F. ſo lang hin und her, bis ihr durch die Dioptren auf den Stab, Baum, Thurn, ꝛc. der andern Seiten des gegebenen Circuls auf dem Feld a c. mitten hin ſehet.

IV. Zehlet nunmehro auf dem halben Circul, wie viel Grad zwiſchen E x D. befindlich ſeyn, ſo viel Grad wird der Winckel auf dem Feld halten, der unten in der Figur mit b a c. angedeutet iſt.

Scholion.

Unter allen Stativen, deren vielerley Gattungen ſind ausgeſonnen worden, und dergleichen man in des *Bion* Mathematiſcher Werck-Schule, in des *Martii* Europæiſchen Ingenieur, &c. viele antrifft, gefället mir die Art, welche Tab. IX. Fig. 2. von mir aufgezeichnet ſtehet, am beſten. Einige ſind zwar compendieuſer erſonnen, daß man ſie commod zuſammen legen und leicht mit ſich tragen kan; allein eben dieß Compendium iſt ein diſpendium: Denn alle dieſe Stative, welche gar zu commod zuſammen in ein kleineres Stück können gele-

get werden, haben den Haupt-Fehler unter andern, daß ſie wackeln und nicht feſt auf dem Feld geſtellet werden können; zu dem gehen die Schrauben an denen Schenckeln gar zu geſchwind auf, und laſſen nach, wodurch viele Mühe und Ungedult in dem Meſſen entſtehet, auch wegen des Wackelns nicht ein Winckel accurat genommen werden kan. Andere Stative ſind, wegen ihrer allzuvielen Künſtlichkeit, nur zu künſtlich, und verliehren die accurateſſe durch die viele Stücke, welche accurateſſe doch hauptſächlich alleine darinnen beſtehet, daß ich ſolches behend auf ein jedes Punct im Feld ſtellen, daſſelbe hoch und nieder richten, und in jeder Situation ſo firm machen und ſtellen könne, daß es, ohne das geringſte Wackeln, leydet, mit dem halben Circul oder Meß-Tiſchlein darauf operiren zu dörffen.

Dahero gefällt mir dieß angeführte Stativ am beſten: Es beſtehet dieſes aus 3. langen unten ſpitzig-zugehenden Schenckeln, die von m. bis n. mit Eiſen beſchlagen ſind, damit ſie deſto beſſer in die Erde geſtoſſen werden können. Oben bey g. ſind ſie mit eiſernen Schrauben verſehen, wie ſonſt alle Stative auch haben. Dieſe Schrauben ſind in ein 4-eckigtes oder 8-eckigtes Stück Holtz g h. eingelaſſen, vermöge welcher ich die 3. Füſſe weit auseinander ſtellen, und näher zuſammen rücken kan; in jenem Fall das Stativ dadurch niedriger, in dieſem Fall aber daſſelbe höher zu ſtellen. Bey h. hat das 8eckigte Stück Holtz einen Zapffen eingeſchnitten, der ſo dick, daß die meßingerne untere Hülſen der Nuß von dem halben Circul, oder von dem Meß-Tiſchlein, hinein geſtecket und mit der Schraube y. kan feſt geſchraubet werden. In der Mitte, accurat unten, iſt ein Faden mit einem Bley-Gewicht o. o. angenagelt herunter hangend, durch deſſen Hülffe man auf einen jeden Punct des Feldes das Centrum des Inſtrumenti x. richtig in die Spitze des Winckels zu richten vermöge; Und mit dieſem Stativ bin ich gar wohl zufrieden.

Problema LXVIII.

Einen jeglichen gegebenen Winckel auf das Feld zu tragen.

Reſolutio.

I. Stellet das Inſtrumentum eines halben meßingernen Circuls, nach der Beſchreibung des vorigen

Problematis, auf das Punct im Feld, worein der Winckel ſoll getragen werden.

II. Ziehet das meßingerne Lineal mit denen Diopteren auf dem Inſtrument ſo weit von dem erſten Grad hinweg, bis es den Grad berühre, ex. gr. 45. als ſoviel Grad der Winckel haben ſoll.

III. Sehet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri auf dem Inſtrument, und laſſet im Feld einen Stab ſtecken, der durch die Dioptern juſt geſehen werden könne.

IV. Eben ſo ſehet durch die Dioptern des meßingernen Lineals, welches auf dem 45ſten Grad ſtehet, und laſſet einen Stab ſchlagen, den ihr durch die Dioptern juſt ſehet.

V. Zuletzt ſchlaget in das Punct, wo das Bley-Gewicht unten in dem Stativ hinweiſet, auch einen Stab, und thut das Inſtrument hinweg, ſo ſtehet der Winckel von 45. Graden auf dem Feld.

VI. Solte man aber auf eine im Feld ausgeſteckte Linie einen gegebenen Winckel tragen, ſo iſt es einerley Arbeit, nur daß das Stativ in das eine Ende der gegebenen Linie geſtellet, und der unbewegliche Diameter des Inſtruments mit ſeinen Dioptern ſo gedrehet werde, daß, weñ man durch die Dioptern auf die ausgeſteckte Pfähle der Linie ſiehet, man ſolche accurat in der Mitten treffe: Alsdann procediret man nach denen vorhergehenden Numeris dieſes Problematis.

Scholion I.

Auf ſolche Weiſe kan man nun einen jeden Winckel, er ſey ein ſtumpffer, oder ſpitziger, oder rechter Winckel, auf das Feld tragen, von dem Feld nehmen, an einem andern Ort wieder aufrichten, nachdem es die Noth erfordern wird, und

und iſt nichts darbey zu beobachten, als daß man nur 1) ein richtiges Inſtrument habe, 2) daſſelbe bedächtlich recht in die Spitze des Winckels ſetze, und fürſichtig damit umgehe.

Sonſt hat man auch noch eine Art, mit puren Staben und Ketten einen Winckel auf dem Feld von einem Ort in den andern zu tragen: Ich hätte den Winckel A B C. und ſolte ſolchen hintragen in a b c. ſo meſſet von beyden Schenckeln des Winckels ein gleich groſſes Stück hinweg, ex. gr. B 10. und C 10. Meſſet auch wie weit von 10 auf 10. ſey, ex gr. 5. Nun ſchlaget in b. als den Platz, wohin der Winckel A B C. ſoll getragen werden, einen Stab ein; nehmet an der Meß-Ketten erſtlich 10 Schuh und laſſet den groſſen Ring in den Stab b. fallen, das Ende der 10. Schuh aber laſſet einen Menſchen mit dem Daumen halten. Nehmet ferner 5. Schuh auf der Meß-Ketten fort, und mercket es mit euren Daumen. Endlich nehmet nochmahlen 10 Schuh weiter fort, und das Ende laſſet einen dritten Mann wieder an den Stab b. halten, und ſpannet die Ketten in 10. und 10. und b. in einen Triangul aus, laſſet Stäbe ſtecken in 10. und 10. ſo ſtehet der Winckel A B C. in a b c. Tab. IX. Fig. 3.

Scholion II.

Man kan auch mit dem Meß-Tiſchlein, welches ſonſt *Menſula Prætoriana* genennet wird, und welches der Herr Schwenter ſeinem Præceptori, dem *Prætorio*, zu Ehren alſo benahmet hat, die Winckel auf dem Feld nehmen; Allein da dieſes etwas zu weitläufftig, hingegen mit dem halben Circul viel geſchwinder, auch die Zahl der Graden ſelbſt zugleich dabey gefunden werden, ſo übergehe ich dieſes, und zwar um ſo mehr, da in folgenden mehreres von dem Meß-Tiſchlein wird beygeſetzet werden.

Scholion III.

Einige wiſſen auch beſonders, wie man rechte Winckel auf das Feld auftragen ſolle; Ich halte es aber billig vor unnöthig: Wenn ich weiß, eine perpendicular-Linie auf das Feld zu ſtellen, ſo kommt von ſelbſten allemahl ein rechter Winckel auf das Feld. Hiernächſt iſt es ſchon gewieſen, wie man mit dem halben Circul-Inſtrument alle Winckel, und alſo auch einen rechten Winckel, auf das Feld tragen ſoll.

Problema LXIX.

Einen jeden gegebenen Winckel auf dem Feld in zwey gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Verfahret vollkommen nach dem Scholio I. Problematis præcedentis LXVIII.

II. Hernach theilet die Linie 10. 10. in zwey gleiche Theile und ſtecket dahin einen Stab, ſo iſt der Winckel in 2. gleiche Theile getheilet. Vid. Tab. IX. Fig. 2.

III. Solte er in 3. gleiche Theile zergliedert werden, ſo theilet man die Linie 10. 10. in 3. gleiche Theile und ſchläget 2. Stäbe ein und ſo fort.

IV. Will man mit dem meſſingernen halben Circul-Inſtrument den Winckel auf dem Feld theilen, ſo dividiret man nur die Anzahl der Graden, die der Winckel hat, mit 2. wenn er in zwey Theile kommen ſoll, mit 3. oder 4. ꝛc. wenn Er drey, vier, oder mehr gleiche Theile haben muß, und verrucket alsdann das meſſingerne Lineal mit denen Dioptern an dem auf dem Feld aufgerichteten Inſtrument, bis auf diejenige Anzahl derer Graduum, die nach der Diviſione heraus kamen, ſo iſt der Winckel ebenmäßig nach Verlangen getheilet.

Problema LXX.

Linien und Winckel von dem Feld auf das Papier in verjüngten Maaßſtab zu bringen.

Reſolutio.

I. Die Linien machen weiter keine Mühe, als daß man erſtlich wiſſe, wie lang eine Linie auf

dem

dem Feld an der würcklichen Gröſſe nach Ruthen, Schuhen und Zollen ſeye. Hernach nimbt man dieſe Zahl und trägt ſolche in den darzu gemachten und Problemate XXIV. zu verfertigen gewieſenen verjüngten Maaßſtab, und nimmt in der Verjüngerung ſo viel Ruthen, Schuh und Zoll, als die Linie auf dem Feld hatte, und ziehet darnach eine Linie auf dem Papier, ſo iſt es geſchehen.

II. Die Winckel, wenn ſie auf dem halben Circul-Inſtrument accurat genommen worden, und man weiß ex. gr. daß der Winckel 60. Grad auf dem Feld halte, nach dem Problemate LXVII. So träget man ſolchen durch Hülffe des Transporteurs, nach dem Problemate XL. auf das Papier, und ſo kan man nun gäntze Landſchafften aufs Papier bringen, wovon Sectione II. wird geredet werden.

Problema LXXI.

Die Weite zweyer Oerter A. und B. zu meſſen, zu welchen beyden man zwar auf der Seiten hingehen, aber nicht von einem zu dem andern kommen kan.

Reſolutio I.

Mit bloſſen Stäben und Ketten.

Tab. IX. Fig. 4.

I. Setzet einen Pfahl in C. ohngefehr in die Mitte zwiſchen A B. und meſſet von C. auf A. dieſe Weite oder Linie ſey ex. gr. 25. (o. traget dieſe Linie A C. fort aus C. in a. alſo daß C a. auch 25. (o. Ruthen und a C A. eine Linea recta ſeye.

II. Meſſet auch CB. dieſe ſey 24(0. traget ſolche Weite aus C. in b. daß BCb. eine Linea recta ſey.

III. Meſſet die Diſtanz ab. dieſe wird ſeyn 33(0. und ſo weit wird AB. auch von einander ſtehen.

Demonſtratio.

Die Diſtanz derer beyden objectorum wird betrachtet als ein Abſtand eines puncti von einem andern, auf einem plano liegend, mithin iſt ihre Diſtantia eine Linea recta nach dem Theoremate VII. Weilen nun Aa. und Bb. Lineæ rectæ ſind, und zwar die ſich durchſchneiden in C. nach der Definitione XV. ſo wird der Winckel x = y. ſeyn, denn ſie ſind anguli verticales, nach dem Theoremate II. Ferner, weil per conſtructionem aC = AC und bC = BC. ſo muß auch ba = BA ſeyn: Denn wenn in zweyen Trianguln die zwey Latera und ein Winckel einander gleich ſind, ſo ſind auch die 2. übrigen Winckel und das dritte Latus in beyden Triangulis einander gleich, wie in der Sectione II. wird ausführlicher demonſtriret werden.

Reſolutio II.

Mit dem halben meſſingernen Circul.

Tab. IX. Fig. 5. I. Stellet das Inſtrument in das punctum C. und erforſchet nach der Weiſe, wie ſchon gewieſen worden, Problemate LXVII. wie groß der Winckel x. ſeye.

II. Meſſet nunmehro die Lineas rectas AC. und BC. das iſt von A. und B. bis an das Centrum des Inſtruments.

II. Rich-

III. Richtet mit dem Winckel x. und der gefundenen Zahl derer Linearum A C. und B C. einen Triangul auf, nach einem verjüngtem Maaßſtab.

IV. Meſſet in dieſem Triangul b x a. die Baſin a b. auf eben demjenigen verjüngten Maaßſtab, ſo wird die Zahl der Ruthen, Schuh und Zoll, die ſie hat, anzeigen, wie viel Ruthen, Schuh und Zoll nach der Meß-Ketten die würckliche Diſtanz A B. haben würde.

Demonſtratio.

Es iſt der Winckel x. an dem Triangul A x B. gleich dem Winckel x. an dem verjüngten Triangul a x b. Es verhält ſich auch das Maaß der Seiten a C. nach dem verjüngten Maaßſtab, zu der Seiten b c. wie ſich verhält das Maaß der Seiten A C. an natürlicher Gröſſe, zu der Seiten C B. an natürlichen Maaß, per conſtructionem. Mithin muß ſich auch c b. zu a b. verhalten, wie ſich verhält C B. zu A B. demnach müſſen eben diejenigen Zahlen, welche in dem verjüngten Maaßſtabe mit c b. und a b. übereinkommen, auch an denen Lineis rectis C B. und A B. nach dem natürlichen groſſen Maaßſtab übereinkommen. Q. e. d.

Reſolutio III.

Mit dem Meß-Tiſchlein.

I. Stellet das Meß-Tiſchlein mit dem Stativ ohngefehr gegen die zwey puncta A B. deren Diſtanz man meſſen ſoll, in die Mitte, bey D. und zwar horizontal. Tab. IX. Fig. 6.

II. Nehmet auf dem Tiſchlein ein freywilliges punctum an, C. und ſchlaget daſelbſt eine Neh-Nadel ein.

III. Stecket das Lineal mit denen Diopteru an dieſe Nadel, und ſehet durch die Diopteru ſo lange lincks und rechts, bis ihr accurat das punctum A. und B. beſchauen könnet, nemlich eines nach dem andern.

IV. Ziehet bey jeder obſervatione die Lineam c b. und c a. hernach meſſet mit der Ketten die wahre Gröſſe C A. und C B. und traget ſolche, nach einem verjüngten Maaßſtab, auf die Lineas c. a. und c b. in dem Meß-Tiſchlein.

V. Endlich ziehet auch die Linie a b. zuſammen und meſſet auf dem verjüngten Maaßſtab wie viel ſolche hält. Eben ſo viel wird die gantze Linie AB. an würcklicher Gröſſe halten.

VI. Die Demonſtration iſt einerley mit der vorigen.

Scholion I.

Es haben auch dieß Inſtrument ſchon viele Authores beſchrieben: In der Mathematiſchen Werckſchule des *Bions* und des *Martii* Europäiſchen *Ingenieur*, findet man dieß Tiſchlein auf unterſchiedliche Arten zuſammen geſetzet, wie es faſt bey allen Machinen gehet, wenn ſie einmal nach ihren eſſential-Stücken erfunden ſind, ſo künſtelt jederman daran. Einer hänget, ſeiner commodität gemäß, dieß, ein anderer etwas anderes daran; ſo trifft es auch bey der Menſula Prætoriana ein.

Das Haupt-Weſen deſſen beſtehet in einem guten Stativ, in einem viereckigten Tiſchlein, welches, mit einer Hülſen und Nuß unten verwahret, auf das Stativ kan geſetzet werden, und in einem meſſingernen oder höltzernen Lineal, mit Diopteru, welches durch Hülffe einer Nehe-Nadel auf einen jeden Punct des Tiſchleins kan angeſchlagen werden.

Das Stativ habe ich ſchon beſchrieben bey dem meſſingenen halben Circul, und halte ich dieſes vor das bequehmſte, ſo

wohl zu dem ſo genannten Aſtrolabio, als auch zu der Menſula Prætoriana. Dieß Tiſchlein aber betreffend, ſo machen es einige bloß von einem viereckigten harten dürren Bret, welches ſo leicht nicht mehr ſchwindet; andere laſſen über dieſes Bret noch einen viereckigten Rahm machen, in welchen das innere Bret gleichſam wie ein Spiegel in ſeinem Rahm lieget, und dieß darum, daß man einen weiſſen Bogen Papier deſto netter über das Tiſchlein ſpannen könne, gleichwie die gemeine Reiß-Breter, auf welchen man die Riſſe zu machen pfleget, geſtaltet ſind.

Andere behalten das bloſſe Bret, ohne Rahm, zum Tiſchlein, machen aber an zwey gegen einander ſtehenden Seiten des Tiſchleins kleine Waltzen, ſo lang, als die Seite iſt, welche Waltzen in der Mitte des Holtzes nach der Länge durchſchnitten ſind, damit man den Anfang eines Bogen Papiers dahinein ſtecken, und alſo denſelben durch herumdrehen derer Waltzen nett über das Tiſchlein ſpannen könne. Ich geſtehe gar gerne, daß dieſe Manier mir am beſten gefället.

Wenn dieſes Tiſchlein bloß aus einem 4-eckigten Bret beſtehet, ſo hat man dieſe incommodité, daß man durch Hülffe des Wachſes das Papier auf das Tiſchlein anhefften muß. Dieß hindert nun viel, wenn man hernach mit dem Lineal derer Dioptern darauf hin und her fahren und obſerviren ſoll. Läſſet man einen Rahmen um das Bretlein machen, ſo wird es nicht lange dauren, daß der Rahm und das Bret ſo accurat in einander auf liegen, als es erfordert wird, denn ſolche Rahmen werffen ſich, ſie mögen auch noch ſo dürr ſeyn. Dieß iſt nun ſchon ein groſſer Fehler, den man in Praxi beſſer wahrnimmt, als ich hier beſchreiben kan.

Die Art meines Meß-Tiſchleins iſt demnach dieſe: Ich laſſe von einem harten und viele Jahre ſchon ausgetrucknetem Holtz 12. gleiche lange Stücken ſägen, und dann alſo wiederum an einander leimen, daß das eine nach dem Kern, das andere wider den Kern, das dritte nach dem Kern, das vierdte abermal wider den Kern, ꝛc. angeleimet werden, und dann zu beyden Seiten Hirn-Leiſten, ſo bin ich ſicher, daß ſich ſolches Bret nimmermehr werffe. Alsdann wann der Leim recht trucken, ſo laſſe ich es zu einem viereckigten Tiſchlein nett zu-

ſammen richten und aushohlen. Es iſt auch beſſer, wenn man es etwas dicker läſſet, ſo können die Waltzen daneben etwas ſtärcker bleiben. Die Gröſſe des Tiſchleins ſtehet jedem frey, ich aber laſſe es nach der Breite, juſt mit einem Bogen Papier übereintreffend, nach der Länge üm etwas kürtzer, als der Bogen Papier lang iſt, machen, damit die beyden Enden des Bogen Papiers an die Waltzen geleget, und wenigſtens einmal um dieſelbe herum geſpannet werden können.

Die Waltzen auf beyden Seiten ſind ohngefehr auf die Art: Ich laſſe auf beyden Seiten a b. und c d. des Meß-Tiſchleins, ſaubere eiſerne, ſo weit über das Tiſchlein als die Waltzen erfordern, hervorgehende Blättlein anſchrauben, welche jedoch mit der obern platten Seite des Tiſchleins gleichlauffen, damit das Lineal der Dioptern nicht gehindert werde in ſeinem herumdrehen, welches leicht geſchehen könte, wo die eiſerne Blättlein oben ein wenig hervorragten. Beyde Blättlein haben auf jeder Seiten des Tiſchleins a b. und c d. allemahl in der Mitte runde Löcher, in welchen die Waltzen gehen. Die Waltzen ſelbſt beſtehen aus gleich-langen rund gedreheten Höltzern von harten Holtz, welche die Dicke haben müſſen, daß wenn ſie zwiſchen die eiſerne Blättlein kommen, innerhalb ſolchen alſo können herumgedrehet werden, daß ſie an das Tiſchlein nicht anſtoſſen. Dieſe Waltzen werden an beyden Enden mit eiſernen Zwingen beſchlagen, und wird an jede auf der einen oben am Ende a. bey der andern unten am Ende d. eine eiſerne Schraube eingeſchlagen, welche durch das Loch des eiſernen Blättleins, ſo an das Feld-Tiſchlein angeſchraubet iſt, durchgehet. Man kan dieſe Schrauben etwas lang machen laſſen, indeme ſie auch darzu dienen, daß man die Waltze bey ſolcher anfaſſen und das Papier mithin deſto netter über das Meßtiſchlein ſpannen kan. Auſſen ſchraubt man eine kleine Schrauben-Mutter darvor, durch deren Hülffe zuletzt allemal die Waltzen, wenn man das Papier recht angeſpannet, feſt geſtellet werden können.

Tab. IX. Fig. 7.

An

An das andere Ende derer Waltzen laſſe ich kleine eiſerne Handheben o. und x. anſchrauben, und zwar darum, die eine oben in x. und die andere unten in o. weilen beyde Schrauben rechts gehen, damit man das Papier contraire ſchraubend deſto beſſer aufſpannen möge. Das Papier aber ſelbſt kan entweder mit einem Mund-Leim, oder mit rothen Wachs, wie man in denen Cantzleyen brauchet, angehefftet und an denen äuſſerſten Extremitäten an die Waltzen angepappet, hernach durch umdrehen derer Waltzen angezogen werden.

Auf ſolche Art ſpannet man das Papier am beſten auf das Feld-Tiſchlein.

Unten auf der andern Seiten wird eine meſſingerne Nuß ſammt der Hülſe an das Feld-Tiſchlein geſchlagen, gleichwie die meſſingerne halbe Circul auch haben, und können dieſe Nüſſe nicht ſo wohl beſchrieben, als in denen Handwercksſtätten in der That am beſten angeſehen werden.

Scholion II.

Es gehöret nun aber zu dieſem Geometriſchen Tiſchlein auch ein Lineal mit Dioptern; dieß iſt nichts anders, als ein accurates Lineal, auf welchen zu beyden Enden zwey dioptern perpendiculariter, und zwar alſo accurat aufgerichtet ſind, daß an der einen Diopter der Faden, an der andern Diopter der ſubtilſte Durchſchnitt nett mit der Schneiden des Lineals überein komme. In der Mitte aber des Lineals iſt ein Centrum auch alſo hineingemacht, daß die eine Helffte des zarteſten Löchleins in das Lineal hinein, die andere Helffte aber in das über des Lineals Linie herausgehende Blättlein gehe, damit das Mittel-Punct recht auf der Schneide des Lineals ſtehe. Gemeiniglich machet man dieſe Lineale von Holtz, alleine ſie bleiben nicht accurat; von geſchlagenen Meſſing werden ſie am beſten bereitet. Tab. IX. Fig. 8. iſt ein ſolches Lineal zu ſehen.

Scholion III.

Endlich brauchet man auch noch zweyerley Bley-Gewicht, wenn man mit dem Feld-Tiſchlein meſſen will:

Das Eine iſt eine ordentliche Bley-Waage, die Tab. IX. aus einem gleich-ſeitigen oder gleich-ſchencklichten Fig. 9. hölzernen Triangul beſtehet, mit welcher man das

Meß-Tiſchlein, wo es auf dem Feld ſtehet, waſſer-recht oder horizontal ſtellet. Das andere Gewicht iſt ein Bley-Wurff. Man machet eine höltzerne Gabel, welche juſt zwiſchen die Dicke des Meß-Tiſchleins hinein gehe. a b. Tab. IX. Fig. 10. in dem untern Theil machet bey o. ein Loch, welches mit der Spitze des oberen Theils x. übereintreffe. Ziehet durch ſolches Loch einen Faden, und hänget unten ein Stücklein zugeſpitztes Bley daran. Hierbey iſt dieſes noch zu mercken, daß es gut gethan ſey, wenn man die Schnur, die durch das Loch o. gehet, wenigſtens etlich mahl hinten um die Handhaben herum wickelt, und daſelbſt befeſtiget, damit nach unterſchiedlichem Terrain, da das Meß-Tiſchlein bald hoch, bald niedrig ſtehet, auch dieſer Bley-Wurff kürtzer und länger gemacht, und alſo in jedem Fall das Punct auf der Erden gefunden werden könne, welches mit der Nadel auf dem Tiſchlein, wo auch ſelbige eingeſchlagen werde, einerley allezeit ſeyn muß und wird, wo man dieſer Gabel obern Theil an die eingeſchlagene Nadel hinhält.

Problema LXXII.

Die Weite zweyer Oerter zu meſſen, von deren keinen man zu dem andern gehen, auch nur auf der einen Seiten dem einen Ding aus dem dritten Ort beykommen kan.

Reſolutio.

I. Mit bloſſen Stäben und Ketten.

I. Es ſeyen die zwey Objecta A und B. deren Diſtanz man meſſen ſolte. Vid. Tab. IX. Fig. 11. von A. zu B. könte man, wegen eines darzwiſchen flieſſenden Waſſers, nicht kommen; Ich könte auch nicht aus dem dritten Ort, welches wir E. nennen, zu A. ſondern nur allein zu B. gehen. So ſtecket einen Stab in E. und meſſet, wie weit von E. auf B. ſey.

II. Traget die Gröſſe der Linie B C. fort in Linea

recta

recta aus E. in C. und ſtecket einen Stab in C. der mit E. und B. in einerley geraden Linie ſtehe.

III. Richtet aus C. den Winckel ECX auf, der gleich ſey dem Winckel ABE. denn die anguli alterni ſind einander gleich, nach dem Problemate LXVIII. Scholio I.

IV. Endlich gehet mit einem Stab aus C. und X. fort, bis daß ihr ein Punctum treffet, welches wir D. nennen wollen, in welchen, wo ihr einen Stab ſetzet, ſolches, mit xc. und auch mit A. E. in einer Linea recta ſtehend, könne geſehen werden.

V. Meſſet hierauf DC. ſo wiſſet ihr, wie weit von A auf B iſt, denn es wird DC = BA ſeyn.

Demonſtratio.

Per conſtructionem haben wir gemachet, daß BE = EC und der Winckel o = x ſey, als anguli alterni. So ſind auch u = y. als anguli verticales. Demnach muß auch AB = DC ſeyn: Denn wenn in zweyen Triangulis zwey Winckel und eine Linie einander gleich ſind, ſo ſind die übrigen Stücke beyder Triangulorum auch einander gleich.

Reſolutio II.

Mit dem halben meſſingernen *Circul.* Tab. IX.

I. Es wäre ein Weyher zu meſſen, wie Fig. 12. breit er ſey von A. bis B. Ich könte nirgend zukommen, als nur auf der einen Seiten könte ich längſt dem Ufer hinunter, von a. gegen c. gehen. So nehmet das meſſingerne Inſtrument, ſtellet es willkührlich in c. und nehmet alſo die Linie Ac. an.

II.

II. Richtet das Inſtrument, wie Problemate LXVII. gewieſen worden, und meſſet den Winckel A c B. das iſt den unbeweglichen Semidiameter des halben meſſingernen Circuls mit ſeinen Dioptern, richtet aus c. auf A. das bewegliche Lineal deſſen, richtet es auch aus c. auf B. mit ſeinen Diopteren, zehlet wie viel Grad dieſer Winckel habe, und ſchreibet ſolches auf.

III. Schlaget alsdann einen Pfahl perpendiculariter in das Punct der Erden c. wo das Bley-Gewicht des Stativs hingewieſen hat. Gehet mit dem Inſtrument hinauf in A. ſtellet es richtig, und ſehet mit des unbeweglichen Diametri ſeinen Dioptris herunter auf den geſteckten Pfahl in c. hernach ſehet mit unverrückten Inſtrument durch die Diopteren des beweglichen Lineals hinüber über den Weyher, bis ihr das Punctum B. accurat ſehet.

IV. Zehlet wie viel Grad dieſer Winckel B A c. halte.

V. Endlich meſſet die Stand-Linie A c. wie viel Ruthen, Schuh und Zoll ſie habe.

VI. Traget nunmehro auf einem Papier die Stand-Linie in verjüngten Maaß-Stab auf, richtet aus c. den gefundenen Winckel A c B. und aus A. den gefundenen Winckel B A c. auf, ſo werden ſich die crura von ſelbſten ſchneiden und den Triangul b a c. machen.

VII. Meſſet daran die Linie b a. ſo wird ſolche auf eben dem verjüngten Maaß-Stab, auf welchen die Stand-Linie gemeſſen worden, anzeigen, wie viel Ruthen, Schuh und Zoll auf dem Feld im

im groſſen Maaß das Objectum A. von B. abſtehe.

Demonſtratio.

Dieſe iſt leicht: Es iſt in dem verjüngten Triangul, den man auf das Papier gemacht, der Winckel c. gleich dem Winckel c. den man auf dem Feld gemachet. Es iſt auch der Winckel a. auf dem verjüngten Triangul gleich dem Winckel A. den man auf dem Feld bey A. gefunden. Es iſt auch die Stand-Linie a c. im verjüngten Maaß-Stab nach der Proportione eben ſo groß, als die wahre Stand-Linie A C. auf dem Feld in groſſen Maaß iſt, demnach wird ſich a c. zu c b. verhalten in verjüngten Triangul, wie ſich verhält A C. zu C B. in dem groſſen Triangul auf dem Feld: Denn diejenigen Triangul, welche zwey Winckel einander gleich, und ein Latus in proportione einander gleich haben, die haben auch in denen übrigen Stücken Latera homologa. Demnach wird ſich a b. zu a c. in eben der Verhältniß befinden, wie ſich verhält A B. zu A c. das iſt, in dem verjüngten Maaß-Stab wird a b. ſo viel Ruthen haben, als in der groſſen Meß-Ketten A. B. haben wird.

Reſolutio III.

Mit dem Meß-Tiſchlein.

I. Es wäre eben wieder eine ſolche Figur auszumeſſen, ſo gehet mit dem Meß-Tiſchlein wie zuvor in c. als eine willkührliche Station, und ſtellet das Meß-Tiſchlein horizontaliter, durch Hülffe der Bley-Waage. Tab. IX. Fig. 13.

II. Schlaget eine Nadel in das mit einem Bogen Papier nett überſpannete Tiſchlein, ſtecket das

Line-

Lineal mit denen Dioptern darein, und hänget den Bley-Wurff accurat an, alſo, daß die Spitze der eingeſchlagenen Nadel in c. und das Bley unten an dem Bley-Wurff eine Perpendicular-Linie von dem Meß-Tiſchlein herunter auf die Erden machen.

III. Schlaget daſelbſt, wo der Bley-Wurff auf der Erden anſtehet, einen kleinen Stab ein in die Erde.

IV. Probiret nochmalen, ob das Tiſchlein recht horizontaliter ſtehe: Dieß erfahret ihr am beſten, wenn ihr die Bley-Waage in die Mitte und an die vier Seiten des Tiſchleins ſetzet, wenn allenthalben das Bley am Faden perpendiculariter herunter in die Mitte des höltzernen Triangels hänget, ſo ſtehet das Tiſchlein waſſerrecht.

V. Richtet hierauf das Lineal von c. als dem Centro, darinnen die Nadel ſtehet, auf b. als das eine Objectum, und wenn ihr durch die Diopter juſt auf b. ſehen könnet, alſo daß der Faden an der äuſſeren Diopter nett auf b. zielet, ſo ziehet drang an dem Lineal eine gerade Linie herunter bis auf die Nadel, welche Linie ſey b. c.

VI. Verſchiebet das Lineal, ohne die geringſte Verrückung, auf das andere Objectum a. und wenn ihr durch die Dioptern mitten auf das Objectum a. ſehen könnet, ſo ziehet drang an dem Lineal die andere Linie a c. herunter bis an die Nadel c. ſo habt ihr den Winckel b c a.

VII. Meſſet hierauf mit der Meß-Ketten unten von dem

dem Stab der Erden, der zwiſchen denen Schen-ckeln des Stativs ſtehet, die Linie c. b. und ſo viel als dieſe an Ruthen, Schuh und Zollen hält, ſo viel traget nach einem verjüngten Maaß-Stab auf dem Meß-Tiſchlein aus c. in die Linie c. b.

VIII. Schlaget in b. die Nadel ein, und ſtecket das Lineal mit denen Dioptern in b.

IX. Gehet mit dem Meß-Tiſchlein aus c. fort auf dem Feld bis in b. und laſſet unterdeſſen in c. ſtatt des kleinen Stabs einen groſſen daſelbſt perpendiculariter einſchlagen.

X. Stellet nunmehro das Meß-Tiſchlein alſo in b. daß nicht nur die Nadel, durch Hülffe des Bley-Wurffs, accurat mit dem untern Puncto der Erden b. wiederum eine perpendicular-Linie mache, ſondern auch das Tiſchlein ſelbſt, vermöge der Bley-Waage Waſſer-recht ſtehe, und zugleich das Lineal accurat an der Linie b c. anliege, und wenn man durch die Diopter des Lineals ſiehet, zugleich der Stab c. rückwärts auf die erſte Station ſehend, von dem Faden der äuſſern Diopter berühret geſehen werde.

XI. Wenn dieſes alles gerichtet, als welches das mühſamſte iſt, ſo dirigiret das Lineal auf das Punct a. und wo ihr es accurat durch die Diopter ſehet, ſo ziehet hart an dem Lineal eine Linie, dieſe wird die Linie c a. durchſchneiden, und a b. wird auf dem Meß-Tiſchlein, nach eben dem verjüngten Maaß-Stab ausgerechnet, ſo viel Ruthen, Schuh und Zoll halten, als viel die würckliche Diſtanz von a. auf b. in dem Feld ausmachet, wenn ſie mit der Meß-Ketten könte gemeſſen werden.

De-

Demonſtratio.

Dieſe iſt einerley mit der letzt-vorhergehenden, da dieſe Arbeit mit dem halben meſſingernen Circul gewieſen und demonſtriret worden.

Scholion.

Dießmahl habe ausführlich gewieſen, wie die Stationes auf dem Meß-Tiſchlein zunehmen, und alle Neben-Arbeiten bey rechten richten des Tiſchleins zu beobachten ſeyn. Ins künfftige wird dieß allemal præſupponiret und der Kürtze halben dieß Problema citiret werden.

Problema LXXIII.

Die *Diſtanz* zweyer Oerter *A.* und *B.* zu meſſen, zu denen man auf gar keine Weiſe kommen kan.

Reſolutio.

I. Mit dem meſſingernen halben *Circul.*

Tab. X. Fig. 1. Num. 1. I. Nehmet gegen denen zwey, ex. gr. über einem Fluß ſtehenden Oertern, eine Linie auf dem Feld an, die nicht allzu groß ſey, damit die Winckel nicht allzu ſtumpff fallen, und welche gleichwolen auch nicht allzu kurtz iſt, damit es nicht allzu ſpitzige Winckel gebe.

II. Stellet das Inſtrument in c. und ſuchet die Gröſſe derer Winckel y. und x. das iſt: Richtet den Diameter des Inſtruments mit ſeinen Dioptern aus c. accurat vom Centro aus auf A. und verſchiebet das bewegliche Lineal mit ſeinen Dioptern, bis ihr durch dieſelben nett auf B. ſehen könnet, zehlet wie viel Grad dieſer Winckel mache A c B. Ferner ſchiebet das bewegliche Lineal bis auf d. als das andere Ende der angenommenen Stations-Linie, ſehet wie viel Grad der

Win-

Winckel Acd habe. Subtrahiret von dieſem Winckel Acd. den erſten gefundenen Winckel AcB. ſo giebt der Reſt den andern Winckel Bcd. den erſten Winckel AcB. wollen wir nennen y. den andern Bcd. aber x.

III. Laſſet nunmehro die Stations-Linie cd. meſſen, und traget ſolche, nach dem verjüngten Maaßſtab, auf ein Papier und richtet aus c. den Winckel y. und x. daran auf, oder verſpahrets bis zuletzt.

IV. Gehet hierauf mit dem meſſingernen halben Circul in die zweyte Station bey d. richtet den Diameter des Inſtruments, nach ſeinem Centro accurat wieder zurück ſehend, auf die Stand-Linie alſo, daß wenn ihr durch die Dioptern ſehet, ihr den in c. eingeſchlagenen Stab juſt beſchauen könnet.

V. Hierauf ſchiebet das bewegliche Lineal fort, bis ihr durch die Dioptern das objectum A. in der Mitte ſehet; Zehlet wie viel Grad dieſer Winckel ADC. habe, und nennet ihn z. Rücket ferner mit dem beweglichen Lineal fort, bis ihr durch die Dioptern das andere object B. ſehet, und zehlet, wie viel Grad der Winckel CDB. habe, ſubtrahiret von dieſem Winckel CDB. den gefundenen Winckel ADc. ſo giebt der Reſt den andern Winckel ADB. nennet ſolchen w.

VI. Traget nun auf der nach dem verjüngten Maaßſtab genommenen Stand-Linie, cd. aus d. die Winckel adc. und adb. und aus c. die Winckel acd., und

Tab. X. Fig. I.

acb. und laſſet die crura ſo weit fortlauffen, bis ſie ſich durchſchneiden, ſo wird auf dem Papier die diſtanz ab. nach verjüngten Maaßſtab genommen, gleich ſeyn der Diſtanz derer objectorum AB. auf dem Feld, zu deren keines man kommen kan, wenn ſolche nach der Meß-Ketten ſolte ausgemeſſen werden.

Demonſtratio.

Es iſt der Triangul auf dem Papier, im verjüngtem Maaßſtab genommen, cdb. gleich dem Triangul auf dem Feld genommen CDB. nach der conſtruction ſelbſt; demnach verhält ſich dc. zu cb, wie ſich verhält DC. zu CB. denn es ſind Latera homologa. Auf eben dieſe Weiſe zeiget man auch, daß der andere Triangul adc. ∽ ſey dem Triangul auf dem Feld ADC. und mithin verhält ſich auch dc. zu ac. wie ſich verhält DC. zu AC. Per conſequens wird ſich auch bc. zu ac. verhalten, wie BC. zu AC. Denn es gehet alternativè, wie in der Arithmetic gewieſen worden. Per conſequens weil der Triangul acb ∽ △ ACB. ſo wird ſich auch ac. zu ab. verhalten, wie ſich verhält AC. zu AB. Und weil ſich dc. zu ac. verhält, wie DC. zu AC. per conſtructionem, ſo wird ſich auch dc. zu ab. verhalten, wie ſich verhält DC. zu AB.

Reſolutio II.

Mit dem Meß-Tiſchlein.

Tab. X. Fig. 2. I. Stellet das Meßtiſchlein in c. und richtet ſolches horizontaliter durch die Bley-Wage, und auf der Erden ſuchet das punctum

ctum der Nadel im Tiſchlein, durch den Bley-Wurff, wie gewieſen worden.

II. Viſiret durch das Lineal von c. auf A. und B. und d. und ziehet die drey Linien.

III. Laſſet die Stand-Linie meſſen, und traget deren Innhalt, nach verjüngten Maaßſtab, auf die Linie cd. in dem Tiſchlein.

IV. Schlaget die Nadel in d. ein, traget das Tiſchlein auf dem Feld in das Ende der Stand-Linie d. und richtet es vollkommen, wie N. X. Problem. LXXII. gezeiget worden. Alsdann viſiret von d. zurück auf C. auf A. und auf B. ſo werden ſich, wo ihr allenthalben wieder Linien ziehet, die erſtern gezogenen Linien in A. und B. durchſchneiden.

V. Meſſet die Linie AB. auf dem Tiſchlein, nach eben demjenigen verjüngten Maaßſtab, nach welchen ihr die Stand-Linie auf das Papier gebracht, ſo wird dieſe, an Ruthen, Schuh und Zollen, im verjüngten Maaß, ſo groß ſeyn, als die würckliche Diſtanz der zweyen Oerter AB. auf dem Feld nach der Meß-Ketten ſind, wo man ſie meſſen ſolte.

Scholion I.

Bey dem Meß-Tiſchlein muß man ſich nur mit denen verjüngten Maaßſtäben in Obacht nehmen, daß man ſie nicht gar zu klein nehme, denn ſonſt wird die Figur auf dem Feld zu klein und fallen die Winckel nicht kennbar. Hingegen darff man auch den Maaßſtab nicht allzugroß annehmen, ſonſt werden ſich die letzten Linien, aus d. gezogen, nicht mehr auf dem Meß-Tiſchlein zuſammen ziehen mit denen erſtern aus c. gezeichneten. Hier thut nun der Proportional-Circul gute Dienſte, wie oben gemeldet worden.

Scholion II.

Die Demonſtration iſt bey dieſer Reſolutione II. einerley mit der Demonſtratione Reſolutionis I. dieſes Problematis.

Scholion III.

Ich habe hier mit Fleiß die methode mit bloſſen Stäben und Meß-Ketten ausgelaſſen, weil ſolche gar zu mühſam, und da man durch das Meß-Tiſchlein und den halben Circul ſolches leichter haben kan, wäre es wunderlich, wenn man ſich mit Fleiß Mühe machen wolte. So jedoch jemand ſolches wiſſen wolte, der kan nachleſen *Wolff.* in Elementis Geometriæ pag. 138. & *Martium* l. c. p. 304.

Scholion IV.

Durch dieſes fürtreffliche Problema läſſet ſich nun nicht nur die Diſtanz A B. ſondern auch die Weite C A. c B. item d A. und d B. finden, wie aus der Demonſtratione Reſolutionis II. erhellet.

Scholion V.

Es wären noch allerhand Diſtantiæ, als Linien, auf dem Feld, die man zu finden wiſſen könte, unter denen inſonderheit auch allerhand Höhen und Tieffen; allein ich verſpahre dieß billig bis zur Trigonometrie, und will nur jetzo noch zeigen, wie man etliche Linien in der Höhe finden ſoll.

Problema LXXIV.

Eine Höhe A B. zu meſſen, zu der man ohngehindert bis an den Boden hinkommen kan.

Reſolutio.

I. Mit Stäben.

I. Nehmet einen Stab, etwas länger als ihr ſelber ſeyd, ſtecket ſolchen gerad in den Erdboden ein, alſo daß er ſo lang auſſer der Erden perpendiculariter ſey, als lang die Perſon iſt, die da meſſen will.

Tab. X. Fig. 3.

II. Leget euch hinter den Stab in einer ſolchen Linie, welche mit dem Stab und dem Baum gerad fortgehe,

gehe und daß die Füſſe an dem Stab anſtehen.

III. Sehet über das obere Ende des Stabs alſo liegend hin, und wenn man in ſolcher Linie die Spitze des Baums, oder Thurns, ꝛc. ſiehet, ſo laſſet es alſo: Sehet ihr es noch nicht, ſo rucket entweder den Stab, oder die Perſon, die horizontal lieget, ſo lange von und zu einander, bis man des Baums Spitze und Stabes Spitze in einer geraden Linie mit dem Auge des liegenden habe.

IV. Wenn dieſes gefunden, ſo meſſet von dem Haupt des auf der Erden liegenden bis zur Mitte des Baums, oder Thurns, ꝛc. mit Schritten oder Meß-Ketten, ſo könnet ihr verſichert ſeyn, daß dieß die wahre Höhe des Baums oder Thurns ꝛc. iſt.

Demonſtratio.

Weil der Baum A B. und der Stab c d. beyderſeits auf der Grund-Linie c B. perpendicular ſtehen, per conſtructionem, ſo ſind beyde A B. und c d. parallel mit einander, nach dem Theoremate VI. demnach wird ſich c d. zu d e. wie C B. zu B A. verhalten, denn es ſind Latera homologa zweyer Triangul e c d. und A c B. die einander gantz ähnlich ſind. Nun aber iſt c d = d e. per hypotheſin, demnach muß auch C B = A B. ſeyn.

Scholion.

Man ſchreibet die Erfindung dieſes modi insgemein einem Weſtphäliſchen Bauren zu.

II. Auf eine andere Art.

Tab. X. Fig. 4. I. Stecket von der Höhe AB. die man meſſen ſoll, in beliebiger Diſtanz, ex. gr. 30. oder 40. Schuh hinweg, einen Stab de. perpendiculariter in die Erde.

II. Schlaget in einer andern kleineren Diſtanz in c. einen kleineren Stab in cf. und zwar ſchlaget dieſen Stab ſo lange in die Erde, bis ihr ſehet, daß feb. in Linea recta mit einander ſtehen, und ſo muß auch cda. in Linea recta ſeyn.

III. Meſſet nunmehro, wie weit die zwey Stäbe von einander ſtehen in fg. meſſet auch, wie weit f. von H. ſtehe, welches ihr erfahret, wenn ihr nur die freywillig-angenommene Diſtanz dA. ex. gr. 30. oder 40. Schuh, und die gemeſſene Diſtanz derer zweyen Stäbe gf. addiret.

IV. Meſſet ferner die Differenz beyder Stäbe, welche iſt ge. wie viel nemlich der Stab de. weiter aus der Erden hervorſchaue, als der Stab cf.

V. Suchet nunmehro zu If. und Ge und Hf. die quartam proportionalem, und ſaget alſo: **Wie ſich verhält die** Diſtanz **beyder Stäbe** gf. **zu der** Differenz **beyder Stäbe** ge. **ſo verhält ſich die** Diſtanz fH. **zu der Höhe** HB.

VI. Zu dieſer gefundenen Altitudine HB. addiret die Höhe des kleinern Stabs cf. ſo habt ihr die Höhe des gantzen Thurns gefunden.

Ex

Ex. gr.

Latus gf	Latus ge	Latus fH	Latus HB.
4(1 —	6(1 —	2,7(1 —	? 4,85(2.

6(1

162(2

162(2 (4,0(1 Latus HB.
44(1 (8(1 altitudo bacilli minoris cf.

4,8(1 altitudo totius Turris AB.

Nota. Wolte man den Bruch $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ darzuſetzen, ſo ſtünde es alſo: 4,85(2.

Demonſtratio.

I. Aus denen bisherigen Demonſtrationibus iſt dieſe leicht: Weil Hf. mit Ac. parallel præſupponiret wird, weil ferner BA. und ed. auf Ac. perpendicular ſtehen, per conſtructionem, ſo werden ſie nothwendig auf Hf. als parallel mit Ac. perpendiculariter ſtehen, mithin ſind auch ge. und BH. parallel, nach denen Capite ſecundo angeführten Theorematibus V. und VI. Per conſequens muß ſich gf. zu ge. verhalten, wie Hf. zu HB.

II. Ferner weil HA. u. fc. zwey perpendiculares ſind, zwiſchen denen beyden parallelen Hf. und Ac. per conſtructionem, ſo wird fc. ſo groß ſeyn, als HA. ſecundum Theorema IX. vice verſa interpretatum. Demnach wird BH † fe = BH † HA. ſeyn, das iſt, weñ man die gefundene Höhe HB. u. die Höhe des Stabs fc. addiret, ſo wird die Summa gleich ſeyn der Höhe des Thurns HB. und HA. denn

wenn man, ſecundum Theorema IV. Arithmet. gleiches zu gleichen addiret, ſo kommen auch gleiche Summen heraus, mithin wird B H + H A = ſeyn B A. denn ein gantzes iſt gleich allen ſeinen Theilen zuſammen genommen, nach dem Theoremate II. Arithmeticæ.

Reſolutio II.

Mit dem Meß-Tiſchlein.

Tab. X. Fig. 5. I. Richtet das Feld-Tiſchlein in D. perpendiculariter auf, alſo daß die flache Seiten, worauf das Papier geſpannet, perpendiculariter, und die ſchmale Seite des Tiſchleins horizontal ſtehe, welches durch Hülffe der Bley-Waage geſchiehet, die Num. 2. Fig. 8. Tab. VIII. beſchrieben worden.

II. Schlaget das Lineal mit denen Dioptern durch eine Nadel alſo auf das perpendiculariter ſtehende Tiſchlein, daß es bey nahe in die Mitten komme, und ziehet auf dem Papier eine Lineam e f. nach dem Lineal, welche parallel ſey mit dem Latere menſulæ a b. das iſt, welche horizontal gezogen ſey; dieß geſchiehet alſo: Leget ein Lineal mit ſeiner Schneide an das vertical-ſtehende Tiſchlein, und ſtellet ein klein Bley-Gewicht auf das Lineal, und wenn das Gewicht in die Mitte einſchlägt, ſo ziehet mit einem Bley-Stifft eine Linie nach dem Lineal, ſo wird dieſe horizontal ſeyn auf dem NB. accurat vertical-ſtehenden Tiſchlein.

III. Appliciret nunmehro das Tiſchlein in der Statione D. alſo, daß die Linie e f. wenn man durch die Dioptern des Lineals ſiehet, juſt auf die Mitte

des

des Thurns, oder Baums, nach ſeiner Dicke gerechnet, ziele.

IV. Hierauf verſchiebt das Lineal in dem Puncto e. ohne andere Verrückung des Meß-Tiſchleins, bis daß ihr, durch die Dioptern ſchauend, die Spitze des Thurns, Baums, ꝛc. ſehet, und alsdann ziehet hart an dem Lineal die Linie e b.

V. Meſſet die Diſtanz des Meß-Tiſchleins bis zum Thurn, oder Baum, ꝛc. e C. und traget dieſe nach einem verjüngten Maaß-Stab in die Linie e f. aus e. in c.

VI. Richtet aus c. eine perpendicularem auf, ſo giebt c b. nach dem verjüngtem Maaß-Stab, an Ruthen, Schuh und Zollen, was die würckliche Höhe des Thurns A C. an Ruthen, Schuhen und Zollen nach der Meß-Ketten halten wird.

VII. Meſſet, wie weit von der Nadel auf den Boden herunter ſey, mit der ordentlichen Meß-Ketten, und addiret dieſes zu A C. ſo erhaltet ihr die wahre gantze Höhe A. B.

Demonſtratio.

Dieſe iſt einerley mit der Demonſtratione Modi ſecundi Reſolutionis primæ hujus Problematis LXXIV. nach dem erſten Puncto.

Reſolutio III.

Mit dem meſſingernen halben *Circul.*

I. Es brauchet dieß keine beſondere Figur, ſondern ſtellet nur ſtatt des Meß-Tiſchleins das meſſingerne Inſtrument des halben Circuls in D. richtet ſolches perpendi- Tab. X. Fig. 5.

 cu-

culariter auf, und den unbeweglichen Diameter mit ſeinen Dioptern richtet horizontal, durch die Bley-Waage. NB. Der halbe Circul muß über ſich ſtehen, ſo kan man dann durch ein Bley-Gewicht, vom 90ſten Grad herunter auf das Centrum, das Inſtrument gleich horizontal ſtellen.

I. Sehet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri auf den Thurn, oder ein Hauß hin, und wo es nicht eintrifft, ſo rücket das Inſtrument, bis man durch die Dioptern juſt auf das Objectum ſehe.

III. Laſſet den halben Circul in ſolcher Situation, und verſchiebet nur das bewegliche Lineal und ſchauet durch deſſen Dioptern, bis ihr die Spitze des Thurns, oder Baums, ꝛc. erſehet in A.

IV. Zehlet die Grad, wie viel der Winckel A e c. halte, und laſſet hernach die Stand-Linie B. D. meſſen.

V. Traget auf ein Papier in verjüngten Maaß-Stab die Linie B D. und richtet aus deren einem Ende den Winckel A e C. auf, aus dem andern Ende der Stand-Linie richtet eine perpendicularem auf, ſo werden ſich die Linien in ihrem Fortgang durchſchneiden, und der cathetus dieſes recht-wincklichten Trianguls wird im verjüngten Maaß anzeigen, wie viel die Höhe des Thurns, oder Baums, ꝛc. an groſſen und ordentlichen Maaß ausmache.

Demonſtratio.

Dieſe iſt wieder einerley mit der vorigen.

Scho-

Scholion.

Man kan auch durch den Schatten eines Baums, oder Thurns, deſſen Höhe finden: Es iſt ex Opticis bekannt, daß die Licht-Strahlen in Linea recta fortgehen; Demnach machen die Sonnen-Strahlen, als Strahlen einerley Lichts, die ad ſenſum paralleli ſind, an allerley Höhen auf dem Boden einerley Proportion, nemlich: Wie ſich die Höhen gegen einander verhalten, ſo verhalten ſich auch ihre Schatten gegen einander. Demnach procediret alſo:

Ich möchte die Höhe des Baums a b. wiſſen, die Sonne ſcheinete helle und würffe den Schatten des Baums bis in c: allwo die Spitze deſſen ſich endigte: Setzet demnach einen Stab in c. und meſſet den Schatten b c. mit der Meß-Ketten, recht horizontaliter. Tab. X. Fig. 6.

Hierauf ſchlaget an einem andern Ort, wo ihr wollet, einen Pfahl ein perpendiculariter d e. meſſet die Höhe dieſes Pfahls d e. und auch den Schatten, welchen dieſer Pfahl wirfft e f. Nunmehro ſaget nach der Regula de Tri alſo: Der Schatten des Stabs e f. giebt die Höhe des Stabs d e. was giebt der Schatten des Baums b c? Reſp. Die verlangte Höhe des Baums.

Problema LXXV.

Eine Höhe A B. zu meſſen, zu deren man nicht kommen kan.

Reſolutio.

I. Mit dem Meß-Tiſchlein.

I. Es ſey ein Thurn auf einem Berg: Ich ſolte meſſen, wie hoch der Thurn mit ſammt dem Berg wäre, von dem Knopff perpendiculariter herunter, bis auf die Mitte des Bergs am Boden; Dieſe Höhe heiſſe nun A, B. Tab. X. Fig. 7.

II. Stel-

II. Stellet das Meß-Tiſchlein perpendiculariter oder vertical in D. und richtet alles, wie in vorhergehenden Problemate gewieſen worden.

III. Ziehet alsdann die beyden Linien e f. und a f. durch Hülffe des Lineals, mit Diopteern, wenn man auf A. und e. aus f. viſiret, wie auch ſchon gezeiget worden.

IV. Meſſet, wie weit von f. herunter auf x. ſey, und mercket dieſes, und ſchlaget in x. einen Pfahl ein.

V. Hierauf meſſet euch eine Stand-Linie ab, ſo weit es der Platz leydet: Dieſe ſey DE. traget in E. das Meß-Tiſchlein, richtet es abermal wieder vertical und NB. daß f. o. ſo hoch ſey als f. x.

VI. Wenn dieß geſchehen, ſo traget die Stand-Linie DE. in verjüngten Maaß-Stab aus f. in e. ſchlaget die Nadel mit dem Lineal derer Diopteern in e f. ein, und ſehet zurück auf den Stab der in x eingeſchlagen worden, und richtet das Tiſchlein ſo lang, bis das an der Linie e f. anliegende Lineal accurat mit dem Stab fx. durch die Diopteern überein komme, und das Tiſchlein gleichwol vertical ſtehe, und NB. wieder in der Höhe f o. = f x. bleibe.

VII. Alsdann verſchiebet das Lineal um die Nadel, als ſeine axem, und richtet es, bis ihr durch die Diopteern die Spitze des Thurns ſehet.

VIII. Ziehet drang an dem Lineal die Linie a e.

IX. Laſſet nunmehro aus a. ein perpendiculum a c. herunter auf die Linie e f. fallen, ſo wird a c. in verjüngten Maaß-Stab ſo viel Ruthen, Schuh und

und Zoll anzeigen, als viel A. C. in der würckli-
chen Meß-Ketten, Ruthen, Schuh und Zoll
hätte.

X. Addiret nun auch die Anfangs ſchon gemeſſene Höhe f x. als die Höhe des Tiſchleins, darzu, ſo bekommet ihr die gantze verlangte Höhe A B. zu deren man auch nicht einmal gegen B. kommen konte.

Reſolutio II.

Mit dem meſſingernen halben Circul.

I. Nehmet eine Stand-Linie an c d. von ſo viel Ruthen, als der Platz leydet, und vernünfftig nicht zu groß und nicht zu klein iſt. Tab. X. Fig. 8.

II. Stellet das ſogenannte Aſtrolabium in c. und richtet den halben Circul vertical, accurat wie es in vorhergehenden Problemate gewieſen iſt.

III. Nehmet den Winckel A f c. und ſchreibet euch ſolchen auf, ſubtrahiret ihn von 180. kommt im Reſt der Winckel a x o. den man braucht.

IV. Stellet hierauf das Inſtrument in d. vertical und zwar NB. alſo, daß o d. und x c. einerley Höhen bleiben, und wenn ihr durch die Diopter des unbeweglichen Diameters des Aſtrolabii durchſehet, ihr juſt den Stab x c. der geſetzt werden muß, wenn das Inſtrument aus c. weggenommen wird, ſehet.

V. Laſſet das Aſtrolabium in ſolcher Situation ja unverrückt, und verſchiebet das bewegliche Lineal mit Dioptern, bis ihr die Spitze des Baums A. dadurch ſehet.

VI. Zehlet, wie viel Grad der Winckel A o x. habe, das mercket.

VII. Nunmehro machet auf einem Papier nach verjüngten Maaß-Stab die Stand-Linie, Tab. X. Fig. 8. Num. 2. c d. æquale o x. traget auf ſolcher aus x. den Winckel A x o. und aus o. den Winckel A o x. laſſet beyde Linien fortlauffen, bis ſie einander durchſchneiden in a.

VIII. Verlängert die Stand-Linie c d. und laſſet aus der Spitze des oberen Winckels o a x. eine perpendicularem herunter fallen a c, ſo wird dieſe die Höhe des Baums und auch das Stück des Bergs c. nach verjüngten Maaß-Stab anzeigen.

IX. Addiret die Höhe des Stativs o d. ſo bekommet ihr durch Hülffe des Aſtrolabii eben auch die gantze Höhe A B. die man wiſſen wolte und nicht zukommen konte.

Scholion I.

Wenn man dieſe bisherige Demonſtrationes ſich wohl bekannt gemacht, ſo wird ſich die Demonſtration dieſes Problematis, nach der Reſolutione prima mit dem Meß-Tiſchlein, und nach der Reſolutione II. mit dem meſſingernen halben Circul, als die in beyden Modis einerley, von ſelbſten geben. Ich übergehe demnach billig dieſe, und zeige viel-

vielmehr noch einen andern Modum, wie die Höhe eines Orts zu nehmen wäre, wenn ich am Terrain mit meinem Stativ höher ſtünde, als das Fundament des Thurns, oder Baums, &c. wäre, in welchen Fall ich keine parallelam von dem Stativ O X. = B D. als der Stand-Linie in der Figura 8. Tab. X. Num. 1. nehmen könte. Geſetzt nun, es wäre c e B. ein tieffer Graben, der noch über den Erdboden d c. hinunter gieng, mithin wäre der Berg, ſo weit man ihn im Licht ſiehet, auch höher. Dieſen nun ſammt dem Baum, und alſo die gantze Höhe A. B. abzumeſſen, ſo richtet alles wie zuvorhero mit dem Aſtrolabio gewieſen worden, und wenn das Inſtrument in ſeiner Richtigkeit in der erſten Station c. ſtehet, ſo nehmet nicht nur den Winckel A f c. und deſſen complementum A x o. ſondern viſiret auch mit dem beweglichen Lineal des Inſtruments herunter auf B. ſo habt ihr den Winckel C x B. dafür nehmet den angulum verticalem, m x n. Hierauf ſtellet das Inſtrument wiederum in die zweyte Station, richtet es vertical, und daß es mit der Linie x c. wieder in Linea recta zu ſtehen komme, und procediret völlig, wie ſchon gewieſen worden. Zuletzt traget auf einem beſondern Papier die Stand-Linie c d. = o x. auf, richtet in x. woſelbſt die Linie blind verlängert werden muß, den Winckel a x o. auf, und zugleich den Winckel c x b. Hernach aus o. richtet den Winckel A o x. auf, und ziehet die beyden crura dieſer beyden Winckel zuſammen, welche ſich ſchneiden werden in a. Aus a. laſſet eine perpendicularem herunter fallen auf c. verlängert dieſe perpendicularem a c. bis ſie mit x b. zuſammen treffe, ſo wird a b. am verjüngten Maaß die wahre Höhe von A B. nach dem würcklichen Ketten-Maaß geben, und alſo habe ich die Höhe des Stativs gar nicht nöthig darzu zu meſſen. Tab. X. Fig. 8. Num. 2.

Scholion II.

Wenn man das Problema mit Stäben und Ketten bloß reſolviren wolte, ſo gienge es etwas mühſamer zu: Erſtlich müſte man nach dem Problemate LXXII. Reſolutione

ne I. die Diſtantiam Stationis c A = F H. Fig. 4. Tab. X. ſuchen. Hernach wenn ich dieſe, die doch unzugänglich iſt, in der Fig. 7. Tab. X. habe, ſo verfahre nach dem Problemate LXXIV.

Scholion III.

Es giebt noch allerhand Fälle, in welchen unzugängliche Linien zu meſſen wären; Ex. gr. die hypothenuſam eines Bergs zu meſſen, die Tieffe eines Brunnens zu finden, ꝛc. Allein, da theils das bisherige, was gewieſen worden, Anleitung genug giebt, wie man von ſelbſten nachdencken und alle Höhen, Tieffen und Breiten, annoch als bloſſe Linien betrachtet, nachmeſſen könne, theils die Trigonometrie noch weitläufftiger ſolches lehren wird, ſo laſſe ich es hierbey bewenden.

Des

Des
II. Theils
Derer
Mathematiſchen
Anfangs=Gründe
Von der
Geometria
Sectio II.
Von der
Epipedometria,
Oder
Flächen = Meſſung.

CAPUT I.
Von denen fürnehmſten Definitionibus und Hypotheſibus.

Definitio LVIII.

Epipedometria, oder *Planimetria*, iſt eine Wiſſenſchafft, welche lehret alle Flächen ſo wohl aufzureiſſen auf dem Papier, als auf das Feld zu tragen, und dieſelbe auszumeſſen auf dem Papier und auf dem Felde.

Scholion.

Es kommet das Wort Epipedometria her von denen Griechiſchen Wörtern ἐπίπεδος, oder ἐπίπεδον, *ſuperficies*, und μετρέω *metior*.

Definitio LIX.

Superficies, **eine Fläche**, iſt eine jede Figur, die eine Länge und eine Breite, oder noch mehrere Latera hat, aber von keiner Dicke nichts weiß.

Scholion.

Es iſt ſchon Sectione I. hujus Partis II. geſaget worden, was man unter einer Linie und unter einer Fläche verſtehe: Jenes iſt eine Länge ohne alle Breite und alle Dicke; dieſes iſt eine Länge und Breite ohne alle Dicke. Man kan ſichs unter nichts beſſer vorſtellen, als unter einem Schatten, der eine Fläche iſt, und von keiner Dicke etwas weiß, wie in dem Scholio Definitionis LXV. Sect. IV. Partis I. ſchon gemeldet worden.

Definitio LX.

Triangulum, ein **Drey**-*angul*, iſt eine Fläche oder Figur, welche 3. Seiten und 3. Winckel hat.

Defi-

Definitio LXI.

Triangulum rectilineum iſt ein Drey-Eck, welches aus drey geraden Linien, die aneinander anſtoſſen, beſtehet. Vid. Tab. I. Fig. 4.

Definitio LXII.

Triangulum curvilineum wird formiret, wenn 3. krumme Linien einen Platz einſchlieſſen. Vid. Tab. I. Fig. 1.

Definitio LXIII.

Triangulum mixtilineum formiren drey Seiten, da entweder 2. krumme und eine gerade, oder 2. gerade und eine krumme Linie einen Platz einſchlieſſen. Vid. Tab. I. Fig. 2. 3.

Definitio LXIV.

Triangulum rectangulum iſt, wenn einer von denen drey Winckeln 90. Grad hält und alſo einen rechten Winckel ausmachet. Vid. Tab. I. Fig. 4.

Corollarium.

Demnach iſt ein *Triangulum obliquangulum* ein jedes Drey-Eck, in welchen kein Winckel, allein genommen, ein rechter Winckel von 90. Graden iſt.

Definitio LXV.

Triangulum rectangulum, oder *Oxygonium*, iſt ein ſolches Triangulum obliquangulum, an welchen alle drey Winckel ſpitzige Winckel ſind. Vid. Tab. I. Fig. 5.

Definitio LXVI.

Triangulum obtuſangulum, oder *amblygonium*, iſt ein jedes Triangulum obliquangulum, in welchem ein Winckel mehr als 90. Grad hat, und alſo ein angulus obtuſus iſt, die übrigen 2. Winckel aber anguli acuti ſeyn. Vid. Tab. I. Fig. 6.

Definitio LXVII.

Triangulum æquilaterum, oder ἰσόπλευρον, iſt, woran alle drey Seiten gleich-groß ſind. Vid. Tab. I. Fig. 7.

Definitio LXVIII.

Triangulum æquicrurum, oder ἰσοσχελὲς, iſt, an welchen die zwey crura einander gleich ſind, die Baſis mag hernach gröſſer oder kleiner ſeyn als die crura. Vid. Tab. I. Fig. 8. 9.

Definitio LXIX.

Triangulum varium, oder σκαληνὸν, iſt, daran alle 3. Seiten ungleich. Vid. Tab. I. Fig. 6.

Definitio LXX.

Triangulatum iſt eine jede Figur, die aus lauter Trianguln zuſammen geſetzt wird.

Definitio LXXI.

Quadrangulum iſt eine jede Figur, die 4. Seiten und 4. Winckel hat, es mögen hernach die Seiten und Winckel beſchaffen ſeyn wie ſie wollen.

Definitio LXXII.

Parallelogrammum iſt ein Vier-Eck, welches 2. lange und 2. kurtze parallel-lauffende Seiten und 4. rechte Winckel hat, daran allemal die Latera oppoſita einander gleich. Vid. Tab. I. Fig. 10.

Definitio LXXIII.

Quadratum iſt eine Figur, die vier gleiche Seiten und 4. rechte Winckel hat. Vid. Tab. I. Fig. 11.

Definitio LXXIV.

Rhombus iſt eine Figur, welche vier gleiche Seiten hat, da allemahl zwey und zwey mit einander parallel lauffen, aber kein einziger rechter Winckel darinnen, ſondern in welcher zwey gegeneinander ſtehende Win-

Winckel, anguli acuti, und die anderen zwey anguli oppoſiti, ſtumpffe Winckel ſind. Vid. Tab. I. Fig. 12.

Definitio LXXV.

Rhomboides iſt eine Figur, davon zwey lange und zwey kurtze Seiten, je zwey und zwey, parallel gehen, und zwey anguli oppoſiti acuti, wie auch zwey anguli oppoſiti obtuſi ſind. Vid. Tab. I. Fig. 13.

Scholion.

Ein *Rhombus*, oder Raute, iſt ein verſchobener Quadrat: Ein Rhomboides, ein Weck, iſt ein verſchobenes parallelogramm.

Definitio LXXVI.

Trapezium iſt eine Figur, da nur zwey gegen einander ſtehende Seiten parallel lauffen, die andern zwey aber divergent oder convergent ſind, die Winckel mögen ſeyn wie ſie wollen. Vid. Tab. I. Fig. 14. 15.

Definitio LXXVII.

Trapezoides iſt eine Figur, an welcher keine Seite mit der andern parallel laufft, und die Winckel ſeyn können wie ſie mögen. Vid. Tab. I. Fig. 16. 17.

Definitio LXXVIII.

Polygonum, ein Viel-Eck, iſt eine jede Figur, die mehr als 4. Winckel hat.

Definitio LXXIX.

Polygonum æquangulum, oder *Iſogonium*, iſt eine jede Figur, daran alle Winckel einander gleich ſind.

Definitio LXXX.

Polygonum heterogeneum, oder inæquangulum, iſt eine jede Figur, die ungleiche Winckel in ihren Ecken hat.

Definitio LXXXI.

Polygonum regulare iſt eine jede Figur, an welcher die Seiten und Winckel einander gleich ſind. Vid. Tab. I. Fig. 18.

Definitio LXXII.

Polygonum irregulare iſt diejenige Figur, an welcher die Seiten und Winckel einander ungleich ſind. Vid. Tab. I. Fig. 19.

Definitio LXXXIII.

Pentagonum	Ein Fünff-Eck.	Tab. I. Fig. 18.
Hexagonum	Ein Sechs-Eck.	Fig. 20.
Heptagonum	Ein Sieben-Eck.	21.
Octogonum	Ein Acht-Eck.	22.
Enneagonum	Ein Neun-Eck.	23.
Decagonum	Ein Zehen-Eck.	24.
Hendagonum	Ein Eilff-Eck.	25.
Dodecagonum	Ein Zwölff-Eck rc.	26.

ſind ſolche Viel-Ecke, die 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. und mehrere Winckel haben.

Scholion.

Sind in dieſen Viel-Ecken nun Winckel und Seiten einander gleich, ſo ſind ſie *regularia*; ſind aber Seiten und Winckel einander ungleich, ſo ſind es *irregularia Polygona*.

Definitio LXXXIV.

Circulus iſt eine ſolche Fläche, welche eine Circul-Linie beſchreibet. Vid. Tab. I. Fig. 22.

Scholion.

In der Sectione I. hujus Partis II. haben wir die bloſſe Circul-Linie betrachtet; nun verſtehen wir den innern Platz, welchen eine ſolche Circumferenz-Linie einſchlieſſet.

Definitio LXXXV.

Semicirculus iſt die Fläche, welche eine halbe Circul-Linie mit dem Diameter geſchloſſen formiret. Vid. Tab. I. Fig. 28.

De-

Definitio LXXXVI.

Quadrans iſt der vierdte Theil einer Circul-Fläche, welche 2. Semidiameter unter einen rechten Winckel einſchlieſſen. Vid. Tab. I. Fig. 29.

Definitio LXXXVII.

Sector Circuli iſt das Stück einer Circul-Fläche, welches zwey Semidiametri von Centro aus unter einem ſpitzigen oder ſtumpffen Winckel machen. Jenes heiſſet *Sector minor*, dieſes *Sector major*. Vid. Tab. I. Fig. 30. 31.

Definitio LXXXVIII.

Segmentum Circuli iſt dasjenige Stück einer Circul-Fläche, welches durch eine gerade Linie, die nicht durch das Centrum gehet, von einer gantzen Circul-Fläche abgeſchnitten wird.

Scholion.

Man mag eine Circul-Fläche durch eine Linie, die nicht durchs Centrum gehet, entzwey ſchneiden wie man will, ſo giebt es ein kleines und ein groſſes Stück; Jenes heiſſet *Segmentum minus*, dieſes *Segmentum majus*. Vid. Tab. I. Fig. 32. 33.

Definitio LXXXIX.

Figuræ inter ſe æquilateræ ſind diejenigen, wenn alle Latera einer Figur gleich ſind denen Lateribus einer anderen Figur, allemal zwey und zwey Latera beyder Figuren gegen einander gehalten.

Definitio XC.

Figuræ inter ſe æquiangulæ ſind diejenigen, wenn alle Winckel einer Figur einzeln genommen, allen Winckeln der andern Figur, einzeln genommen, je zwey und zwey gegen einander gehalten, unter ſich gleich ſind.

Definitio XCI.

Anguli homologi und *Latera homologa* ſind in denen Figuren diejenigen, wenn ſie einerley Ordnung oder proportion von dem erſten bis zum letzten behalten.

Definitio XCII.

Figura Circulo inſcripta iſt diejenige, wenn ein Circul durch alle Spitzen ihrer Winckel durchgehet. Vid. Tab. I. Fig. 34.

Definitio XCIII.

Figura circulo circumſcripta iſt diejenige, wann alle Latera einer Figur den Circulum berühren. Vid. Tab. I. Fig. 35.

Definitio XCIV.

Menſura Figuræ, das Flächen-Maaß, iſt ein gewiſſes Quadrat, welches zu einem Latere die Gröſſe einer Ruthen hat, und heiſſet dahero eine Quadrat-Ruthen.

Hypotheſis IV.

Es kan eine jede Länge, wenn man daraus ein Quadrat formiret, ein Flächen-Maaß abgeben, es mag groß oder klein ſeyn. Auf dem Papier kan eine jede verjüngte Linie, wo ein Quadrat aus ihr gemacht wird, vor ein Flächen-Maaß gebraucht werden, und auf dem Feld ſind ſo vielerley Quadrat-Ruthen, als das Land Meß-Ruthen hat, möglich zu appliciren.

Hypothe-

Hypotheſis V.

In der Geometrie wird heut zu Tag eine Lands-Ruthen, ex. gr. die Rheinländiſche, oder eine andere, von einem Feld-Meſſer einmal vor allemal angenommen, in zehen gleiche Theile getheilet, die da Schuh heiſſen: Ein Schuh deren wieder in 10. kleinere Theile, die Zoll heiſſen, ꝛc. Eine Quadrat-Ruthen eines Feld-Meſſers aber hat 100. Quadrat-Schuh, ein Quadrat-Schuh 100. Quadrat-Zoll, ꝛc.

Scholion.

Hier muß man den erſten Theil meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe Sectione IV. Definitione LXV. pag. 209. ſeq. aufſchlagen, woſelbſt dieß alles ſchon zur Genüge ausgeführet worden.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma XV.

Das *Centrum* einer *Figur* muß allezeit auf dem *Diametro* ſtehen.

Axioma XVI.

***Figuren*, welche einer dritten *Figur* gleich ſind, die ſind auch gegen ſich unter einander gleich.**

Axioma XVII.

Wenn in einem *Triangul* ein Winckel 90.° hält, das iſt, einen rechten Winckel ausmacht, ſo ſind die anderen zwey Winckel allemal ſpitzige Winckel.

Axioma XVIII.

Wenn in einem *Triangul* ein Winckel ein ſtumpffer Winckel iſt, ſo kan keiner von denen zwey übrigen mehr ein rechter Winckel ſeyn.

Theorema XXVI.

Jn denen Figuris ſimilibus ſind die anguli homologi einander gleich, und die Latera homologa ſind proportionalia.

Demonſtratio.

Figuræ ſimiles ſind diejenigen Figuren, welche einander ſo ähnlich ſind, daß man ſie nicht anderſt unterſcheiden kan, als wenn man ſie gegenwärtig gegen einander hält: Nun ſind anguli homologi diejenige, welche einerley Ordnung in denen Figuren von dem erſten bis zum letzten behalten, nach der Definitione XCI. Demnach kan man in denen ähnlichen Figuren keinen Unterſcheid derer Winckel gegen einander finden. Demnach ſind die anguli homologi einander gleich, und die Latera homologa derer Figuren, id eſt, welche einerley Ordnung behalten von dem erſten bis zum letzten, ſind proportionalia, das iſt: Jn was für proportione das eine Latus der einen Figur gegen dem einen Latere der anderen Figur, in der Ordnung genommen, ſtehet, in ſolcher proportione ſtehen die übrigen Latera der einen Figur mit denen übrigen Lateribus der andern Figur, nach der Ordnung genommen. Q. e. d.

Theorema XXVII.

Wenn in zweyen Trianguln A B C. und a b c.

abc. der Winckel A. gleich iſt dem Winckel a. und das Latus AB. gleich iſt dem Lateri ab. und Ac = ac. So wird auch das dritte Latus Bc. gleich ſeyn dem dritten Lateri bc. in dem andern Triangul, und der Winckel c. muß gleich ſeyn dem Winckel c. gleichwie der Winckel B. dem Winckel b. Und die gantzen Triangula werden æqualia und ſimilia ſeyn. Tab. I. Fig. 36. Num. 1. 2. 3.

Demonſtratio.

Bildet euch ein, es werde der eine Triangul abc. alſo auf den andern Triangul ABC. geleget, daß das Punct a. auf das Punct A. und die Linea recta ab. auf die rectam AB. falle. Weilen nun, wie wir præſupponiren, ab. ſoll gleich ſeyn AB. und der Winckel a. dem Winckel A. und Ac. der Linie AC. ebenfalls gleich ſeyn ſollen, ſo muß auch das Punctum b. auf B. in dem andern Triangul fallen, denn wenn zwey gantz gleiche Linien alſo auf einander geleget werden, daß deren eines Ende auf der anderen ihr Ende und beyde Linien völlig auf einander liegend kommen, ſo müſſen auch die zwey andern Ende ſolcher Linien auf einander fallen. Ferner wird auch die Linea recta ac. auf AC. fallen müſſen: Denn wenn man zwey Winckel hat, die einander gleich ſind, und man leget die beyde Spitzen derer Winckel alſo accurat auf einander, daß das eine crus des einen Winckels auch auf dem einem crure des andern Winckels nett liege, ſo wird auch das andere crus des einen Winckels auf dem andern crure des

an-

andern Winckels eintreffen. Ferner wird auch die Spitze des Winckels c. auf der Spitze des Winckels C. einſchlagen, aus eben dieſer Urſach. Per conſequens wird auch b c. auf B C. einfallen, und demnach wird der Triangul a b c. völlig überein treffen mit dem Triangul A B C. Ergo iſt b c = B C. und c = C. und b = B. und alſo ſind die gantzen Triangula æqualia und ſimilia. Q. e. d.

Theorema XXVIII.

Tab. I. Fig. 36. Num. 1. 2. 3. Wenn in zweyen Triangulis A C B. und a c b. die drey Seiten einander gleich, das iſt A C = a c. A B = a b. B C = b c. ſo ſind auch die drey Winckel einander gleich, das iſt, A = a. B = b. C = c. und die gantze Triangula ſind æqualia und ſimilia.

Demonſtratio.

In dem vorigen Theoremate iſt bewieſen worden, daß, wenn an einem Triangulo zwey Latera und ein Winckel gleich ſeyn eines andern Trianguli zwey Seiten und einem Winckel, ſo ſeyn beyde Triangula æqualia und ſimilia. Nun ſoll bewieſen werden, daß, wenn die drey Seiten eines Trianguls gleich ſeyn denen drey Seiten eines andern Trianguls, ſo ſeyn eben auch die zwey Triangula æqualia und ſimilia. Setzet einen Circul mit dem einen Fuß in die Spitze des Winckels A. und ziehet mit dem Semidiametro A C. einen kleinen Bogen y. Stellet den Circul in B. und ziehet mit dem Semidiametro B C. aus B. den andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen x.

Bil-

Bildet euch ferner ein, man könte den △ acb. alſo auf den △ ACB. legen, daß das Punctum a. auf das andere Punctum A. und die Linea recta, ab. auf die Lineam rectam A. B. falle. Nun aber iſt ex hypotheſi ab = AB. demnach muß auch das andere Punct b. der einen Linie ab. auf das andere Punct B. der Linie AB. fallen, wie in der Demonſtratione præcedente gewieſen worden. Ferner, weilen in dem Theoremate præſupponiret worden, daß auch ac. = AC. und bc = BC. ſo wird die Linea recta ac. in y. ſich enden und die Linea recta bc. in x. ihr End erreichen: Denn ſo offt man eine Lineam rectam, æqualem ſemidiametro alicujus Circuli, in das Centrum circuli anfängt einzutragen, ſo wird das andere Ende der Linie auf die peripheriam fallen. Da nun die Seite des Trianguls AC. gleich iſt dem Semidiametro Ay. ſo muß ſolche, wenn man ſie einträgt, in y. ſich endigen. Hieraus folget nun, daß das Punctum c. auf das punctum C. fallen muß: Denn zwey ſemi-circuli eccentrici durchſchneiden ſich nur in einem Punct, und per conſequens muß auch die recta ac. und bc. mit denen zwey rectis AC. und BC. übereintreffen, demnach müſſen alle drey Winckel des △ abc. gleich ſeyn denen drey Winckeln des △ ABC. das iſt: Es wird a = A. b = B. c = C. ſeyn: Denn wenn in zweyen Winckeln die Spitzen und die crura einander gleich, ſo ſind die Winckel ſelbſt einander gleich. Nun iſt in dem Winckel a und A. das eine Crus ca. gleich dem cruri CA. Das andere Crus b. a. gleich dem cruri B. A. und der vertex anguli a. iſt auch gleich dem vertici Anguli A. demnach ſind beyde Winckel einander

gleich,

gleich, und da nun von denen zwey übrigen Winckeln beyder Triangulorum eben dieſes iſt bewieſen worden, ſo ſind auch dieſe einander gleich, und da nun der Δ a b c. mit dem △ A B C. in allen Stücken überein trifft, ſo ſind die beyden △△ a b c. A B C. æqualia und ſimilia. Q. e. d.

Theorema XXIX.

In einem Triangulo æquicruro A B C. ſind I. die beyden Winckel auf der Baſi y. und u. einander gleich. II. So zertheilet die Linie B D. welche den oberen Winckel B. in zwey gleiche Theile theilet, zugleich auch die Baſin A C. in zwey gleiche Theile. III. Wird auch der gantze Triangul A B C. in zwey gleiche Triangul zertheilet. IV. Stehet die Linie B D. perpendiculariter auf A C. Tab. I. Fig. 37.

Demonſtratio.

Man ſupponiret zum Voraus, daß der Winckel o = x. ſey, weil die Linie B D. an dem gleichſchencklichten Triangul den Winckel B. in zwey gleiche Theile theilet. So iſt auch A B = B C. denn dieß iſt ein Triangulum æquicrurum, deſſen zwey auf der Baſi aufgerichtete Schenckel einander gleich ſind, nach der Definitione LXVIII. Sect. II. Partis hujus II. Hiernächſt iſt auch B D = B D. denn idem eſt æquale ſibi ipſi. Hieraus folget nun unumſtößlich: I. Daß y = u. ſeye. II. Daß A D = D C. ſey. III. Daß der △ A B D = △ C B D. ſey,

ſey, denn wenn nach dem vorhergehenden Theoremate XXVII. an zweyen Triangulis A B D. und C B D, einander gleich ſind die Seiten A B = C B. und B D = B D. und der Winckel o = x. ſo ſind auch die übrigen Winckel y = u. und m = n. und das dritte A D. = C D. IV. Folget auch unumſtößlich daraus, weilen die beyde Winckel bey D. nemlich m. und n. einander gleich, als anguli deinceps poſiti, daß B D. auf A C. perpendiculariter ſtehen muß. Q. e. d.

Corollarium.

Ein jegliches Triangulum æquilaterum iſt auch ein triangulum æquicrurum, obgleich kein triangulum æquicrurum zugleich auch ein triangulum æquilaterum ſeyn kan. Demnach gilt dieſe Demonſtration auch nach allen Membris von denen Triangulis æquilateris, und iſt bey dem △ æquilatero weiter nichts mehr nöthig, als nur noch zu demonſtriren, daß auch alle Winckel in demſelben einander gleich ſind.

Theorema XXX.

In einem Triangulo æquilatero ABC. ſind alle Winckel einander gleich.

Demonſtratio.

I. Ex hypotheſi iſt A C = C B. nach der Definitione LXVII. demnach muß nach der Demonſtratione Theorematis proximè præcedentis der Winckel A = B. ſeyn. Eben ſo iſt auch A C = A B. nach der angeführten Definitione LXVII. demnach muß auch der Winckel C = B. ſeyn, nach eben dem Theoremate præcedente XXIX. mithin iſt auch A = C. denn wenn zwey Dinge einem dritten gleich ſind, ſo ſind ſie auch unter ſich ſelbſt gleich. Das iſt: Wenn man ein Triangulum æquilaterum nimmt, und läſſet von einem Winckel Tab. I. Fig. 38.

ex. gr. C. eine perpendicularem herunter fallen auf A B. ſo läſſet ſichs, nach dem Theoremate XXIX. demonſtriren, daß der Winckel A = B. ſeye. Nimmt man eben dieß Triangulum und läſſet aus A. ein Perpendiculum fallen auf C B. ſo läſſet ſichs nach dem Theoremate præcedente demonſtriren, daß der Winckel C = B. Drittens, nimmt man eben dieß Triangulum æquilaterum, und ziehet aus B. eine perpendicularem auf A c. ſo demonſtriret das Theorema XXIX. daß der Winckel A = C. ſey: Denn allenthalben gilt hernach das Theorema XXVII. daß wenn an zweyen Triangula zwey Seiten und ein Winckel einander gleich, daß die gantzen Triangula einander gleich. Q. e. d.

Theorema XXXI.

Wenn in einem Triangul A B C. Tab. I. das eine Latus continuiret wird Fig. 39. bis in D. ſo wird der äuſſere Winckel D A B. gröſſer ſeyn, als ein jeder innerer Winckel, der ihme entgegen ſtehet.

Demonſtratio.

Supponiret, es wäre die Seite A B. des Triangulis in zwey Theile zertheilet in f. Ziehet die Linie c. f. und verlängert ſolche bis in g. daß nemlich f g. ſo groß ſey als c f. Weil nun g c. die Linie A B. durchſchneidet in f. ſo wird z = y. ſeyn, denn es ſind vertical-Winckel, und mithin wird auch o = x. ſeyn, denn es ſind anguli alterni, und nach dem Theoremate XXVII. heiſſet es, (hier appliciret,) wenn an zwey Triangulis B f c. und g f A. zwey Seiten und ein

ein Winckel einander gleich, wie hier B f = f A. und C f = f g. und y = z. iſt, ſo iſt auch o = x. Nun aber iſt der Winckel D A B. gröſſer, als der Winckel o. denn das gantze iſt gröſſer als eines ſeiner Theile; mithin muß auch der Winckel D A B. gröſſer ſeyn, als der Winckel x. denn wenn eines von gleichen Dingen kleiner oder gröſſer iſt, als ein anderes, ſo iſt auch das andere von gleichen Dingen kleiner oder gröſſer, als daſſelbige. Auf eben dieſe Weiſe wird nun auch gewieſen, daß D A B. oder welches einerley iſt, deſſen vertical-Winckel H A C. gröſſer ſey, als der Winckel A C B. Q. e. d.

Theorema *XXXII.*

In einem jeden Triangul A B D. ſind zwey Latera A D. und B D. zuſammen genommen, gröſſer, als das dritte Latus A B.

Demonſtratio.

Verlängert die Baſin Trianguli A D. bis in C. daß B D. und D c. einander gleich ſeyn, ſo wird A C = A D † D B. ſeyn, und das Triangulum B D C. wird æquicrurum werden, nach der Definitione LXVIII. Per conſequens wird y = o. ſeyn nach dem Theoremate XXIX. und mithin ſelbſt muß der Winckel o. kleiner ſeyn, als der Winckel x. und y. zuſammen, denn das Gantze iſt gröſſer als eines ſeiner Theile: Demnach wird A C. das iſt A D † D C. gröſſer ſeyn, als A B. das iſt, zwey Latera eines Trianguls zuſammen genommen, ſind gröſſer, als deſſen drittes Latus. Q. e. d.

Tab. I. Fig. 46.

M Theo-

Theorema XXXIII.

In jeden Triangul, wenn deſſen eines Latus B C. verlängert wird, ſo iſt der äuſſere Winckel D C A. gleich denen zwey angulis internis oppoſitis, y und z. ſimul ſumtis.

Demonſtratio.

Tab. I. Fig. 41. Ziehet eine parallelam mit der Baſi A B. aus dem Punct C. welche ſey C E. So wird x = y ſeyn, denn es ſind anguli alterni, und es wird auch o = z. ſeyn, denn der angulus externus iſt gleich dem angulo interno oppoſito, ſecundum Theorema IV. Sectionis I. Partis II. Nun überleget ſelbſt, wenn x = y. und o = z. ſo muß auch x † o = y † z. das iſt, wenn man gleiches zu gleichen addiret, ſo müſſen auch gleiche Summen heraus kommen. Demnach iſt der äuſſere Winckel D C A. wenn man das Latus D C. prolongiret, gleich denen zwey inneren angulis oppoſitis ſimul ſumtis. Q. e. d.

Theorema XXXIV.

Tab. I. Fig. 41. In einem jeglichen Triangul A B C. ſind die 3. Winckel u. y. z. zuſammen genommen, gleich zwey rechten Winckeln, oder 180. Graden.

Demonſtratio.

Es iſt in Theoremate præcedente bewieſen, daß o † x = y † z. ſey: Hieraus folget nun richtig, weil o † x. gleich iſt y † z. ſo iſt auch o † x † u = y † z † u. Denn wenn ich einerley, wie hier den Winckel u.

zu

zu zwey gleichen Summen addire, wie hier zu dem Winckel o † x. und zu dem Winckel y † z. ſo muß auch einnerley Summa heraus kommen. Nun aber wenn ich den Winckel u. addire zu denen Winckeln o. und x. ſo kommen 180.° heraus: Denn nach dem Corollario II. Theorematis I. Section I. Partis II. machen alle Linien EC. AC. die auf eine gerade Linie DB. auffallen 180.° aus mit ihren Winckeln. Ergo machen auch die Winckel y und z = o † x. 180. Grad aus, wenn eben dieſer Winckel u. zu ihnen addiret wird: Ergo machen allemal alle drey Winckel eines jeden Triangulš zuſammen genommen 180.° aus, oder zwey rechte Winckel. Q. e. d.

Corollarium I.

Wenn demnach in einem jeden Dreyangul die drey Winckel zuſammen genommen, in ihrer Summa 180.° oder zwey rechte Winckel ausmachen, ſo müſſen nothwendig in einem recht-wincklichten Triangul, da ein Winckel ſchon allein 90. Grad, als einen rechten Winckel, ausmachet, die übrigen zwey Winckel zuſammen addiret auch einen rechten machen.

Corollarium II.

Wenn demnach ein Triangul auf beyden Winckeln jeden 45.° und am dritten Winckel 90. Grad hat, ſo iſt ſolcher allemal ein Triangulum æquicrurum mit angulis ſemirectis.

Corollarium III.

In einem gleich-ſeitigen Triangul iſt ein jeder Winckel 60. Grad: Denn weil 180. Grad alle drey Winckel in jedem Triangul ausmachen, und in einem gleich-ſeitigen Triangul alle drey Winckel einander gleich, wie Theoremate XXX. demonſtriret worden; ſo müſſen nothwendig die 180. Grad in 3. gleiche Theile kommen, giebt 60: So viel hält jeder Winckel æquilateri Trianguli.

Corollarium IV.

Weil jeder Triangul 180.° hält in ſeinen drey Winckeln, ſo

folget ferner, daß, wenn man einen Winckel des Trianguls von 180.° ſubtrahire, ſo gebe der Reſt die Summam der graduum, welche die andern zwey Winckel noch in ſich faſſen. Deßgleichen, wenn man die Summam zweyer Winckel von 180.° ſubtrahire, ſo bleibt im Reſt der dritte Winckel wie viel derſelbige Grad habe.

Corollarium V.

Es flieſſet auch ferner hieraus, weil ein jeder Triangul 180. Grad hat, daß, wenn zweyer Triangul ihre zwey Winckel einerley Anzahl graduum haben, wenn man ſie addiret, ſie mögen nun, einzeln betrachtet, ungleich oder gleich an Graden ſeyn, daß beyder Triangulorum ihr dritter Winckel auch einerley Anzahl Graden haben. Ex. gr. Wenn
Tab. I. Fig. 40. & 41. an denen zwey Triangulis A B D. und A B C. der Winckel D. und B. zuſammen addiret 120. Grad hätte, und eben ſo viel hielten die beyden Winckel B. und C. an dem andern Triangul, ſo wird der Winckel A. in dem △ A B D. und der Winckel A. in dem andern Triangul A B C. jeglicher 60. Grad halten, es möchte nun gleich der Winckel D. nur 40.° und der Winckel B. 80.° halten, ſo werden ſie zuſammen doch 120.° haben. Deßgleichen, wenn auch der Winckel C. 90.° und der Winckel B. 30.° Grad in dem andern Triangul A B C. hielte, ſo machete es doch 120.° in der Summa, welche gleich wäre denen beyden Winckeln B. und D. △ A B D. mithin wäre 60. Grad in beyden △△. der dritte Winckel.

Corollarium VI.

Es müſſen auch in einem jeden Triangul die zwey Winckel, welche auf der Baſi ſtehen, kleiner ſeyn, wenn ſie zuſammen addiret werden, als zwey rechte Winckel: Denn wenn ein jeder Triangul 180.° machet, oder zweymal 90.° als zwey rechte Winckel, und es ſtünde auf jedem Ende der Baſis ein 90-gradiger Winckel, ſo würden die Latera parallel aufſteigen, und in infinitum ſich nicht zuſammen ſchlieſſen, per conſequens keinen Triangul formiren: Denn die 180.° ſtünden ſchon in denen zwey Winckeln auf der Baſi, und kan nichts mehr davon zum dritten Winckel kommen.

Co-

Corollarium VII.

Endlich folget auch hieraus, weil jeder Triangul 180. Grad hält, dieſer fürtreffliche Nutzen: Wenn man an einem gleich-ſchencklichten Triangul A B C. nur den Winckel des verticis weiß, und ſubtrahiret ſolchen von 180. ſo bekommt man im Reſt den Innhalt der beyden Winckel auf der Baſi y. und u. Da nun demonſtriret worden, daß in einem gleich-ſchencklichten Triangul die beyde Winckel auf der Baſi einander gleich, ſo darff ich nur den nach der Subtractione übrig gebliebenen Reſt halbiren, ſo bekomme ich die Anzahl, wie viel Grad jeder Winckel auf der Baſi des gleich-ſchencklichten Trianguls halte. Ex. gr. Es hielte der Winckel am vertice B. des △ A B C. 70. Grad, ſo ſubtrahiret dieſe von 180.° bleibt 110. halbiret dieſes, ſo kommt 55.° ſo viel Grad hält der Winckel A. und C. auf der Baſi des gleich-ſchencklichten Trianguls. Tab. I. Fig. 37.

Item, man wüſte nur einen Winckel von denen beyden auf der Baſi eines gleich-ſchencklichten Trianguls, ſo dupliret nur ſolchen und die Summam ſubtrahiret von 180.° ſo giebt der Reſt den angulum oben in vertice B. Ex. gr. Es wäre der Winckel A. 55.° dupliret dieſen, kommt 110.° vor die Winckel A. und C. ſubtrahiret dieß von 180.° giebt der Reſt 70. den Winckel bey B.

Theorema XXXV.

Wenn in einem Triangul eine Seiten und zwey Winckel einander gleich ſind, ſo ſind die gantzen Triangula einander gleich: Nicht anders, als wie, wenn zwey Seiten und ein Winckel, oder alle drey Seiten in zwey Triangulis einander gleich ſind, eben auch die gantze Triangula æqualia und ſimilia ſind.

Demonſtratio.

Tab. I. Fig. 36. Num. 1. Num. 2. Num. 3. Bildet euch abermalen ein, es würde das △ a b c. alſo über das andere △ A B C. geleget, daß das punctum a. auf A. und die Linie a b. auf A B. fiel. Weil nun ex hypotheſi a b = A B. und a = A. und b = B. ſo muß nothwendig auch das Punct b. auf das punctum B. fallen, denn natürlich iſt, wenn eine Linie ſo groß iſt als die andere, und ich lege deren eines End auf das eine End der andern Linie, und lege die gantze eine Linie auf die gantze andere Linie, ſo müſſen auch die zwey andern Ende der zweyen Linien auf einander fallen, mithin muß auch die Linea recta a c. auf A C. und b c. auf B C. fallen, nach der Demonſtratione Theorematis XXVII. und XXVIII. Per conſequens muß c. auf C. fallen, denn wenn zwey Lineæ rectæ einander durchſchneiden, ſo können ſie hernach einander nimmer durchſchneiden. Indeme nun hieraus klar erſcheinet, daß die beyden Triangula a b c. und A B C. mit einander völlig übereintreffen, ſo muß a c = A C. b c = B C. und c = C. ſeyn, weil ex hypotheſi an beyden Triangulis A B = a b. und A = a. und B = b. war. Ergo ſind beyde Triangula æqualia & ſimilia. Q. e. d.

Theorema XXXVI.

Tab. I. Fig. 37. **Wenn in einem Triangul A B C. die zwey Winckel auf der Baſi y. und u. einander gleich, ſo ſind ſolche Triangul allemal Triangula æquicrura.**

De-

Demonſtratio.

Ziehet aus B. eine Linie herunter, welche den Winckel B. in zwey gleiche Theile zerſchneide, ſecundum Problema XLVI. Sect. I. Partis II. Wenn dieß geſchehen, ſo wird AB = BC. denn wenn in zwey Triangulis ADB. und CDB. zwey Seiten und ein Winckel einander gleich, wie hier AD = CD. und BD = BD, und o = x. iſt, ſo ſind auch die Seiten AB. und CB. einander gleich, demnach iſt der Triangul ABC. ein gleich-ſchencklichter. Q. e. d.

Corollarium.

Wenn demnach in einem Triangul, nebſt denen zwey Winckeln auf der Baſi, auch der dritte denen zweyen, und alſo alle drey einander gleich ſind, ſo ſind es Triangula æquilatera.

Theorema XXXVII.

Tab. I. Fig. 42. Wenn in einem Triangul ABC. eine Linea recta DE. parallel mit der Baſi AC. gezogen wird, ſo verhält ſich BA. zu BC. wie ſich verhält BD. zu BE. und AD. zu EC. deßgleichen verhält ſich BA. zu AC. wie ſich verhält BD. zu DE. und das Triangulum BDE. wird ſimile ſeyn dem △ BAC.

Demonſtratio.

Weil DE. parallel mit AC. ſo iſt der Winckel y = x. und u = o. denn der angulus externus iſt gleich dem angulo interno oppoſito, wenn zwey parallelæ von einer dritten durchſchnitten werden obliquè,

nach dem Theoremate IV. Sect. I. Partis II. Per conſequens müſſen die zwey Triangula B D E. und B A C. ſimilia ſeyn: Denn wenn in zweyen Trinangulis der Winckel y = x. und der Winckel u = o. ſo muß auch der dritte Winckel B. in beyden Triangulis einerley ſeyn, weil jeder Triangul 180.° hält. Demnach ſind die beyde Triangula B D E. und B A C. ſibi mutuo æqui-angula. Da nun Triangula æqui-angula auch ſibi invicem ſimilia ſind, ſo müſſen auch die Latera homologa, das iſt, die in der Ordnung einer Figur folgende Latera müſſen mit denen Lateribus in eben der Ordnung, an der andern Figur, proportionalia ſeyn, und zwar alſo, daß BA: BA = BD: BE. Und alſo auch Wechſelsweiß, wie ſonſt in der Arithmetic gewieſen wird, BA: BD = B C = B E. Und ferner Wechſelsweiß muß per conſequens es auch angehen, daß ich ſage A D: D B. = E C: B E. oder wieder verkehrt, B D: A D = B E: E C. Und endlich nochmahlen verkehrt, wenn ich ſage B D: B E = A D: E C. Q. e d.

Scholion.

Hierbey ſolten nun ausführlicher die Lineæ proportionales mediæ, tertiæ & quartæ in Theorematibus beſonders demonſtriret werden, gleichwie Sectione I. Partis hujus II. Problematice ſolche zu finden gewieſen worden: Alleine man kan eines Theils aus dem Theoremate præcedente das Licht darzu angezündet ſchon finden, andern Theils in denen übrigen Authoribus, als bey dem Herrn *Wolffio* in Elementis Geometriæ pag. 135. und andern mehrern nachleſen, wenn einem Anfänger, nach Zurücklegung dieſer meiner Anfangs-Gründe, der Appetit ein mehreres zu wiſſen ankommen ſolte.

Theo-

Theorema XXXVIII.

Alle Quadrata rectangula, Rhombi und Rhomboides ſind 1) Parallelogramma und von ihrer diagonali in zwey gleiche Theile zertheilet. 3) Jhre diagonaliter gegen einander ſtehende Winckel ſind einander gleich. 4) Die aber auf einem jeden Latere allezeit ſtehende zwey Winckel ſind gleich zweyen rechten Winckeln. Und 5.) zwey von ihren Seiten zuſammen genommen ſind allezeit gröſſer, als ihre diagonalis.

Demonſtratio.

I. In allen dieſen Figuren, einer jeden beſonders verſtanden, iſt A C = D B. und C D. = A B. nach denen Definitionibus LXXII. LXXIII. LXXIV. LXXV. Es iſt auch C B = C B. denn idem eſt æquale ſibi ipſi. Demnach ſind auch die Triangula C D B. und C A B. einander gleich; denn wenn in einem Triangulo alle drey Seiten denen drey Seiten des andern Trianguli gleich ſind, ſo ſind die gantzen Triangula einander gleich. Demnach iſt auch x = y, o = g. n = m, aus eben dieſer Urſach, weilen die zwey Triangula nach allen drey Seiten einander gleich, ſo ſind ſie auch an allen Winckeln einander gleich, nemlich allemal die 2 △△ verſtanden, welche eine diagonalis machet. Demnach iſt A B. mit C D.

Tab. I. Fig. 43. N. 1. 2. 3.

parallel, nach dem Theoremate VI. Sect. I. Part. II. Ergo ſind ſie Parallelogramma. Quod erat primum, ſecundum & tertium demonſtrandum.

II. Weilen allemal, nach den angeführten Definitionibus, die Latera oppoſita parallelogramorum parallela ſind, ſo müſſen auch die zwey auf einem latere ſtehende Winckel, oder ad idem latus oppoſiti anguli ſimul ſumti, zweyen rechten Winckeln gleich ſeyn: Denn nach dem Theoremate IV. ſind die duo anguli interni oppoſiti, das iſt, die zwey auf einer Linie, die zwiſchen 2. parallelas eingeſchloſſen, befindliche Winckel, ſind zuſammen addiret 180. Grad, oder 2. rechten Winckeln gleich. Quod erat quartum demonſtrandum.

III. Wenn die diagonalis CB. gezogen, ſo iſt ſecundum demonſtrata jede Helffte eines Parallelogrammi als ein Triangul anzuſehen: Nun aber iſt Theoremate XXXII. ſchon demonſtriret worden, daß zwey Seiten eines jeglichen Trianguls, zuſammen genommen, gröſſer ſeyn, als deſſen dritte Seiten, demnach iſt auch hier CD † DB. gröſſer, als CB. item CA † AB. gröſſer denn CB. Quod erat quintum demonſtrandum.

Theorema XXXIX.

Wenn man einen Circul in gleiche Theile eintheilet, ſo viel man deren will, und ziehet rings herum die Chordas, ſo wird die figura Circulo inſcripta regularis ſeyn.

Demon-

Demonſtratio.

Es ſind ex hypotheſi die arcus Circuli AB, BC, CD. &c. einander gleich, denn man verlanget den gantzen Circul in lauter gleiche Arcus zu zertheilen, demnach müſſen auch die Chordæ, die eben den Nahmen führen AB, BC, CD, &c. einander gleich ſeyn, nach dem XVI. Theoremate Sectionis I. Part. II. Ferner ſind auch die Winckel A, B, C, &c. einander gleich, denn ſie werden durch gleiche Arcus gemeſſen, nun aber, wenn zwey oder drey Winckel einerley Maaß haben, ſo ſind ſie einander gleich, nach dem Axiomate II. Sect. I. Part. II. demnach iſt eine ſolche Figur, welche einem Circul eingeſchrieben iſt, eine regulare Figur. Q. e. d. Tab. I. Fig. 44.

Theorema XL.

Zwey Parallelogramma, die auf einerley Baſi ſtehen, und einerley Höhe haben, ſind einander gleich.

Demonſtratio.

Es ſind in beyden Parallelogrammis ABCD. und ECDF. die Höhen einander gleich, ex hypotheſi; demnach ſind auch die perpendicula zwiſchen AB. und CD. deßgleichen zwiſchen EF. und CD. gefället, einander gleich: Denn die Höhe einer Figur iſt das perpendiculum von dem vertice Figuræ auf die Baſin aufgerichtet, nach dem Corollario II. Theorematis VIII. Sect. I. Part. II. Weil nun AB. und EF. parallel ſind mit CD. nach der Definitione LXXII. Sect. II. Part. II. ſo wird auch AB. und EF. in gerader Linie mit einander liegen, denn durch einen punct kan nicht mehr

als

als eine parallela mit der Linea data gezogen werden, nach dem Theoremate X. Sect. I. Part. II.

Nun aber iſt A B = E F. per hypotheſin, demnach wird auch A E = B F. ſeyn: Denn wenn man gleiches zu gleichen addiret, wird in der Summa gleiches heraus kommen.

Ferner weil auch A C = B D. und E C = D F. denn in einem jeglichen Parallelogrammo ſind die Latera oppoſita einander gleich, nach der Definitione LXXII. Sect. II. Part. II. So wird der △ A C E = △ B F D. ſeyn, denn wenn in zwey Triangulu die drey Latera einander gleich, ſo ſind die gantzen Triangul einander gleich, nach dem Theoremate XXVIII. Sect. II. Part. II. Per conſequens muß auch A B G C = F E G D. ſeyn, weil, wenn man gleiches von gleichen ſubtrahiret, ſo ſind auch die Reſte einander gleich; denn ich ſubtrahire von denen beyden einander gleichſeyenden Triangulis A C E. und B F D. das einige Stück B G E. Per conſequens muß auch das □ A B C D = □ E F D C. ſeyn, denn wenn ich gleiches zu gleichen addire, ſo ſind die Summen auch gleich. Nun addire ich zu beyden einerley Stück C G D. Ergo ſind zwey Parallelogramma, auf einerley Baſi ſtehend und einerley Höhe habend, einander gleich. Q. e. d.

Corollarinm I.

Tab. I. Fig. 46. Hieraus folget richtig, daß auch zwey Triangula, die einerley Baſin und einerley Höhe haben, einander gleich ſeyn müſſen: Ex. gr. das △ A B C. und A E D. haben einerley Gröſſe, nach der deutlich geſtellten demonſtratione Theorematis.

Corol-

Collarium II.

Demnach iſt ein Triangul die Helffte eines Parallelogrammi, welcher mit dem Parallelogrammo einerley Grund-Linie hat, und zwiſchen einerley parallelen eingeſchloſſen ſtehet, das iſt, wenn ein Triangul und ein Parallelogramm einerley Höhe und einerley Baſin haben, ſo iſt der Triangul allemal die Helffte eines Parallelogrammi. Ex. gr. Wenn man das Parallelogramm CEFD. diagonaliter durchſchneidet, ſo iſt jeder Triangul CEF. und CDF. die Helffte des □ CEFD.

Corollarium III.

Suchet man zwiſchen der Baſi und altitudine Parallelogrammi, es mag nun das parallelogramm rectangulum, oder obliquangulum ſeyn, eine mediam proportionalem, nach dem Problemate XXIX. und XXX. Sectionis I. Partis II. mit Linien, oder nach dem Problemate XXI. und XXII. Sect. II. Partis I. mit Zahlen, ſo giebet die gefundene media proportionalis ein latus Quadrati, welches dem Parallelogramm gleich iſt.

Theorema XLI.

Ein jeglicher Triangul iſt gleich einem Parallelogrammo von gleicher Baſi und halber Höhe, oder halber Baſi und gantzer Höhe.

Demonſtratio.

I. Geſetzt es wäre das Triangulum ein rechtwinckelichter Triangul ADC. und AD. wäre die Baſis, ſo iſt CD. die Höhe ſchon, und darff weiter nicht gefunden werden; Wäre aber DC. die Baſis, ſo giebt AD. die Höhe des Trianguls, denn die wahre Höhe einer Figur iſt das perpendiculum, welches von deren Spitze auf die Baſin gezogen wird, nach dem Corollario II. Theorem. VIII. Tab. I. Fig. 47.

VIII. Sect. I. Part. II. Weil nun præſupponiret wird E A = C G. zu ſeyn, das iſt, die halbe Höhe des Triangul ſoll mit der Breite des Parallelogrammi gleich ſeyn; Hiernächſt der Winckel bey G. ein rechter Winckel iſt, wie nicht weniger der Winckel bey E. mithin der Winckel G = E. Uberdas ſind auch die anguli verticales o = x. ſo wird der △ C g h = △ E A h. ſeyn: Denn wenn in einem Triangul eine Seiten und zwey Winckel einander gleich, ſo ſind die gantzen Triangula einander gleich, nach dem Theoremate XXXV. Sectionis hujus II. Partis II. Per conſequens muß das □ E G D A = △ A C D. ſeyn: Denn wenn ich gleiches zu gleichen addire, ſo kommen gleich-groſſe Summen heraus. Q. e. d.

II. Geſetzt aber, es wäre ein Triangulum obliquangulum A C B. ſo reſolviret nur ſolches durch ein perpendiculum C D. in zwey Triangula rectangula, ſo giebt die Demonſtratio primi numeri doppelt, denn es iſt gewiß, der △ A E H. iſt = △ H G C. und der △ C G I iſt = △ B F I. Wenn man nun gleiches zu gleichen addiret, ſo kommt gleiche Summe heraus, das iſt, addiret man die △△ H G C. und C G I. zu A H I B ſo wird □ A B F E = △ A C B. Q. e. d. Tab. I. Fig. 48.

III. Geſetzt aber es wäre die gantze Höhe des Trianguli behalten und nur die halbe Baſis genommen worden, mit dieſen zweyen datis ein parallelogram zu machen, ſo würde dieß doch dem Triangul gleich ſeyn. Es wäre der Triangul A C B. die Helffte von der Baſi A B. wäre G K. ſo iſt aus der Demonſtratione numeri Tab. I. Fig. 49.

1. & 2. hujus Theorematis ſchon klar, daß das kleine parallelogramm GEDC. gleich ſey dem rechtwincklichten Triangul CDB. denn der Triangul CEO. iſt = △OGB. wenn man nun gleiches zu gleichen addiret, ſo kommen gleiche Summen heraus. Ergo: Wenn ich ſo viel, als an dem Triangul CDB. das Stücklein OGB. ausmacht, addire zu dem Stück CDGO = CDB minus OG.B. ſo muß CDGE = ſeyn CDB. Eben ſo klar iſt es auch, daß das andere parallelogram CDFK = ſey △ADC. denn das Stück CDKx. iſt in beyden einerley: Setzet man nun das Stück AKx. auf der Baſi daran, ſo entſtehet der Triangul ADC. Setzet man eben dieß Stück bey C. daran und nennet es CFx. ſo entſtehet das parallelogram CDFK. Ergo iſt □CDFK = △ADC. Addiret man nun die zwey Triangula CDB = □CDGE. und das △ADC = □CDFK. ſo entſtehet der groſſe Triangul ACB = □GEFK Q. e. d.

Theorema XLII.

Wenn Parallelogramma und Triangula einander ähnlich ſind, ſo ſind ihre Höhen mit denen Lateribus homologis proportional, und ihre Baſes werden von ſolchen Lateribus proportionaliter zerſchnitten.

Demonſtratio.

I. Es iſt nunmehro aus bißherigen Tabula II. ſchon bekannt, daß, weilen AE. und a e. Fig. I. auf CD. und c. d. perpendicular ſtehen, ſo ſey der Winckel E = e. Es iſt auch ex hypotheſi ſo wohl das parallelogram ABCD. ähnlich dem paral-

rallelogram abcd. als auch die zwey Triangul CAD. und cad. einander ähnlich ſind: Demnach wird auch der Winckel C = c. ſeyn, denn in denen ähnlichen Figuren ſind die anguli homologi, das iſt, die in einer Ordnung bey denen Figuren folgende Winckel, einander gleich, nach dem Theoremate XXVI. Sect. hujus II. Partis II. Demnach wird ſich AC. zu AE. verhalten, wie ſich ac. zu ae. verhält: Denn wenn in zweyen recht-wincklichten Triangeln ein ſpitziger Winckel in jeden, und zwar die anguli homologi einander gleich, ſo ſind alle drey Winckel einander gleich, mithin nicht nur die anguli homologi æquales, ſondern auch die Latera homologa proportionalia, nach dem Theoremate XXVI. Und nach eben dieſem Theor. XXVI. iſt auch AC. zu CD. wie ac. zu cd. in einerley Verhältnüß, und alſo auch AE. zu CD. wie ae. zu cd. in einerley Verhältnüß. Quod erat primum demonſtrandum.

II. Weilen aus der Demonſtratione primi numeri der Winckel E = e. und C = c. ſo wird ſich auch AC. zu CE. verhalten, wie ſich ac. zu ce. verhält, aus eben der demonſtratione primi numeri. Nun iſt aber auch AC : CD = ac : cd. ſecundum Theor. XXVI. demnach wird auch wechſels-weiß CE : cD = ce : cd. Per conſequens ED : CE = ed : ce. Quod erat alterum demonſtrandum.

Theorema XLIII.

Tab. II. Fig. 2. Num. 1. 2. Eine jede regulaire Figur ABCDE. wenn ſie Circulo inſcripta iſt, kan 1) aus dem Centro

tro F. in lauter Triangula æqualia und ſimilia zerſchnitten werden; Und wenn man 2) einen Triangul machet, deſſen Baſis ſo lang, als alle Latera der Figur ſind, die Höhe des Triangul aber gleich wird dem perpendiculo F g. welches man von einem kleinen Triangul hat herunter fallen laſſen, in welche kleine Triangul nemlich die gantze Figur iſt zergliedert worden, ſo wird ein ſolcher Triangul gleich ſeyn der Fläche der regulairen Viel-eckigten Figur.

Eben dieſes gilt auch 3.) in regulairen Figuren, wenn ſie Circulo circumſcriptæ ſind, auſſer, daß in dieſem Fall der Semediameter die Höhe des Trianguls ſelbſt wird, in welchen das Viel-Eck gleichen Innhalts ſoll verwandelt werden.

Demonſtratio.

1. Weilen die Figur iſt regulair, ſo ſind die Latera einander gleich, demnach iſt AB = BC = CD = DE und AF = BF = FC = FD = FE. nach der Definitione LXXXI. Sect. II. P. II. demnach ſind alle Triangula einander gleich AFB = BFC = CFD = DFE = EFA. Denn wenn in einem Triangul alle drey Seiten gleich ſind denen drey Seiten anderer Triangul, ſo ſind alle Triangula einander gleich, nach dem Theoremate XXVIII. Nun ſind in dieſen Triangulis alle latera nicht nur eines gegen dem andern homologicè, ſondern ein jedes gegen alle übrige latera gleich; demnach ſinds lauter Triangula æquilatera ſibi invicem æqualia & ſimilia. Quod erat primum demonſtrandum.

Tab. II. Fig. 2. Num. I.

II. Richtet alle dieſe per demonſtrationem Tab. II. æqualia Triangula A F B, B F C, C F D. &c. Fig. 2. auf einer geraden Linie hintereinander Num. 2. auf, welche in dem regulairen Viel-Eck nach ihren verticibus alle bey F. zuſammen ſich ſtecken und nach ihren Baſibus in den Circul eingeſchrieben ſtehen. Richtet aus A. eine Perpendicularem A F. auf, welche gleich ſey der Höhe F g. eines von dieſen Triangulis in numero 1. Figuræ, ſo wird A F B = A F B. ſeyn, denn beyde Triangula haben einerley Baſin und einerley Höhe, nach dem Theoremate XL. Coroll. I. demnach wird auch B f C = B F C und C f D = C F D und D f E = D F E und E f A = E F A ſeyn, denn ſie haben einerley Baſes und einerley Höhe. Per conſequens muß A f A = Polygono A B C D E. ſeyn: Denn wenn man alle dieſe Triangula æqualia in eine Summam addiret, ſo giebt der Triangul, der ſie alle in einer Summa beyſammen hat, eine gleich-groſſes Stück mit dem Polygono A B C D E. welches auch alle dieſe Triangula in ſich ſchlieſſet. Quod erat ſecundum demonſtrandum.

III. Daß es auch gelte in einer Figura Circulo circumſcripta, nach der Definitione XCIII. beweiſet ſich gar leicht alſo: Die Linea f x. iſt das perpendiculum, welches von der Spitze F. des Trianguli a F b. herunter auf die Baſin a b. gezogen wird, und iſt alſo die wahre Höhe dieſes Trianguls, nach dem Coroll. II. Theorem. VIII. Nun aber iſt dieſe wahre Höhe f x. zugleich auch der Semidiameter des Circuls, welcher das Viel-Eck ad

La-

Latera berühret, nach der Definitione XCIII. demnach iſt der Semidiameter fx. zugleich die Höhe fx. nach welcher dann procediret wird ſecundum numerum 1. & 2. hujus demonſtrationis, wenn NB. eine regulaire Figur Circulo circumſcripta iſt. Quod erat tertium demonſtrandum.

Theorema XLIV.

Die Circul-Flächen verhalten ſich gegen einander, wie ſich die Quadrata ihrer Diametrorum gegen einander verhalten.

Demonſtratio.

Beſchreibet zwey Circul A. und B. und Tab. II. machet Quadrata Circulis circumſcripta, Fig. 3. ſo werden beyde, und wenn ihrer auch N. 1. 2. noch mehr wären, auf einerley Art determiniret werden, mithin ſind es Figuren, die einander ſo ähnlich, daß man ſie nicht von einander unterſcheiden kan, auſſer wenn ſie gegenwärtig gegen einander gehalten werden. Demnach werden auch die Quadrata Circulis ſuis circumſcripta eben die Rationem zu ihren Circulis haben; Und eben darum werden ſich auch die Circul gegen einander verhalten, wie die Quadrata ihrer Diametrorum. Q. e. d.

Scholion.

Man probire es nur in einem Exempel: Es ſey der Circulus A. an ſeinem Diameter lang 18. 4 (1. nehmet noch einen Circul B. der der vierdte Theil nur gegen den Circul A wäre, deſſen Diameter wäre 9, 2 (1. Wenn ihr nun aus dem groſſen Diameter xo, ein Quadrat machet a b c d. ſo wäre deſſen □ Innhalt 338, 56 (2 □. Ma-

chet auch aus dem kleinern Diameter y x. der groß iſt 9, 2 (1 ein Quadrat m. n. o. p. dieß wird groß ſeyn 84. 64 (2 △. Dieſe beyde Quadrata ſtehen nun in Ratione quadrupla: Denn wenn das gröſſere □ durch das kleinere □ dividiret wird, ſo erhellet, daß das groſſe Quadrat das kleine 4-mal in ſich begreifft. Nun nehmet die beyde Circul, und rechnet ſolche aus, ſo wird der Innhalt des gröſſern ſeyn 265, 7681 (4 □ an Quadrat-Maaſſen, des kleinern Circuls Quadrat-Innhalt aber wird ſeyn 66, 4424 (4 □. Beyde dieſe Circul-Flächen ſind nun auch in ratione quadrupla gegen einander, denn wenn die gröſſere Circul-Fläche durch die kleinere dividiret wird, ſo giebt der Quotient 4.

Demnach verhalten ſich die Circul-Flächen gegen einander, wie ſich ihre Diametri gegen einander verhalten: „Demnach, wenn mir unterſchiedliche Circul unter die Hände „kommen, deren Verhältniß ich ſagen ſoll, ſo nehme ich nur „die Quadrata Diametrorum und dividire ſolche durch ein„ander; der Quot zeigt mir an, in welcher Verhältniß dieſe „Quadrata ſeyn, und in eben ſolcher Verhältniß ſind auch die „Circul.

Scholion II.

Man ſtoſſe ſich hier nicht: Ein anders iſt aus einem Circul ein Quadrat gleiches Innhalts zu machen, wie bald ſoll aufs nächſte gewieſen werden; Ein anders iſt aus eines jeden Circuls ſeinem Diametro ein Quadrat machen, welches in gewiſſer Verhältniß der Gröſſe gegen der Gröſſe der Circul-Fläche betrachtet wird; von dem letzteren iſt hier die Rede.

Scholion III.

Wie eine Circul-Fläche ausgerechnet werden ſoll, davon in dem Scholio I. geredet worden, dieß wird auch bald beſchrieben kommen.

Corollarium.

Hieraus iſt auch folgbar, daß ein Quadrat abcd. auſſen um einen Circul herum beſchrieben, noch einmahl ſo groß ſey, als ein Quadrat efgh. in den Circul geſchrieben. Tab. II. Fig. 4.

Theo-

Theorema XLV.

Die Circul-Fläche iſt gleich einer Trianguls-Fläche, wenn des Trianguls Baſis gleich iſt der peripherie des Circuls, und des Circuls radius gleich iſt der Höhe des Trianguls.

Demonſtratio.

Man bilde ſich ein, es wäre die Peripheria eines Circuls in undencklich-kleine Theile zertheilet, die alle einander gleich wären; die dahero entſtehende undencklich-kleine Bögen a b würden, wenn man ihre Chordas a b. ziehen, und alſo die Triangula infinite minima innumera a c b. machen ſolte, nach ihrer Krümme von denen Chordis um nichts differiren. Bildet euch nun ferner ein, es würden aus dem Centro auf alle die unzehlige, allerkleineſte arcus, in welche die Circul-Linie eingetheilet zu ſeyn præſupponiret wird, lauter radii c a. c b. c d. c e. &c. gezogen, ſo wird der Winckel a c b. gantz undencklich klein ſeyn, mithin wird der arcus a b. von einer geraden Linie nichts differiren, und die Winckel e. und b. werden ſchlechten Unterſcheid von einem rechten Winckel haben. Per conſequens, wenn a b. wird vor die Baſin angenommen, ſo wird der radius a c, die Höhe des Trianguls a c b. abgeben. Da nun die gantze Fläche des Circuls in lauter ſolche unzehlige allerkleineſte Triangula, derer aller ihre Höhe, der radius und die Baſis, ein gleiches Stücklein wie a c. iſt, zergliedert zu ſeyn præſupponiret wird; Alle Baſes aber zuſammen genom-

Tab. II. Fig. 5.

nommen die peripherie ausmachen, wie demonſtriret worden. So iſt die Circul-Fläche gleich einer drey-eckichten Fläche, deren Baſis der peripherie des Circuls, und die Höhe dem radio Circuli gleich iſt. Q. e. d.

Corollarium I.

Demnach ſind die Circuli, in ratione compoſita peripheriarum & radiornm, das iſt, die Peripheriæ zwey, dreyer Circul verhalten ſich gegen einander, wie ſich die Diametri dererſelben Circul verhalten. Indeme nun ſich eine peripheria circuli zu ſeinem Diameter verhält, wie ſich die andere peripherie eines andern Circuls zu ihrem Diametro verhält, ſo iſt das Verhältnüß immer einerley bey aller Circulorum ihren peripherien, zu ihren Diametris.

Corollarium II.

Aus der Demonſtration ſelbſt flieſſet gar deutlich, daß, gleichwie der gantze Circul gleich iſt einem Triangul, deſſen Baſis die ausgeſtreckte peripherie, und deſſen Höhe der Semidiameter wäre; Alſo ſey auch ein Sector Circuli gleich einem Triangul, deſſen Baſis das ausgeſtreckte Bogen-Stück und die Höhe der Radius wiederum wäre.

Corollarium III.

Wenn man demnach Sectores auszurechnen bekommet, ſo darff man nur den arcum des Circuls zu einer geraden Linie machen und ihn hernach als einen Triangul tractiren, wie bald gewieſen werden wird.

Scholion.

Sectione I. Partis hujus II. Problemate LIV. iſt, was die bloſſe Circul-Linie belanget, die Sache gantz deutlich ſchon erkläret worden.

Theorema XLVI.

Wenn man an einem recht-wincklichten Triangul ABC. auf der hypothenuſa AC. ein Quadrat aufrichtet, ſo iſt ſolches gleich denen beyden Quadratis, welche auf dem

dem catheto und der Baſi aufgerichtet werden.

Demonſtratio.

I. Es wird dieſes auf unterſchiedliche Art angeſtellet. Mit Zahlen arithmeticè beweiſet man es alſo: Machet einen recht-winck- Tab. II. lichten Triangul, deſſen Baſis A B. 3. Fig. 6. Schuh, der Cathetus C B. 4. Schuh und mithin die hypothenuſa von ſelbſten 5. Schuh ſeyn wird. Richtet auf allen drey lateribus Quadrata mit allen kleineren darinnen zuſammen gezogenen Quadratulis auf, ſo wird das Quadratum auf der hypothenuſa juſt ſo viel kleine Quadratula in ſich begreiffen, als die beyden andern Quadrata auf der Baſi und catheto zuſammen haben werden: Denn in dem Quadrato Baſios ſind 9. Quadratula, weil 3 mal 3. neun ausmachet: In dem Quadrato catheti ſtehen 16. kleine Quadrata, denn 4 mal 4. iſt 16. Dieſe 16 und 9 Quadratula addiret, machen 25. Eben ſo viel ſtehen in dem Quadrato hypothenuſæ, denn 5 mal 5 iſt 25.

II. Wolffius, Sturmius und alle andere, demonſtriren dieſes fürtreffliche Theorema auf eine andere mühſamere Geometriſche Weiſe, wie in ihren Büchern weitläufftig zu leſen, und welches ich übergehe, weil der Jugend eine leichtere Art der Demonſtration, der Kürtze halber, geben will, welche folgende iſt:

III. Richtet einen recht-wincklichten Trian- Tab. II. gul auf A B C. machet A B = C B. das Fig. 7. iſt, laſſet die Baſin und cathetum einerley

Gröſſe behalten; Richtet auf dem Catheto C B. das Quadratum C d e B. und auf der Baſi A B. Das Quadratum A B f g. auf, ſo ſind beyde Quadrata einander gleich: Denn welche Figuren gleiche Winckel und gleich-groſſe latera haben, die ſind einander gleich. Nunmehro richtet auf der Hypothenuſa A C. das dritte Quadrat, aber alſo auf, daß es zugleich durch die zwey andern Quadrata durchgehe, A f e C. So werden beyde Quadrata A c d e. und A g f B. durch und durch diagonaliter in zwey gleiche Theile zerſchnitten werden, nach dem Theoremate XXXVIII. Sect. II. Partis II. Ferner wird der Triangul c d e. ein gleich-ſchencklichter Triangul ſeyn: Denn wenn an einem Triangul die zwey Winckel auf der Baſi y. und u. einander gleich, ſo iſt ſolcher ein gleich-ſchencklichter, nach dem Theoremate XXXVI. Sect. II. Part. II. Nun aber ſind die Winckel y. und u. jeder 45.° denn die Diagonalis c e. theilet die rechten Winckel in dem Quadrat c B d e. in zwey gleiche Theile, und alſo in ſemi-rectos: Ergo iſt der △ c d e. ein gleich-ſchencklichter. Ferner iſt der gleich-ſchencklichte Triangul c d e ═ △ C B e ═ △ e B f. ═ △ f B A ═ △ f g A. ═ △ primo rectangulo A B C. Denn wenn in zweyen und mehrern Triangulis, eine Seiten und zwey darauf ſtehende Winckel einander gleich ſind, wie hier in dem Triangul C d e, das Latus c d. und der Winckel y. und u. gleich ſind mit allen lateribus und angulis homologis derer übrigen Triangul; So ſind alle Triangula einander gleich.

Dem-

Demnach ſind auch die Triangula A B C † C B E † e B f † f B A = Triangulis illis c d e † C B e † f B A † f g A. Denn wenn man gleiches zu gleichen addiret, ſo geben die Summen auch Gleiches. Demnach iſt das Quadratum hypothenuſæ A C e f = Quadrato catheti C B e d. † □ Baſis A g. Q. e. d.

Scholion.

Pythagoras hat die Ehre der Erfindung dieſer Wahrheit, dahero wird es auch der *Pythagori*ſche *Triangul* genennet. *Pythagoras* ſelbſt ſoll ſich ſo hoch darüber erfreuet haben, daß er denen Göttern ein Hecatomben, das iſt, ein Opffer von 100. Ochſen geopffert haben ſoll, dahero hat es auch den Nahmen, daß es genennet wird *Inventum centum Boum mactatione dignum*. Wiewol *Proclus* in Commentario ad Euclidem meynet, nur einen Ochſen dafür geopffert und es vor 100. Ochſen werth geachtet zu haben. *Porphyrius* in vita Pythagoræ meynet, diejenigen, welche die Hiſtorie am beſten wüſten, ſageten ſelbſten, er habe nur einen Ochſen von Mehl auf den Altar zur Danckbarkeit gebracht. Wieder andere halten dafür, ſeine Auditores hätten die Hoheit dieſer Erfindung nur dadurch heraus ſtreichen wollen, wenn ſie es ein Inventum centum Boum mactatione dignum genennet haben. Es mag ſeyn wie ihm will, ſo bleibt es doch darbey, daß dieß Theorema unausſprechlichen Nutzen in der Matheſi gebe, ſo daß man es nicht unbillig auch den Magiſtrum Matheſeos nennet.

Corollarium.

Wenn man ein, zwey oder mehrere Quadrata unterſchiedlicher Gröſſe hat, die alle in ein groß Quadrat aufgerichtet werden ſollen, oder man hat ein Quadrat, und dieß ſoll 4. 5. und mehrmal gröſſer werden, ſo gehet dieß nach dieſem Theoremate Pythagorico geſchwind und accurat an: Man nimmt nur derer zwey addendorum Quadratorum A. B. ihre latera a b. und e f. Vid. Tab. II. Fig. 8. Num. 1. 2. 3. 4. richtet ſolche ad angulos rectos auf und verlängert die Linien, ziehet alsdann die hypothenuſam von a. auf f. ſo iſt dieſe das Latus

zu einem Quadrat, welches juſt ſo groß ſeyn wird, als die zwey Quadrata A. & B. und welches wir C. nennen wollen. Hätte man noch mehrere zu addiren, ſo verfähret man eben wieder alſo, wie dieß bald ausführlicher wird durchgegangen werden.

Theorema XLVII.

Tab. II. Fig. 9. Num. 1. 2.

Wenn zwey Parallelogramma ABDC. und BEFD. einerley Höhe AC. haben, ſo verhalten ſie ſich gegen einander, wie ihre Baſes CD. und DF. Und wenn zwey Parallelogramma einerley Baſes haben, ſo verhalten ſie ſich gegen einander wie ihre Höhen.

Demonſtratio.

I. Den ſuperficiell-Innhalt des Parallelogrammi ABCD. erfähret man, wenn die Baſis CD. durch die Höhe AC. multipliciret wird, wie bald ſoll in folgenden gezeiget werden. Eben ſo erfährt man auch den Innhalt des parallelogrammi BEFD. wenn die Baſis DF. durch die Höhe EF = AC. ex hypotheſi multipliciret wird. Hierauf folget nun, daß ſich die beyden Rectangula gegen einander verhalten, wie ſich verhalten die producta aus AC. und CD. gegen AC. und DF. Quod erat primum.

II. Auf eben ſolche Art wird erwieſen, daß, wenn die Baſis einerley, und die Höhe dererſelben divers, die Rectangula ſich gegen einander verhalten, wie ihre Höhen ſich verhalten. Quod erat alterum.

Co-

Corollarium.

Weil jedes Parallelogrammum zwey Triangul in ſich begreifft, die da entſtehen, wenn die diagonalis gezogen wird, ſo folget hieraus, daß auch die Triangul von gleicher Höhe ſich verhalten wie ihre Grund-Linien, und die Triangul von gleicher Grund Linie ſich wie ihre Höhen verhalten, wie Tab. II. Fig. 10. Num. 1. 2. vier Triangul ſtehen: Zwey davon abc. und def. haben einerley Baſin und ungleiche Höhe; Zwey andere ghi. und klm. haben einerley Höhe und ungleiche Baſes.

CAPUT III.

Von Aufreiſſung derer Figuren auf dem Papier.

Problema LXXVI.

Auf einer gegebenen Linie ab. ein Triangulum æquilaterum aufzurichten.

Reſolutio.

I. Meſſet die gegebene Linie ab. mit dem Hand-Circul, und ſtechet deren Gröſſe auf dem Platz ab, wo der Triangul ſoll aufgerichtet werden; Hier in cd. Tab. II. Fig. 11.

II. Setzet den Hand-Circul erſtlich in c. und ziehet oben einen Bogen, ſetzet den Circul hernach in d. und ziehet den andern ſich creutzweiß-ſchneidenden Bogen in e.

III. Ziehet ec. und ed. zuſammen, ſo wird ced. ein gleich-ſeitiger Triangul ſeyn.

Problema LXXVII.

Aus zwey gegebenen Linien ein Triangulum æquicrurum zu machen.

Re-

Reſolutio.

I. Es ſeyen die zwey Lineæ datæ x y. und t u. die kürtzere von beyden ſoll die zwey crura, die längere aber die Baſin abgeben. Tab. II. Fig. 12.

II. Traget die längere t u. in einem Platz auf, und nehmet mit dem Hand-Circul die Gröſſe der kürtzern gegebenen x y. und ſchneidet damit aus t. und u. oben in x. ſich ſchneidende Bögen.

III. Ziehet x t. und x u. zuſammen, ſo iſt t x u. ein Triangulum æquicrurum.

Problema LXXVIII.

Aus drey gegebenen Linien einen ungleichſeitigen Triangul zu machen.

Reſolutio.

I. Es ſeyen die drey gegebene Linien a b. c d. e f. Vid. Tab. II. Fig. 13. Nehmet daraus diejenige, welche die Baſis werden ſoll, ex. gr. e f. und traget ſie an einen beſondern Platz, g h.

II. Nehmet mit dem Hand-Circul die andere Linie c d. ſetzet in h. ein und ziehet bey i. einen Bogen. Nehmet mit dem Hand-Circul die dritte Linie a b. ſetzet in g. ein und ziehet bey i. den andern creutzweiß ſich ſchneidenden Bogen.

III. Ziehet i g. und i h. zuſammen, ſo iſt das Triangulum ſcalenum g i h. aufgerichtet.

Problema LXXIX.

Einen recht-wincklichten Triangul zu machen.

Reſolutio.

I. Wenn alle drey Linien, daraus ein recht-wincklichter Triangul ſoll gemacht werden, ge-

gegeben worden: So traget die Baſin ab. auf einen Platz; nehmet mit dem Hand-Circul den cathetum cd. ſetzet in a. ein, und ziehet oben bey c. einen Bogen. Hernach nehmet mit dem Hand-Circul die hypothenuſam ef. ſetzet in b. ein, und ziehet bey c. den andern Bogen, ſo wird cab. wenn die Linien ausgezogen werden, den recht-wincklichten Triangul geben.

II. **Wenn aber nur zwey Linien gegeben, und zwar mit der Condition, daß beyde den rechten Winckel ſchlieſſen ſollen;** ſo machet es alſo: Tab. II. Fig. 14.

Nehmet die eine gegebene Linie ab. zur Baſi an; Richtet aus a. ein perpendiculum arbitrariæ Longitudinis auf, nach dem Problemate IX. Sectionis I. Part. II. traget alsdann darein die andere gegebene Linie cd. aus a. in c. ziehet cb. zuſammen, ſo iſt der recht-wincklichte Triangul cab. fertig.

III. **Wenn nur zwey Linien gegeben, deren die gröſte die** hypothenuſam, **die kleinere die** Baſin **abgeben ſoll:** So richtet die kleinere ab. zur Baſi auf, Vid. Tab. II. Fig. 14. und laſſet aus a. ein blindes perpendiculum ziehen, nehmet die gegebene hypothenuſam, und ſetzet mit deren Weite den Circul in b. und ziehet oben bey c. allwo ſie die perpendicularem durchſchneiden wird, einen Bogen, ſo iſt ac. der cathetus gefunden, und cab. das recht-wincklichte Drey-Eck, kan ausgezogen werden.

IV. **Wenn zwey Linien gegeben, deren eine die** hypothenuſa, **die andere der** cathetus **ſeyn ſoll:** So machet einen recht-wincklichten Tri-

an-

angul alſo daraus: Nehmet die Lineam a b. Vid. Tab. II. Fig. 15. welche die hypothenuſam geben ſoll, und ziehet auf derſelben Mitte einen halben Circul: Traget mit dem Hand-Circul die Weite der andern Linie c d. die der cathetus ſeyn ſoll, aus a. in den halben Circul in c. Ziehet a c. und c b. zuſammen, so wird der recht-wincklichte Triangul fertig ſeyn, daran c b. die Baſis, c a. der cathetus, und a b. die hypothenuſa.

V. **Wenn bloß allein die hypothenuſa gegeben wäre, zu ſolcher den cathet und die Baſin zu finden:** So nehmet die hypothenuſam a b. richtet aus deren Mitte einen halben Circul auf, theilet ſolchen in c. in zwey gleiche Theile, und ziehet a c. und c b. zuſammen, ſo iſt der recht-wincklichte Triangul fertig; Und iſt bey dieſem das nachdencklichſte, daß er nicht nur ein recht-wincklichter, ſondern auch ein gleich-ſchencklichter, und zur Demonſtration des Theorematis Pythagorici, nach meiner gewieſenen Art zu demonſtriren, der geſchickteſte Triangul ſey. Tab. II. Fig. 16.

Scholion.

Es kan nachgeleſen werden das Problema XI. & XII. Sect. I. Part. hujus ſecundæ.

Problema LXXX.

Aus einem gegebenen Winckel und zwey gegebenen Linien einen Triangul aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Der gegebene Winckel wäre x. die zwey Linien, a b. und c d. Vid. Tab. III. Fig. 1. Nehmet die eine Linie c d. und traget ſolche auf einen Platz in e f.

II. Richtet aus f. den Winckel y = x. auf, nach dem Problemate XLIV. Sect. I. Part. II. oder ziehet nur geſchwind aus x. den Bogen m n. und aus y. den Bogen m. n. mit einerley Circul-Oeffnung, und traget m n. aus x. in y.

III. Ziehet durch f. und m. eine blinde Linie, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite der andern gegebenen Linie a b. Setzet den einen Circul-Fuß in e. und ſchneidet damit einen Bogen durch die blind-gezogene Linie f o. ſo wird f. r. e. der Triangul ſeyn, der die zwey gegebene Linien und den verlangten Winckel in ſich hat.

Problema LXXXI.

Aus einer gegebenen Linie und zwey verlangten Winckeln einen Triangul zu machen.

Reſolutio.

I. Linea data ſey a b. die beyden verlangten Winckel o & x: Vid. Tab. III. Fig. 2.

II. Traget a b. wohin ihr wollet, oder ſollet, und richtet aus a. den Winckel o. und aus b. den Winckel x. nach dem vorhergehenden Problemate, auf.

III. Ziehet auf beyden Seiten, nach der Anzeige der Winckel, blinde Linien fort, ſo werden ſich ſolche durchſchneiden in c, und der Triangul a c b. wird die Lineam datam und die zwey verlangte Winckel in ſich haben.

Problema LXXXII.

Zu einem gegebenen Triangul einen andern zu machen, der dem gegebenen gantz gleich ſey.

Reſolutio.

I. Es ſey das gegebene Triangulum a b c. Tab. III. nehmet deſſen Baſin a b. und traget ſie Fig. 3. dahin, wo ihr wollet oder ſollet, ex. gr. Num. 1. 2. in d e.

II. Nehmet nunmehro das eine crus Trianguli b c. und ziehet aus e. einen Bogen bey f.

III. Nehmet auch das andere crus a c. und ziehet aus d. den zweyten bey f. creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen, ſo wird d. e. f. zuſammen gezogen einen Triangul geben, der gleich iſt dem gegebenen Triangul a b c.

Problema LXXXIII.

Aus einer gegebenen Linie ein Quadrat zu machen.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 4. I. Die Linea data ſey a b. traget ſolche in c d. als den Platz, woſelbſt das Quadrat ſtehen ſoll.

II. Richtet an einem Ende derſelben eine blinde perpendicularem auf, nach dem Problemate IX. und XI. Sect. I. Part. II. und traget die gegebene Seiten a b. aus d. hinauf in e.

III. Stellet alsdann den Circul mit der Weite a b. in e. und ziehet bey f. einen Bogen, und alsdann reiſſet aus c. den andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen, ſo kan das Quadrat e d e f. zuſammen gezogen werden.

Problema LXXXIV.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls ein Quadrat aufzurichten.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie a b. und traget ſolche auf die Lineam planorum in eine willkührliche Zahl, ex. gr. von 20. auf 20. Tab. III. Fig. 5.

II. Laſſet den Proportional-Circul in dieſer Oeffnung, und nehmet die Weite von 40. zu 40. auf der Linea planorum, nemlich noch einmal ſo viel.

III. Mit dieſer Weite ſetzet in das gegebene Latus a b. welches in den Platz c d. getragen worden, den Circul ein, und ziehet oben bey e. einen Bogen zur diagonal-Linie des Quadrats.

IV. Hierauf nehmet mit einem Hand-Circul die Weite der gegebenen Linie wiederum, und ſetzet in c. ein, ziehet den andern in e. ſich creutz-weiß ſchneidenden Bogen.

V. Dann ziehet aus e. und d. creutz-weiß in f. ſich ſchneidende Bögen, ſo kan das Quadrat d f e c. gezogen werden.

Scholion.

Der Grund ſtecket in dem Theoremate Pythagorico: Denn die Diagonalis iſt ein Latus zu einem Qradrat, das doppelt ſo groß iſt; dahero ſtelle ich das latus meines Quadrats in 20. und nehme zur diagonal-Linie 40. Und dieſe Art iſt ſehr leicht und anmuthig, alle Quadrate accurat aufzureiſſen.

Problema LXXXV.

Aus zwey gegebenen Linien ungleicher Gröſſe ein Parallelogrammum zu machen.

Reſoluio.

I. Nehmet die eine gegebene Linie ab. zur Tab. III. Baſi an, und richtet, nach dem Problemate Fig. 6. IX. & XI. Sect. I. Part. II. an einem Ende deren eine perpendiculum auf.

II. Traget in ſolche die andere gegebene Linie ac. und ziehet aus b. einen Bogen d. mit der Weite ac.

III. Nehmet die Weite ab. und ziehet aus c. den andern in d. creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen, ſo kan das Parallelogrammum abdc. gezogen werden.

Problema LXXXVI.

Mit einer gegebenen Linie nach einem gegebenen Winckel einen Rhombum zu machen.

Reſolutio.

I. Die gegebene Linie ab. traget an den Platz, wo der Rhombus ſtehen ſoll, in cd. Vid. Tab. III. Fig. 7.

II. Den gegebenen Winckel x. traget auf in c. nach dem Problemate XLIV. Sect. I. Part. II. oder nach dem Problemate LXXX. Sect. hujus II. Part. II. damit o = x. werde.

III. Traget die gegebene Linie ab. aus c. auch in e. nach dem formirten Winckel, und ziehet mit eben dieſer Circul-Weite aus d. und e. creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen in f. ſo kan durch cdef. der Rhombus gezogen werden.

Problema LXXXVII.

Aus zwey gegebenen Linien ab. und cd. nach einem verlangten Winckel einen Rhomboidem aufzurichten.

Reſo-

Reſolutio.

I. Nehmet die eine gegebene Linie a b. zur Baſi an, und richtet aus a. den Winckel x. auf, nach Art des vorhergehenden Problematis. Tab. III. Fig. 7.

II. Traget darein die andere gegebene Linie a c. in e. und mit eben der Circul-Weite ziehet aus b. den Bogen d.

III. Nun nehmet die Weite der gegebenen Linie a b. und ſetzet den einen Fuß in e. und ziehet damit den andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen in d. ſo kan der Rhomboides a b e d. gezogen werden.

Problema LXXXVIII.

Ein Trapezium zu machen.

Reſolutio.

I. Es müſſen allezeit 4. Linien und ein Winckel gegeben werden: Zuweilen müſſen auch mehrere Winckel bekannt gemacht werden, nachdeme zwey Seiten ſo oder ſo parallel lauffen ſollen: Demnach ſeyn die 4. Linien a b, c d, e f, g h, und der Winckel ſey u. Vid. Tab. III. Fig. 9.

II. Machet es demnach wie in Problemate præcedente mit dem Rhomboide: Nehmet a b. zur Baſi an, traget aus a. den Winckel u = u. ein und ziehet eine blinde Linie.

III. Meſſet die dritte Linie e f. und traget ſie aus a. in c.

IV. Nehmet die Weite der andern Linie c d. und ziehet damit aus c. einen Bogen in d.

V. Endlich mit der Weite der vierdten Linie g h. ziehet aus b. den andern ſich creutz-weiß in d.

ſchneidenden Bogen, ſo kan das Trapezium a b d c. gezogen werden.

Problema LXXXIX.

Einen Circul in 3. 6. 12. 24. 2c. gleiche Theile zu theilen, das iſt, ein 3-Eck, 6-Eck, 12. 24-Eck 2c. von gleichen Ecken zu machen.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 10. Fig. 11. I. Der Semidiameter giebt allemal die Seite eines Sechs-Ecks: Demnach giebt ſich ein Drey-Eck, wenn man ſolchen Semidiameter nimmt, und trägt ihn aus d. in b. und c. und ziehet aus a. auf b. und c. und von b. auf c. Linien.

Fig. 12. II. Halbiret man das Latus des Sechs-Ecks, als den radium, ſo bekommt man ein 12-Eck; halbiret man es noch einmal, ſo giebt der 4te Theil des Semidiametri ein 24-Eck.

Problema XC.

Einen Circul in 7. 14. 21. 2c. Theile zu theilen, das iſt, ein Sieben-Eck, 14-Eck, 2c. zu machen.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 13. I. Reiſſet in dem gegebenen Circul einen Semidiameter h i. bey der Gegend anfangend, wo die Spitze einer Seiten ſtehen ſoll in i.

II. Setzet den Hand-Circul in i. und traget dieſe Weite des Semidiameters auf beyde Seiten bey o. und p.

III. Ziehet o p. zuſammen, ſo giebt m o. oder m p. das Latus, welches ſiebenmal wird in dem Circul herum gehen.

IV. Hal-

IV. Halbiret man ein ſolches Latus, ſo kommt ein 14-Eck; nimbt man $\frac{1}{3}$ des lateris, ſo entſtehet ein 21-Eck.

Problema XCI.

Einen Circul in 4. Theile zu theilen, das iſt, ein 4-Eck zu machen.

Reſolutio.

I. Ziehet einen Diametrum durch den Circul und richtet auf ſolchen einen andern Diametrum perpendiculariter auf. Tab. III. Fig. 14.

II. Hänget die 4. Puncta, a b c d. mit Linien zuſammen, ſo iſt das 4-Eck gezogen, aus welchen man ein 8-Eck machen kan, wenn ein Latus halbiret wird, und ſo weiter.

Problema XCII.

Einen Circul in 5. 10. 15. 20. Theile zu theilen, das iſt, ein Fünff-Zehen-rc. Eck zu machen.

Reſolutio.

I. Ziehet in dem gegebenen Circul a b c d. zwey perpendiculariter auf einander ſtehende Diametros a c. und b d. Vid. Tab. III Fig. 15.

II. Nehmet einen Semidiametrum derſelben a x. und theilet ihn in 2. gleiche Theile in i.

III. Setzet den einen Fuß eines Circuls in i. und öffnet ihn bis in b. und ziehet den Bogen b e.

IV. Nehmet die Diſtanz b e. und richtet damit ein Fünff-Eck auf.

V. Halbiret man ein Latus, ſo bekommt man ein 10-Eck und ſo weiter.

Scholion I.

Man hat auch unterſchiedene Mechaniſche Arten, in einen gegebenen Circul allerhand regulaire Viel-Ecke zu tragen, bey welchen ich mich weiter nicht aufhalten will: Denn dieſe Mechanismi ſind alle alſo beſchaffen, daß man zuletzt mit Auf- und Zuthun des Hand-Circuls allemal annoch nachhelffen muß. Dieſe Manier iſt wegen anderer Nutzbarkeiten zu mercken, daß, wenn man ein regulaires Viel-Eck in dem Circul auffſetzen will, ſo dividiret man durch die Anzahl des Viel-Ecks die Zahl 360. ſo bekommt man die Gröſſe des Center-Winckels einer Seite. Wenn man dieſen an das Centrum des gegebenen Circuls träget, ſo ergiebt ſich die erſte Seite, die man alsdann nur in dem Circul herum tragen darff.

Exempli gratia,

Tab. III. Fig. 16. Ich ſolte in einen Circul ein Fünff-Eck bringen, ſo dividire 360. durch 5. giebt der Quotient 72. zum Center-Winckel a c b. und a b. iſt das Latus eines Fünff-Ecks.

Fig. 17. Item, ich ſolte ein 9-Eck daraus machen, ſo dividiret 360. durch 9. giebt der Quotient 40. zum Center-Winckel d e f. und d f. iſt das Latus eines Neun-Ecks: Und ſo mit allen Polygonis.

Scholion II.

Will man in einem jeden Viel-Eck die Summam aller Winckel wiſſen, ſo multipliciret 180. durch die Zahl der Seiten; von dem product ſubtrahiret 360. der Reſt giebt die Summam derer Winckel. Die Urſach iſt klahr: Ein jedes Polygonum, ex. gr. ein Fünff-Eck, kan in 5. gleiche Triangula vom Centro aus zerſchnitten werden: Ein jedes Triangulum hält 180. Grad per demonſtrata: Wenn ich nun 180. durch 5. multiplicire, ſo bekomme ich den Innhalt der 5 Triangulorum. Subtrahire ich nun 360. Grad davon, als in welche ein jeder Circul getheilet wird, und ſo viel die 5. Winckel der fünff Triangul, die im Centro Polygoni zuſammen treffen, ausmachen, ſo bleibt nothwendig im Reſt die Summa aller Winckel an denen Seiten des Fünffs-Ecks. Und ſo mit allen Polygonis.

Corol-

Collarium.

Demnach darff ich nur allemal 180. durch 2. weniger, als das Polygonum Eck hat, multipliciren, ſo bekomme ich die Summam der Winckel alſobald, ohne daß ich erſt 360. ſubtrahiren müſte. Die Urſach iſt abermal klahr: Denn 360. machen ſo viel als 2. Triangula aus, deren jedes 180° hält; Wenn ich nun alle Center-Winckel eines Polygoni ſoll hinweg thun, und dieſe zuſammen machen 360. welche ſo viel ſind als 2-mal 180. oder 2. Triangula des Polygoni, ſo laſſe ich nur gleich 2. Ecke hinweg und multiplicire ex. gr. 180. wenn es ein Fünff-Eck iſt, mit 3. ſtatt daß ich 5. nehmen ſolte, ſo kommt die Summa der Winckel 540. heraus, welches eben auch heraus käme, wenn 180. mit 5. multipliciret und von dem producto 360. ſubtrahiret worden wäre.

Problema XCIII.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls augenblicklich einen jeden gegebenen Circul in ſo viel gleiche Theile zu theilen, und alſo ſo vielerley Viel-Eck daraus zu machen, als begehret wird.

Reſolutio.

I. Nehmet eines jeden gegebenen Circuls ſeinen Semidiametrum und traget ſolchen durch einen Hand-Circul in die Lineam polygonorum von 6. zu 6. und laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung.

II. Soll nun der Circul in 3. gleiche Theile gehen, ſo nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 3. zu 3. auf der Linea polygonorum, und traget ſie in den Circul, ſo könnet ihr ein Drey-Eck zuſammen ziehen.

III. Soll ein 4-Eck, 5-Eck, 7-Eck, ꝛc. aus dem Circul werden, ſo nehmet nur mit einem Hand-Circ-

cul die Weite von 4. zu 4. von 5. zu 5. von 7. zu 7. ꝛc. und traget ſie in dem Circul herum, ſo ſind die Polygona augenblicklich gemacht.

IV. Weil die Linea polygonorum meiſtentheils nur auf 12. gehet, ſo halbiret man allezeit nur ein Latus, wenn man Polygona von noch einmal ſo viel Ecken haben will.

Scholion I.

Man kan auch noch auf der Linea Chordarum die gegebenen Circul in allerley Polygona bringen, wenn man nach dem Scholio I. Problematis XCII. die Center-Winckel eines zukünfftigen Polygoni weiß, ex. gr. ein Fünff-Eck hat 72° ein 9-Eck 40. Grad: So nimmt man nur erſtlich den Semidiametrum Circuli dati, und trägt ſolchen von 60. auf 60. in die Lineam Chordarum. Hernach nimmt man mit unverruckten Proportional-Circul die Weite von 72. zu 72. ſo läſſet ſich dieſe fünff-mal in dem gegebenen Circul herum tragen, oder, nehmet die Weite von 40. zu 40. ſo gehet dieſe 9-mal in dem Circul herum, mithin, wenn man aller anderer Polygonorum ihre Center-Winckel weiß, ſo findet man alſo alle Augenblick auch auf der Linea Chordarum die latera darzu, als die Chordas. Dahero ſind auch in mannichen Proportional-Circulis die Lineæ Chordarum alſo eingerichtet, daß auf der Zahl 60. ein VI. ſtehet, auf der Zahl 72. ein V. auf der Zahl 90. ein IV. &c. anzuzeigen, daß dieß die Center-Winckel vom Vier-Eck, Fünff-Eck, Sechs-Eck ꝛc. ſeyn.

Scholion II.

In denen gröſſern Proportional-Circuln, da die Linea Subtenſarum, Angulorum, Polygonorum, ſtehet, machet man es ſo: Ziehet durch den gegebenen Circul einen Diameter a b. traget den Semidiameter x a. auf die Lineam ſubtenſarum von 3. auf 3. nehmet unverrückt die Weite von 5. zu 5. traget ſolche von b. auf d. ſo iſt d a. das Latus eines Fünff-Ecks. Und ſo mit allen.

Scholion

Scholion III.

Dieß hieß bisher in allerhand gegebene Circul ein Viel-Eck einzuſchreiben: Nun muß man aber auch wiſſen auf allerhand gegebene Linien Polygona aufzutragen, und dieß ſollen die folgende Problemata anzeigen.

Problema XCIV.

Aus einer gegebenen Linie ein Fünff-Eck zu machen.

Reſolutio.

I. Setzet die Lineam datam ab. dahin, wo das Fünff-Eck ſtehen ſoll, und reiſſet aus deren einem Ende b. als dem Centro, faſt einen halben Circul af. Vid. Tab. VIII. Fig. 18.

II. Theilet die Linie ab. in zwey gleiche Theile in i. und verlängert ſolche durch eine blinde Linie über die Helffte in m. und aus b. richtet eine perpendicularem auf, die den Bogen durchſchneide in f.

III. Setzet den Circul in i. und öffnet ihn bis f. und reiſſet damit den Bogen fx.

IV. Nehmet die Weite ax. und ſchneidet damit aus a. und b. oben in k. creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen.

V. Nehmet nunmehro das gegebene Latus ab. und ſchneidet aus k. damit lincks und rechts Bögen in v. und s. und hernach ſetzet den Circul mit eben der Oeffnung in a. und b. und ziehet bey v. und s. die creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen, ſo kan durch die puncta a b v k s. ein Fünff-Eck mit geraden Linien gezogen werden.

Scholion I.

Mechanicè kan man auf eine jede gegebene Linie ein jegliches regulaires Viel-Eck alſo eintragen: 1) Suchet den Winckel des Polyg. wie gewieſen worden. 2) Traget ſolchen auf in a. und machet 3) die zwey crura dieſes Winckels einander gleich, ſo lang nemlich, als groß eine Seite des Polygoni ſeyn ſoll. 4) Beſchreibet durch die 3. Puncta c a b. einen Circul, nach dem Problemate LI. Sect. I. Part. II. und traget alsdann die übrigen Latera um den Circul herum, ſo iſt das Polygonum aufgetragen. Ex. gr. Ich ſolte ein Fünff-Eck auf eine gegebene Linie a b. ziehen. So ſuche den polygon-Winckel des Fünff-Eckes, dieſer iſt 108. Grad: Denn wenn man 180. mit 5. weniger 2. multipliciret, nach dem Corollario Problematis XCII. ſo hat ein Fünff-Eck in allen 540. Grad; Dividiret dieß durch 5. ſo hat der Winckel eines Eckes 108. Grad: Dieſen Winckel trage bey a. auf, und mache beyde crura des Winckels a b. und a c. gleich der gegebenen Linie a b. Hernach ſuche zu dieſen dreyen puncten a c b. das Centrum o. und ziehe einen Circul, darein wird das gegebene Latus fünff-mal gehen.

Tab. III. Fig. 19.

Scholion II.

Albrecht Dürer, ein ehemaliger fürtrefflicher Mahler und Geometra zu Nürnberg, hat noch eine andere curieuſe Manier, auf eine gegebene Linie ein Fünff-Eck zu tragen, welche bey dem Hrn. *Martio*, oder Stahlen, kan nachgeleſen werden. Es mögen nun aber ſo vielerley Wege ſeyn, als nur immer wollen, ſo iſt, nachdeme der Proportional-Circul erfunden worden, dieſer das beſte Inſtrument darzu, wie bald nunmehro ſoll gewieſen werden, wenn nur vorhero noch, etliche andere *Polygona* auf gegebene Linien zu tragen, Geometricè iſt gewieſen worden.

Problema XCV.

Auf eine gegebene Linie ein regulaires Sechs-Eck zu machen.

Re-

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie a b. machet Tab. III. damit ein Triangulum æquilaterum, a b c. Fig. 20. nach dem Problemate LXXVI. Sect. I. Part. II.

II. Ziehet aus c. als dem Centro, einen Circul, ſo wird dieſer das Latus a b. in ſich ſchlieſſen und noch 5=mal in ſich nehmen.

Problema XCVI.

Auf eine gegebene Linie ein regulaires Sieben=Eck zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Verlängert die Lineam datam a b. nach Gutdüncken. Vid. Tab. III. Fig. 21.

II. Traget a b. noch einmal fort in b c. und reiſſet mit der Weite a c. zwey unten bey x. ſich creutzweiß=ſchneidende Bögen aus a. und c.

III. Behaltet die Weite a c. und reiſſet auch aus c. und x. ſich creutzweiß=ſchneidende Bögen in f.

IV. Hänget b x. und f a. zuſammen, ſo werden beyde ſich ſchneiden in o. Nehmet a o. und reiſſet damit auf der Linie a b. zwey in i. ſich ſchneidende Bögen, ſo habt ihr das Centrum, aus welchen ihr mit der Weite a i = a o. einen Circul reiſſen könnet, in welchen die gegebene Linie a b. ſieben mal kan getragen werden.

Problema XCVII.

Auf eine gegebene Linie ein regulaires Acht=Eck aufzurichten.

Re-

Reſolutio.

I. Theilet die Lineam datam ab. mit einer perpendiculari in zwey gleiche Theile in x. Vid. Tab. III. Fig. 22.

II. Traget aus x. die Helffte xa. oder xb. in das aufgerichtete perpendiculum xy. in g.

III. Nehmet die Diſtanz gb. oder ga. und traget ſie aus g. weiter hinauf in c. ſo iſt c. das Centrum, aus welchen mit dem Semidiametro ac. ein Circul gezogen, das gegebene Latus ab. 8-mal in ſich faſſet.

Problema XCVIII.

Auf eine gegebene Linie ein Neun-Eck zu ſetzen.

Reſolutio.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul die Weite der gegebenen Linie ab. und ſchneidet damit aus a. und b. oben und unten creutzweiß-ſich ſchneidende Bögen x. & y. Tab. III. Fig. 23.

II. Ziehet xy. zuſammen, ſo iſt ab. in zwey gleiche Theile zergliedert, und wenn ihr einen Theil bo. aus x. hinauf in c. traget, ſo wird ca. der Semidiameter ſeyn zu einem Circul, darein die gegebebene Linie ab. neun mal kan geſtellet werden.

Problema XCIX.

Ein Zehen-Eck auf eine gegebene Linie zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Machet nach dem Problemate XCIV. auf der Linea data ein Fünff-Eck.

II. Se-

II. Setzet den Circul in die Spitze des Fünff-Ecks und mit dem Semidiameter c a. ziehet einen Circul, ſo wird das Latus a b. zehen-mal hinein gehen. Tab. III. Fig. 24.

Scholion.

Es ſind noch allerhand andere Wege, durch welche die Polygona können auf das Papier geriſſen werden. Ich habe aber wohl überlegend allenthalben nur eine Art anführen wollen, weilen wahrhafftig mit dem Proportional-Circul alle dieſe Mühſeligkeiten erſpahret werden.

Problema C.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls auf eine jede gegebene Linie ein jedes verlangtes Viel-Eck zu ſtellen.

Reſolutio.

I. Nehmet die gegebene Linie a b. und traget ſie mit einem Hand-Circul in die Lineam Polygonorum transverſim auf diejenige Zahl, als viel Eck das Polygonum haben ſoll. Tab. III. Fig. 25.

II. Laſſet den Proportional Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 6. zu 6. auf der Linea Polygonorum.

III. Machet damit auf der gegebenen Linie aus a. und b. oben in c. zwey creutzweiß-ſich ſchneidende Bögen, ſo wird c. das Centrum und c a = c b. der Radius ſeyn, womit ein Circul kan gezogen werden, in welchen die Linie a b. als ein Latus, ſo vielmal hinein gehen wird, als viel Ecken die Figur bekommen ſoll.

Exempli gratia.

Ich ſetze die gegebene Linie a b. transverſim in 5. und

und 5. der Lineæ Polygonorum, und nehme mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 6. zu 6. und ziehe aus a. und b. die zwey Creutz-Bögen in c. ſo kan ich aus c. durch a. und b. einen Circul ziehen, den die gegebene Linie a b. zu einem Fünff-Eck machet.

Trägt man a b. in die Zahl 7. transverſim auf die Polygon-Linie, und nimmt mit unverrückten Proportional-Circul die Weite zwiſchen 6. und 6. durch einen Hand-Circul, und ziehet aus a. und b. zwey Creutz-Bögen in l. ſo kan man aus l. als dem Centro, durch a. und b. einen Circul beſchreiben, darein a b. ſieben-mal gehet. Und ſo mit allen andern Polygonis.

Scholion I.

Auf der Linea Subtenſarum, Angulorum, Polygonorum, machet man es nach dem *Scheffelt* alſo: Fig. 20. Tab. IV. Nehmet die gegebene Linie a b. ziehet aus a. damit den Bogen b x. Hernach traget a b. transverſim zwiſchen 3. und 3. und nehmet dann die Weite zwiſchen 5. und 5. ſo habt ihr die Subtenſam a c. theilet a c. in zwey gleiche Theile, und ziehet die blinde Linie b d. theilet auch a b. in zwey gleiche Theile in e. und richtet in e. das perpendiculum auf, e f. ſo wird f. das Centrum ſeyn zu einem Circul, darein a b. fünff-mal gehet. Und ſo machet man es mit allen.

Scholion II.

Es iſt gewiß, wer einmal mit dem Proportional-Circul umzugehen weiß, der wird nicht gerne mehr auf die anderen mühſamen Arten dieſe Arbeiten verrichten, und mithin mir auch nicht unrecht geben, wenn dahero gantz kurtz in Anweiſung jener gegangen bin.

CAPUT IV.

Von der Verwandlung derer flachen Figuren, einer in die andere, daß der ſuperficiell-Innhalt dennoch einerley bleibe.

Problema CI.

Zu einem gegebenen Parallelogramm ABCD. ein anderes gleichen Innhalts zu machen, welches gleichwol einen andern Winckel hat.

Reſolutio

I. Verlängert an dem gegebenen Parallelogramm ABCD. die Baſin und die Höhe, daß ſie parallel fortlauffen.

II. Aus C. wo euch der Winckel gegeben, den ihr behalten ſollet, traget ſolchen ein in x. und ziehet nach dieſem Winckel die Linie CE. Tab. I. Fig. 45.

III. Aus E. traget die Baſin CD. fort in F. und ziehet FD. zuſammen, ſo iſt CEFD. ein Parallelogramm, welches den verlangten Winckel hat, und doch gleiches Innhalts mit dem parallelogramm ABCD. iſt.

Scholion.

Das Theorema XL. Sectionis hujus II. Part. II. giebt zu allen dieſen die *Demonſtration* und Erklährung.

Problema CII.

Einen gegebenen Triangul ABC. einem andern gleich zu machen, der entweder einen gegebe-

gebenen Winckel F. bekommet, oder ein recht-wincklichter Triangul wird.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 26. I. Machet durch die Spitze des Trianguls B. eine parallelam mit der Baſi A C. nach dem Problemate III. Sect. I. Part. II.

II. Traget auf A. den gegebenen Winckel F. und ziehet nach dieſem Winckel die Linie A E.

III. Aus E. ziehet die dritte Linie E C. ſo wird der Δ A E C = Δ A B C. ſeyn.

IV. Wolte man einen recht-winckli̇chten Triangul haben, ſo darff man nur aus A. einen rechten Winckel aufrichten, und den Cathetum bis an die obere parallelam gehen laſſen in D. ſo iſt A D C = A B C = A E C.

Problema CIII.

Aus einem gegebenen Triangul einen gleich-ſchencklichten zu machen.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 27. I. Ziehet aus der Spitze des gegebenen Trianguls B. eine Parallelam B E. mit der Baſi A C.

II. Theilet die Baſin in zwey gleiche Theile in D. und ziehet zugleich die perpendicularem D E. wo dieſe die obere Parallelam durchſchneidet in E. von dort aus ziehet die Linien E A. und E C. ſo wird das Triangulum æquicrurum A E C = Δ A B C. ſeyn: Denn beyde Triangula haben einerley Baſin und einerley Hôhe.

Problema CIV.

Aus einem gegebenen Triangul ein anders zu machen gleichen Innhalts, und ungleicher Höhe.

Reſolutio.

I. Es ſey das gegebene Triangulum A B C. das zukünftige A D E. ſoll kürtzer werden, aber doch einerley ſuperficial-Innhalt behalten, und zwar ſey die zukünftige Höhe F G. Tab. III. Fig. 28.

II. Nehmet dieſe Höhe F G. und reiſſet damit eine blinde parallelam mit der Baſi A C. ſo wird dieſe Parallela die Seiten des Trianguls A B. durchſchneiden in D. und D. wird das punctum der künftigen Höhe ſeyn.

III. Ziehet aus D. herunter auf das punct C. eine blinde Linie D C, und mit dieſer reiſſet aus der Spitze Trianguli B. eine parallelam B E.

IV. Ziehet D E. zuſammen, ſo iſt A D E. ein Triangul, der gleich iſt dem gegebenen △ A B C. und dennoch eine andere Höhe hat: Denn ſo viel an D o B. weggeſchnitten worden, ſo viel iſt durch C x E. wieder darzu gekommen.

V. Geſetzt der zukünftige Triangul ſolte höher ſeyn, denn der gegebene, und daß gleichwohlen beyder Innhalt einerley bleibe; es wäre der niedrige Triangul A E D. und die gegebene Höhe wäre B C. So verlängert in dieſem Fall die Linie A D. wenn ihr mit der Baſi A E. eine parallelam B B. nach der gegebenen Höhe B C. gezogen habt, um zu ſehen, wo die verlän- Tab. IV. Fig. 1.

gerte Seite A D. mit der parallela B B. zuſammen lauffe, dieß geſchiehet in dem puncto B. Aus dieſem puncto B. ziehet nun eine blinde Linie herunter auf E, welche ſey B E. Hernach ziehet aus der Spitze des gegebenen TriangULS D. auch eine parallelam mit B E. nemlich D C. Endlich ziehet B C. zuſammen, ſo iſt der △ A B C ═ △ A D E.

Problema CV.

Einen gegebenen Triangul A B C. in ein Parallelogramm gleiches Innhalts zu verwandeln.

Reſolutio.

Tab. IV. Fig. 2. I. Entweder theilet die Baſin A C. in zwey gleiche Theile in D. und behaltet die Höhe des Trianguls A B. und richtet damit ein Parallelogramm auf, A B D E.

Tab. IV. Fig. 3. II. Oder theilet die Höhe des Trianguls A B. in b. in zwey gleiche Theile, und behaltet die gantze Baſin, und formiret damit ein Parallelogramm A b d C.

Tab. IV. Fig. 4. Fig. 5. III. Oder machet auf beyde Manieren einen Rhomboidem, wobey aber dieſes zu mercken, daß entweder die gantze Höhe des Trianguls A C. und des Rhomboidis zwiſchen zweyen parallelen bleibe, wenn man nur die halbe Baſin und gantze Höhe nimmt, wie zum Exempel der △ A B D. und Rhomboides E F G C. oder, daß die halbe Höhe des Trianguls, und die Höhe des Rhomboidis zwiſchen zweyen parallelen bleibe, wenn man die gantze Baſin und halbe

be Höhe des Triangulſ nimmt, wie Exempli gratia der Rhomboides C H I K. mit dem Triangulo A D B. ſtehet.

Scholion.

Die Demonſtratio iſt zu finden Theoremate XLI. Sect. II. Part. II.

Problema CVI.

Aus einem gegebenen Parallelogramm, oder Quadrat, einen Triangul gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Die Arbeit wird nur verkehrt, ſo iſt die gantze Sache geſchehen: In dem Problemate præcedente hat man die halbe Baſin zur gantzen Höhe, oder die halbe Höhe zur gantzen Baſi genommen. Hier dupliret man entweder die Baſin des Parallelograms A B C D. ſo kommt A E. und behält die Höhe des Parallelogrammi und ziehet den Triangul A D E. oder man dupliret die Höhe des Parallelogrammi A B. komt A E. und behält die Baſin A D. ſo iſt der Triangul A E D = □ A B C D. Tab. IV. Fig. 6. Fig. 7.

II. Eben ſo machet man es mit einem Quadrat A B C D. man ſetzet nur ein Latus A D. noch einmal auf A E. und ziehet E B. zuſammen, ſo iſt der Triangul A E B = □ A B C D. Fig. 8.

Problema CVII.

Zu einem gegebenen Parallelogramm A B C D. ein anderes gleichen Innhalts zu machen, welches ſchon eine gegebene Seite E F. habe.

Reſolutio.

I. Verlängert eine lange und eine kurtze Seiten des gegebenen Parallelogrammi. Vid. Tab. IV. Fig. 9.

II. Traget alsdann die gegebene Seiten EF. von einem Eck des Parallelogrammi auf die verlängerte Linie aus C in G.

III. Reiſſet aus G. durch den nächſt-folgenden Eck-punct D. eine Lineam cœcam GDH. dieſe wird die andere verlängerte Seiten BH. in H. durchſchneiden. Demnach iſt BH. die andere Seiten zu EF. mit welchen beyden ein Parallelogrammum BHLM = □ ABCD. kan aufgerichtet werden.

Problema CVIII.

Aus einem gegebenen Parallelogramm AB CD. oder Rhomboide CIHD. oder aus einem gegebenen Triangul CED. ein Quadrat OZND. gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Nehmet von dem Rhomboide und Parallelogrammo eine lange und eine kurtze Seite, und ſuchet zu beyden die mediam proportionalem, nach dem Problemate XXIX. & XXX. Sect. I. Part. I. dieſe ſey ND. So wird dieß das latus zu dem Quadrat OZND. = □ ABCD. und Rhomboide CIHD. geben. Tab. IV. Fig. 10.

II. Einen Triangul in ein □ zu verwandeln, ſo nehmet, weil ein Triangul CED. ein halbes parallelogrammo iſt, die gantze Baſin CD. und die halbe Höhe GF, und ſuchet darzu die mediam propor-

tio-

tionalem, N D. dieſe wird das Latus zu einem □ NOZD = △ CED. ſeyn.

Problema CIX.

Aus einem gegebenen Trapezio oder Trapezoide A B C D. einen Triangul gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Verlängert die Baſin C D. bis in E. Vid. Tab. IV. Fig. 12.

II. Ziehet eine diagonalem A D. aus einem der oberen Winckel A. zu dem unteren gegen überſtehenden Winckel D. Vid. Fig. 13.

III. Mit dieſer diagonali ziehet aus B. eine parallelam B E, dieſe wird die verlängerte Baſin durchſchneiden in E.

IV. Reiſſet A E. zuſammen, ſo iſt der △ A C E = Trapezio und Trapezoidi A B C D.

Scholion.

Es iſt unnöthig dieſe Wahrheit zu demonſtriren. Es ſind die Triangula A B D. und A E D. zwiſchen zweyen Parallelen, und haben einerley Baſin: Demnach ſind ſie einander gleich, weil, wenn man gleiches auf der einen Seite abſchneidet und gleiches auf der andern Seiten daran ſetzet, ſo bleibt beydes gleich. So iſt dieſes Theoremate XL. Sect. II. Part. II. demonſtriret, und aus dieſen flieſſen die meiſten Problemata dieſes Capitels, von der Verwandlung derer flachen Figuren. Etliche wenige holen den Grund von der proportionirung ihrer Seiten her, da man medias proportionales, oder tertias und quartas proportionales darzu ſuchen muß, welches auch ſchon deutlich genug gewieſen worden.

Problema CX.

Aus einem gegebenen regulairen Viel-Eck einen Triangul gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Es ſey das Polygonum datum ein Sechs-Eck, ABCDEF. Vid. Tab. IV. Fig. 14.

II. Traget eine Seiten dieſes Polygoni in eine lange darzu gezogene Linie LF ſo oftmahl, als viel latera das Polygonum hat, hier Ex. gr. 6-mal. Vid. Fig. 15.

III. Richtet aus dieſer Linie, wo ihr wollet, entweder in der Mitte, oder am Ende, oder ſonſten perpendiculariter die Höhe eines ſolchen Trianguls auf, in welche Triangula das Polygonum kan getheilet werden. Es ſeye dieſe Höhe mc. wenn ſie mitten auf der Linie aufgetragen würde, oder LO. wenn ſie am Ende aufgerichtet ſtünde.

IV. Ziehet nunmehro FML. zuſammen, ſo habt ihr ein Triangulum æquicrurum FML = Polygono ABCDEF. oder ziehet LOF. zuſammen, ſo iſt der recht-winckliche Triangul OLF = Polygono ABCDEF.

Scholion.

Die Demonſtration iſt gar leicht, und kan Theoremate XLIII. Sect. II. Part. II. nachgeleſen werden.

Problema CXI.

Aus einem gegebenen Circul, nach der Proportione Archimedis, einen Triangul gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Theilet den Diametrum AB. in 7. gleiche Theile durch Hülffe des Proportional-Circuls, Problem. XVI. Sect. I. Part. II. und bey A. richtet eine perpendicularem AG. auf, nach dem Problemate IX. Sect. I. Part. II. Vid. Tab. IV. Fig. 16.

II. Tra-

II. Traget in A G. den Diametrum Circuli $3\frac{1}{7}$ mal, ſo habt ihr A x.

III Ziehet aus dem Centro Circuli, als dem Semidiametro I. auf x. eine Linie, ſo habt ihr den Triangul A I X = Circulo A B D E.

IV. Oder theilet A x. in zwey gleiche Theile in f. und ziehet aus B. als dem Diametro, die Linie B f. ſo iſt der △ B A F = Circulo A B D E.

Scholion.

Dieſe alſo geſundene Triangul kan man alsdann in Quadrata, Parallelogramma, &c. fernerweit verwandeln, und iſt ſo viel, als wenn man hernach den Circul in ein Quadrat verwandelt hätte.

Problema CXII.

Aus einem gegebenen Circul auf eine andere Art ein Quadrat, gleichen Innhalts, aufs nächſte zu machen.

Reſolutio.

I. Theilet den Diametrum des gegebenen Circuls in 14. gleiche Theile, welches durch Hülffe des Proportional-Circuls Problemate XVI. Sect. I. Part. II. geſchwind geſchehen. Tab. IV. Fig. 17.

II. Richtet zwiſchen 3. und denen übrigen 11. Theilen eine perpendicularem auf E F. welche die media proportionalis ſeyn wird.

III. Reiſſet F C. zuſammen, ſo giebt dieſe ein Latus zu einem Quadrat, welches dem Circul am Innhalt gleich ſeyn wird.

IV. Wolte man nun aus einem Quadrat einen Circul machen, ſo wendet es nur um: Es wäre Ex. gr. dieß F C. ein Latus Tab. IV. Fig. 18.

tus eines Quadrats F C O X. ſo muß man erſtlich den Winckel F C E. oder auch E F C. haben, der in der vorigen Arbeit heraus kam, als welcher in allen Circuln und Quadraten, wenn ſie verwandelt werden, allemal einerley iſt. Hierauf theilet das gegebene Latus F C. in 2. Theile, ziehet aus der Mitte, als dem Centro x. einen halben Circul F E C. traget nunmehro auf F C, als welcher nunmehro der Diameter iſt des Semicirculi, an dem einem Ende C. den bemerckten Winckel F C E. auf, der dahero auch beſonders geſetzet und H. genennet iſt, damit man ſolchen allemal gleich habe, und ziehet alſo die Linie E C. welche etwas über den halben Circul hinaus continuiret werden muß: Theilet E C. in 11. gleiche Theile, und traget 3. dergleichen weiter hinaus in die darum verlängerte Linie in A. daß in allen 14. Theile werden in der Linie A C. ſo iſt A C. ein Diameter zu einem Circul A B C D. der dem Quadrat F C O X. am Innhalt gleich ſeyn wird.

Scholion.

Es iſt hierbey einmal vor allemal zu mercken, was Problemate LIV. Sect. I. Part. II. angeführet worden, daß nemlich alles nur aufs nächſte herauskomme: Denn indeme man nicht einmal die Circul-Linie in geſchloſſenen Zahlen noch finden kan, ſo iſt auch in denen Circul-Flächen, nach ihrer Verwandelung und nach ihrem Innhalt, nur das nächſte zu finden.

Problema CXIII.

Einen halben Circul in einen gantzen, und ei-

einen gantzen in einen halben Circul zu verwandeln, gleiches Innhalts.

Reſolutio.

I. Es ſey der halbe Circul A B C D. Tab. IV. Fig. 19. theilet ſolchen in B. in zwey gleiche Theile, ſo giebt A B. den Diametrum zu einem Circul A F B D. der am Innhalt gleich iſt dem halben Circul A B C D. Der Grund ſtecket in dem Theoremate Pythagorico.

II. Hingegen bildet euch ein, man hätte den gantzen Circul A F B D. alleine da ſtehen, und ſolte einen halben Circul A B C D. gleiches Innhalts daraus machen, ſo theilet den halben Circul deſſen A D B. in zwey gleiche Theile in D, ſo giebt A D. den Semidiametrum zu einem halben Circul A B C D = A F B D. dem gantzen Circul.

Problema CXIV.

Auf dem Proportional-Circul einen halben Circul, oder auch einen Quadranten, in einen gantzen Circul gleiches Innhalts zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Es wäre gegeben der halbe Circul a b c. und der Quadrant a b d. So nehmet den Semidiameter a d. und ſtellet ſolchen in eine beliebige Oeffnung des Proportional-Circuls, ex. gr. von 20. auf 20. transverſim in die Lineam Planorum, Tab. V. Fig. 1.

II. Nehmet mit unverruckten Proportional-Circul die Weite von 10 zu 10. mit einem Hand-Circul, dieſe giebt den Semidiameter a e. zu einem gantzen Circul, der dem halben Circul am Innhalt gleich.

III. Nehmet ferner die Weite zwiſchen 5 und 5. auf dem unverruckten Proportional-Circul von eben der Linea planorum, ſo iſt dieſe ein Semidiameter d f. zu einem Circul, der dem Quadranten am Innhalt gleich iſt.

Scholion I.

Nun ſolte ich auch die Verwandlung der übrigen flachen Figuren auf dem Proportional-Circul weiſen; Allein, da eines Theils die kleineren Proportional-Circul, von welchen ich rathe, daß ſich Anfangs die Jugend deren bedienen ſoll, die Lineam Tetragonicam nicht haben, durch deren Hülffe doch dieſes geſchehen müſte; andern Theils meine Abſicht nur dahin gehet, denen Anfängern das nöthigſte zugleich mit von dem Proportional-Circul in dieſen Mathematiſchen Anfangs-Gründen vorzulegen, ſo übergebe ich ſolches. Wer nur ſo viel, als in meinem Tractat vorkommet, auf dem Proportional-Circul zu tractiren lernet, der wird von ſelbſt alsdenn, wenn er es ins künfftige vor nöthig befindet, in denen Büchern, die von dem Proportional-Circul handeln, mehreres zu ſuchen, es leicht verſtehen, auch mit der Linea Tetragonica umzugehen lernen. Ich geſchweige, daß dieſe Verwandlungen eben nicht alle Tage vorkommen.

Scholion II.

Wenn man das folgende Capitul verſtehet, ſo iſt eines des andern Probe: Denn wenn ich eine Figur in die andere verwandelt habe, und will wiſſen, ob beyde einander dennoch gleich, ſo darff ich nur beyder Innhalt ausrechnen und ſehen, ob ſie einerley ſeyen.

CAPUT

CAPUT V.

Von der Planimetria, oder Ausmeſſung aller flachen Figuren auf dem Papier.

Problema CXV.

Eines gegebenen Quadrats ſuperficial-Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

Nehmet einen verjüngten Maaß-Stab zur Hand, dergleichen Problemate XXIV. ſeq. Sect. I. Part. II. zu verfertigen gewieſen worden, und meſſet mit einem Hand-Circul das eine Latus Quadrati, traget dieſes in den Maaß-Stab, Tab. I. und ſehet wie viel es an Ruthen, Schuhen Fig. II. und Zollen habe, ex. gr. 12, 4 (1. multipliciret dieß mit ſich ſelbſt, und gebt wohl auf die Bruch-Zeichen Achtung, wie Sectione IV. Partis I. gewieſen worden; So giebt das Product an Quadrat-Maaſſen den wahren Superficial-Innhalt des gegebenen Quadrats.

Problema CXVI.

Eines gegebenen Rhombi ſeinen ſuperficial-Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Laſſet von A. ein perpendiculum hinauf fallen auf die mit einer blinden Linie verlängerte Baſin CD. Vid. Tab. I. Fig. 12.

II. Nehmet dieſe Höhe, meſſet ſie auf dem Maaß-Stab, und multipliciret ſie mit dem einen Latere

re Rhombi DE. ſo iſt das Product der ſuperficial-Innhalt des Rhombi.

Scholion.

Man muß hier nicht meynen, weil ein Rhombus nur ein verſchobenes Quadrat ſey, ſo dörffte man auch nur gleich ein Latus Rhombi, wie bey dem Quadrat, nehmen, und es mit ſich ſelbſt multipliciren: Nein, ſondern die Höhe, als die wahre Breite, und die Baſis geben das Quadrat-Maaß an einem Rhombo.

Problema CXVII.

Eines gegebenen Parallelogrammi ABCD, ſeinen ſuperficial-Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Nehmet die eine lange Seiten und traget ſie in den verjüngten Maaß-Stab, und mercket, wie viel Ruthen, Schuh und Zoll dieſelbe halte. Tab. I. Fig. 10.

II. Traget ſo auch eine kurtze Seiten des Parallelogrammi auf den Maaß-Stab, und ſehet, wie viel Ruthen, Schuh, ꝛc. dieſe halte.

III. Multipliciret beydes durch einander, ſo giebt das Product den ſuperficial-Innhalt des Parallelogrammi an Quadrat-Maaſſen.

IV. Wäre die Figur aber ein Rhomboides, ſo nimmt man die perpendicular-Höhe deſſen FI. und die Baſin cF. und multipliciret es durch einander, ſo kommt im Producto der Innhalt heraus an Quadrat-Maaß. Tab. I. Fig. 13.

Problema CXVIII.

Die Höhe eines Rhombi, Rhomboidis und Triangels zu finden.

Reſolutio.

I. Sind es Rhombi und Rhomboides, ſo darff man nur

nur von dem einen Eck oben herunter auf die Baſin eine perpendicularem fallen laſſen, entweder von dem einem Ende A. hinein in die Figur ſelbſt, oder von dem andern Ende B. herunter auf die mit einer blinden Linie verlängerte Baſin, nachdeme ſichs zuweilen ſchicket, ſo habe ich die Höhe derer Figuren. Tab. V. Fig. 2.

II. Sind es Triangul, ſo nimmt man die obere Spitze deren A. und ſetzet eines Hand-Circuls einen Fuß darein, mit dem andern probiret es ſo lange durch auf- und zuthun, bis ihr die Baſin des Trianguls mit einem Bogen berühret, aber nicht durchſchneidet in B. ſo iſt A B. die wahre Höhe des Trianguls. Fig. 3.

III. Sind es ſtumpff-wincklichte Triangul, ex. gr. A B C. ſo verlängert die Baſin Trianguli BC. mit einer blinden Linie, und laſſet aus A. die perpendicularem A x. herunter fallen, ſo iſt dieſe die Höhe eines ſtumpff-wincklichten Trianguls, die auf dem Maaß-Stab kan gemeſſen werden. Tab V. Fig. 4.

Problema CXIX.

Eines jeglichen Trianguls ſuperficial-Innhalt zu finden.

Reſolutio.

I. Alle Triangula ſind als halbe Parallelogramma anzuſehen, wie ſchon gezeiget worden: Demnach meſſet erſtlich eines Trianguls Höhe, nach dem Problemate præcedente.

II. Hierauf meſſet die Baſin Trianguli auf eben dem ver-

verjüngten Maaß-Stab, auf welchen die Höhe des Trianguls gemeſſen worden.

III. Nun mercket: Entweder multipliciret die gantze Baſin und gantze Höhe, und das Product halbiret; oder, multipliciret die gantze Höhe mit der halben Baſi, oder die halbe Höhe mit der gantzen Baſi, ſo wird auf dieſe dreyerley Arten der ſuperficial-Innhalt des Trianguls an Quadrat-Maaſſen gefunden.

Scholion I.

Indeme in Ausrechnung derer flachen Figuren die Triangul am meiſten vorkommen auszurechnen, denn Quadrata und Parallelogramma ſind gar leicht zu berechnen, ſo will ein Exempel hieher ſetzen: Es hielte der Triangul A E D. an ſeiner Baſi 4, 2 (1. Die Höhe dieſes △. A. B. wäre 5, 1 (1. ſo wird der ſuperficial-Innhalt ſeyn 10, 7 1 (2 □. Man mag die gantze Höhe und gantze Baſin multipliciren und das Product halbiren, oder man mag die halbe Höhe und gantze Baſin, oder gantze Höhe und halbe Baſin multipliciren.

Tab. V. Fig. 3.

Gantze Baſis. D E. 4, 2 (1		Gantze Baſis D E. 4, 2 (1	
Gantze Höhe. A B. 5, 1 (1		Halbe Höhe. A x. 2,5 5 (2	
	42		510
	210		1020
	21,4 2 (2		10,710 (3 □
halbirt.	10,7 1 (2 □		

Gantze Höhe A B.	5, 1 (1
Halbe Baſis B E.	2, 1 (1
	51
	102
	10,71 (2 □ Innhalt des △.

Scholion II.

Es geſchiehet gar offt, daß ſich die Zahl der Höhe beſſer halbiren läſſet, als die Zahl der Baſios, oder dieſe beſſer, als jene,

jene, dahero muß man ſich dieſes Vortheils bedienen, daß man entweder die halbe Höhe, oder die halbe Baſin nehme, welches von beyden nemlich am geſchwindeſten halbiret werden kan. Wiewol, wer die Decimal-Rechnung recht verſtehet, der fraget nichts darnach, es mag zu halbiren vorkommen, welche Zahl nur immer will: Denn wenn zuletzt Eins hinten zur Rechten übrig bleibet, ſo ſiehet er dieſes vor 10. an, und ſetzet deren Helffte 5. noch zu der halbirten Summa hinter, und vermehret das Bruch-Zeichen um eine Unität, ſo iſt es geſchehen. Ex. gr. Ich ſolte 4. Ruthen, 7 Schuh, 3 Zoll halbiren, ſo ſage ich, halb 4 iſt 2. halb 7 iſt 3. bleibt Eins, halb 13 iſt 6. bleibt Eins, dieß Eins bedeutet 10. demnach ſage ich, halb 10 iſt 5. ſo ſtehet es alſo:

4, 7 3 (2
halbirt. 2, 3 6 5 (3

Und daß ich nun zum Bruch-Zeichen die Zahl 3. bekomme, ſchadet nichts: Denn wenn ich dieſe halbirte Zahl zu ſich ſelbſt wieder addire, ſo kommt hinten ein Null in der Summa heraus, welches ich gar wohl wieder hinweg werffen, mithin ſtatt 3. wieder 2. zum Bruch-Zeichen nehmen darff.

2, 3 6 5 (3
2, 3 6 5 (3
―――――――
4, 7 3 0 (3

Iſt die erſtere Summa wieder, und heiſſet 4 Ruthen, 7 Schuh, 3 Zoll, null Gran, demnach werffe das Null wieder hinweg, und das Bruch-Zeichen um eine Unität verringert, ſtehet es wieder alſo 4, 7 3 (2.

Problema CXX.

Eines gegebenen Trapezii ſuperficial-Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Es ſey das Trapezium a b c d. Tab. V. Fig. 5. Meſſet erſtlich die zwey parallelen Seiten ab, und cd.

II. Meſſet auch die Höhe, das iſt, die Diſtanz derer

rer zwey parallelen Seiten an dem Trapezio bh.

III. Addiret die beyde parallele Seiten ab. und cd, die Summam halbiret.

IV. Multipliciret die halbirte Summam mit der Höhe bh. das Product iſt der ſuperficial-Innhalt des Trapezii.

Exempli gratia.

Die Seite ab. hielte 8,7(1. die Seite cd. wäre lang 15,3(1. Die Summa beyder iſt 24,0(1. halbiret dieſe Summam, ſo kommet 12,0(1. denn dieß heiſſet man halbiren und æquiren, nach der Definitione XXVIII. & XXIX. Sect. I. Part. I. Dieſe Helffte multipliciret mit der Höhe bh. 8(0. ſo iſt das Product 96,0(1 □. welches der wahre Innhalt des Trapezii iſt an Quadrat-Maaſſen.

Scholion.

Es iſt unnöthig eine Demonſtration hier anzuführen, denn wenn man in der Figur die Lineas cœcas mit Verſtand anſiehet, ſo wird man finden, daß ſolcher geſtalt ein Parallelogramm aceo. aus dem Trapezio gemacht worden gleiches Innhaltes, wie in dem Capitul von Verwandlung derer flachen Figuren deutlich genug alles iſt gewieſen worden: Denn indeme ich den Triangul oxd. wegnehme, ſo gebe ich den △ bne. zu, die einander gleich ſind.

Problema CXXI.

Eines gegebenen Trapezoidis ſuperficial-Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

Tab. V. Fig. 6. I. Es ſey der Trapezoides abcd. ziehet in der Mitte eine diagonalem durch ac. ſo wird die Figur in zwey Triangula zerſchnitten, welche beyde, wenn ſie, nach dem Problemate CXIX. ausgerechnet und addiret werden, den ſuperficial-Innhalt des Trapezoidis geben.

II.

II. Geſchwinder geſchicht es alſo: Meſſet beyde Höhen b o. und d x. und addiret ſie zuſammen: Meſſet auch die diagonalem a c, als die Baſin beyder Triangulorum, und multipliciret die Summam beyder Höhen und die Baſin durcheinander, das product halbiret, ſo findet man behend den ſuperficial-Innhalt des Rhomboidis.

Exempli gratia.

Die Höhe b o. hielte 5, 6 (1. die Höhe d x. 5, 1 (1. beydes addirt giebt die Summam 10, 7 (1. die diagonalis a c. als die gemeinſchafftliche Baſis beyder Triangulorum, hielte 14, 4 (1. Multipliciret nun 14. 4. (1. durch 10, 7 (1. das product halbiret, ſo kommt der ſuperficial-Innhalt des Trapezoidis an Quadrat-Maaſſen 77, 04 (2 □.

14, 4 (1 Diagonalis a c.
10, 7 (1 Summa beyder Höhen.

1008
144

15408 (2 □

Halbiret 77, 04 (2 □ Innhalt des Trapezoidis.

Scholion.

Man kan auch hier die halbe diagonalem 7, 2 (1. und die Summam beyder Höhen, nehmen, oder die gantze Diagonalem behalten, und die Summam beyder Höhen 10, 7 (1. halbiren, kommt 5, 35 (2. und multipliciret beydes durch einander, ſo wird eben auch 77, 04 (2 □ heraus kommen.

7,2 (1 halbe diagonalis 14,4 (1 gantze diagon.
10,7 (1 Summa beyder Höhen. 5,35 (2 halbe Summ. beyder Höhen.

214 720
749 432
77,04 (2 □ Trapezoid. 720
77,040 (3 □ Trapezoid.

Problema CXXII.

Eines jeglichen regulairen Viel-Ecks, welches mehr denn 4. Seiten hat, und an welchen doch alle Seiten und Winckel einander gleich ſind, ſeinen ſuperficial-Innhalt an Quadrat-Maaſſen zu finden.

Reſolutio.

I. Zergliedert vom Centro aus das Polygonum in lauter gleich-ſchencklichte Triangul. Nota: Alleine das Sechs-Eck läſſet ſich in 6. gleich-ſeitige Triangul reſolviren, die übrigen Polygona aber allemal in ſo viel gleich-ſchencklichte Triangul, als viel Seiten das Polygonum hat.

II. Rechnet einen dieſer Triangul aus, nach dem Problemate CXIX.

III. Multipliciret alsdann den Quadrat-Innhalt des einen Trianguls mit der Anzahl derer Ecken, wie viel Eck das Polygonum hat, denn ſo viel ſolcher Triangul hat es auch, ſo wird das letzte Product den ſuperficial-Innhalt des Polygoni geben.

Exempl.

Exempli gratia.

Das Fünff-Eck A B C D E. wäre vom Centro x. in 5. Triangula zerſchnitten: Rechnet einen derer Triangul A x B. aus, dieſer hielte 13, 33 (2 □. Weil es nun ein Fünff-Eck iſt, ſo multipliciret dieſe 13, 33 (2 □. mit 5. komt 66, 65 (2 □. ſo viel an Quadrat-Maaß hält die Fünff-eckichte Fläche. Tab. V. Fig. 7.

Scholion I.

Es giebt noch zweyerley Arten, die Polygona regularia nach ihren Jnnhalt auszumeſſen:

Erſtlich: Meſſet die Baſin eines Trianguli, in welche das Polygonum zergliedert werden kan; das iſt, meſſet eine Seiten des Polygoni. dieſe ſey in der Figura 7. Tab. V groß. 6, 2 (1. multipliciret dieſes durch die Zahl 5. weil das Polygonum 5. Eck hat, ſo kommt 31, 0 (1. ſo lang iſt die Linie, wenn die fünff Seiten des Polygoni in eine gerade Linie ausgeſtrecket würden. Nun nehmet die Höhe x o. an einem derer fünff Triangulorum, welche iſt 4, 3 (1. multipliciret beydes durch einander und das Product halbiret, ſo wird eben auch 66, 65 (2 □. heraus kommen.

Latus A B.	6, 2 (1
Numerus Polygoni	5.
	310 (1
Altitudo x o.	4,3 (1
	930
	124
Halbirt	13330 (2
	66,65 (2 □.

Zweytens gienge dieſes auch alſo an: Man könte die Höhe o x. 4, 3 (1. fünff-mal nehmen und die Baſin eines Tri-

anguli davon nur behalten, ſo wird eben dieß wieder heraus kommen müſſen.

Die Höhe o x. Fünff-mal	21,5 (1
Latus A B.	6,2 (1
	430
	1290
Halbirt	133,30 (2
	66,65 (2 □. Innhalt des Polygoni.

Scholion II.

Bey dieſer Ausmeſſung eines Polygoni ordinati muß man zurück gehen auf das Theorema XLIII. Sect. II. Part. II. allwo die Demonſtration deſſen zu finden, und auf das Problema CX. Sect. II. Part. II. allwo die Verwandlung eines Polygoni in einen Triangul gezeiget worden.

Hieraus ſiehet man nun, daß nach dem Theoremate XLV, die Circul-Fläche gleich iſt einer Trianguls-Fläche, wenn des Trianguli Baſis gleich iſt der peripheriæ Circuli, und des Trianguls Höhe gleich iſt dem Semidiametro Circuli. Weil nun aber eines Circuls-Fläche gröſſer iſt, als aller Polygonorum ihre Fläche, die innerhalb demſelben herum gehen, hingegen aber die Circul-Fläche auch kleiner iſt, als aller Polygonorum ihre Fläche, die auſſen um den Circul herum gehen, es mögen in beyden Fällen die Polygona 100.1000. oder 100000 Seiten haben, ſo folget hieraus, daß, weilen kein Circul völlig mit einem Polygono, in- oder auſſer demſelben beſchrieben, gleich gemacht werden kan, daß auch kein Circul in keinen Triangul gantz gleiches Innhalts verwandelt, mithin eine Circul-Fläche nicht accurat mit geſchloſſenen Zahlen könne ausgerechnet werden. Dieß iſt nun bey denen folgenden Problematibus wohl zu mercken.

Problema CXXIII.

Den Innhalt einer Circul-Fläche an Quadrat-Maaſſen zu finden.

Reſo-

Reſolutio.

I. Meſſet des gegebenen Circuls a b c d. Tab. V. ſeinen Diametrum a b, welcher ſey 6,4(1. Fig 8. nehmet hierzu die Proportion 100. zu 314. das iſt: Wenn der Diameter 100. gleiche Theile groß, ſo iſt deſſen Peripherie 314. ſolcher Theile lang, und verfahret nunmehro nach der Regula de Tribus alſo: **Wenn der** Diameter 100. **ſo iſt ſeine** Circumferenz 314. **Mein** Diameter **hält** 6,4(1. **was wird die** Circumferenz **meines Circuls ſeyn?**

100 —— 314 —— 6,4(1.
6,4(1

1256
1884

20096(1 — 20096(1 / 100 (20,0(1.

Demnach hält die Circumferenz meines Circuls, wenn ſie in eine gerade Linie ausgeſpannet würde, 20,0(1. ſolcher Theile, deren mein Diameter 6,4(1 hält: Oder noch accurater zu geben, wenn die zehen-theilige Brüche darbey gelaſſen werden, ſo hält die Circumferenz-Linie 20. Ruthen, null Schuh, 9. Zoll, 6. Gran, wenn der Diameter hält 6. Ruthen 4. Schuh.

II. Wenn nun alſo die Circumferenz-Linie des Circuls bekannt, ſo nimmt man dieſe als eine Baſin an, und richtet auf ſolcher den Semidiametrum, als die Höhe des Triangels, auf, welche hier iſt 3,2(1. denn ſo viel hält der Semidiameter, ſo iſt der

Triangul axo. gleich dem Circul abcd. aufs nächſte.

Tab. V. Fig. 9. III. Rechnet dieſen Triangul axo. aus, nach dem Problemate CXIX. ſo iſt deſſen ſuperficial Jnhalt 64, 3072(4 □. welcher gleich iſt aufs nächſte der Circul-Fläche abcd.

20,096(3 Circumferenz abcd.
3,2(1 Semidiameter xa.
————————— als die Höhe △

40192
60288
—————————
64,3072(4 □ Jnnhalt des △ axo
Halbirt 32,1536(4 □ ——— Circulo.

Scholion I.

Wenn man demnach eine Circul-Fläche auszurechnen hat, ſo ſuchet man geſchwind die Peripherie, durch die proportion wie 100 zu 314 hernach multipliciret die gefundene Peripherie mit dem vierdten Theil des Diametri, ſo iſt das product der Jnnhalt des Circuls an □ Maaſſen.

Scholion II.

Mercket hierbey folgende drey Stücke wohl:

I. Wenn der Diameter eines Circuls gegeben, ſo findet man die Peripherie und den Jnnhalt der Circul-Fläche darzu, wie in Problemate gewieſen worden, da man ſagt: Ex. gr. Wenn der Diameter 100. ſo iſt die Peripherie 314. mein Diameter iſt 6,4(1. ꝛc.

II. Wenn aber die Peripherie des Circuls bekandt wäre, ſo ſuchet man den Diametrum darzu alſo: Wenn die Peripherie 314 ſo iſt der Diameter 100. meine Peripherie iſt 20,096(3 ꝛc.

III. Wenn aber weder Peripherie noch Diameter bekandt, ſondern der Jnhalt der Circul-Fläche an Quadrat-Maaſſen

ſen wäre gegeben, ſo findet man den Diametrum eines ſolchen Circuls alſo: Suchet die Quadrat Maaſſe der Circul-Fläche, von welcher die proportion einmal vor allemal genommen wird, nemlich wenn der Diameter 100. ſo iſt die Peripherie 314. Ergo iſt die Circumferenz-Linie 314. die Baſis, der Semidiameter 50. die Höhe und des daraus gemachten Trianguls Quadrat-Maaß 7850 □. Nun aber iſt des gantzen Diametri 100, ſein Quadratum 1000. Demnach, wenn einer Circul-Fläche ihr Innhalt an Quadrat-Maaſſen bekandt, ſo findet man deſſen Diameter darzu alſo. Saget: Wie ſich verhält die Circul-Fläche 7850 □. zu dem Quadrat des Diametri 10000 □. ſo verhält ſich meine gegebene Circul-Fläche 32,1536 (4 □. zu dem Quadrat des Diametri meines Circuls. Wenn die quarta proportionalis, als eine Quadrat-Fläche, gefunden worden, ſo extrahiret daraus radicem Quadrati, dieſe wird der Diameter ſeyn zu meiner Circul-Fläche, den ich nicht wuſte, 6,4 (1.

7850 □ — 10000 □ — 32,1536 (4 □.

```
         145.
         7573
        4.9211
      3215360000 ( 40,9600 (4 □
      7855555 50
        788888
         7777

  4
 40,9600 (4 □  ( 6,40 (2 Radix, quæ eſt
 .    .   .                Diameter inventa
 36,                       Circuli dati.
  124
    4
 ------
 496
```

Problema CXXIV.

An einem Sectore Circuli den ſuperficial-Innhalt nach Quadrat-Maaſſen auszurechnen.

Reſolutio.

Tab. V. Fig. 10. I. Behaltet den vorigen Circul wieder, ſo iſt eines des andern Probe und Beweiß zugleich, jedoch ſetzet ſolchen an einen beſondern Platz auf.

II. Geſetzt nun, man wolte des kleineren Sectoris a b c d. deſſen leere Stelle gleichſam in dem Circul, mit creutz-weiß gezogenen Linien, angedeutet wird, ſeinen Innhalt wiſſen, ſo meſſet forderſamſt den Winckel, welchen dieſer Sector in dem gantzen Circul bey e. f. g. machet; dieſer ſey 63. grad 42. min.

III. Meſſet ferner des Circuls Semidiametrum e f. welcher iſt 3, 2 (1. mithin iſt der gantze Diameter 6, 4 (1.

IV. Suchet mit dieſem Diametro die Circumferenz des Circuls, nach dem Problemate LIV. Sectionis I. Part. II. und nach dem Problemate præcedente CXXIII. dieſe wird ſeyn 20, 096 (3.

V. Saget hierauf alſo: 360. Grad geben die gantze Peripherie, was geben 63. Grad 42. Minuten? Reſp. Das Stück von der Peripherie a d c. welches mit dem Sectore von dem Circul abgeſchnitten worden. Weil nun Minuten darbey ſind ſo müſſen die 360. Grad durch 60. denn ſo viel Minuten hält ein Grad, auch zu Minuten gemachet

chet werden; Demnach ſtehet es nach der Regula de Tri alſo:

Minuten		Peripheria		Minuten.
21600	—	20,096(3	—	3822

```
           20,096(3
               3822
          ---------
              40192
             40192
           160768
          60288
       ------------
          76806912(3
```

```
  2 1
 16.3 9
1324 03
76806912(3 ( 3,611(3. Stück der
21666600   (          Peripherie
  2111                 a d c.
   22
```

VI. Mit dieſer Länge nun, als einer Baſi, und dem Semidiametro e f. 3,2(1. als einer Höhe, machet ein Triangulum und rechnet deſſen Innhalt aus, das iſt, multipliciret beydes durcheinander, das Product halbiret, ſo iſt der Innhalt an Quadrat-Maaſſen gleich dem Sectori, a b c d.

3,611 (3 Sectoris Bogen-Stück.
3,2 (1 Semidiam. ef.

7222
10833

11,5552 (4 □.
halbirt. 5,7776 (4 □. Innhalt des Sectoris abcd.

VII. Hätte man den gröſſern Sectorem ehg. nach ſeinem Innhalt auszumeſſen, ſo muß auch, wie hier, 1) der Winckel des kleineren Sectoris bekandt werden; 2) der Semidiameter gemeſſen ſeyn; 3) das kleine Bogen-Stück ausgerechnet werden, wie lang dieß Stücklein Circul-Linie ſey. 4) Dieſes wird hernach von der Peripherie des gantzen Circuls ſubtrahiret, ſo bleibt im Reſt das gröſſere Stück von der Circul-Linie, welches den gröſſeren Sectorem einſchlieſſet. 5) Wird dieſe Länge als eine Baſis angenommen, und der Semidiameter zur Höhe, als ein Triangul angeſehen, und nach dem Problemate CXIX. ausgerechnet; ſo iſt der Innhalt eines ſolchen Triangels gleich dem Innhalt des gröſſeren Sectoris ehg. an Quadrat-Maaſſen. Da uns nun der Winckel, der Semidiameter und das kleine Bogen-Stück bekannt, ſo wollen wir nur die letztere Arbeiten hieher ſetzen:

20,096 (3 Peripherie.
3,611 (3 Bogen-Stück.

Subtr. 16,485 (3 gröſſeres Circul-Stück.
3,2 (1 Semidiam.

32970
49455

527520 (4
halbirt. 26,3760 (4 □ Innhalt des gröſſeren Sectoris e h g.

VIII. Die Probe, ob man richtig gearbeitet, iſt dieſe: Addiret die beyden Sectores, und rechnet auch beſonders die gantze Circul-Fläche aus; Wenn beyderſeits einerley Innhalt und Summen an Quadrat-Maaß heraus kommen, ſo iſt richtig verfahren. Nota: Wenn gleich in denen Bruch-Zeichen einige Differenz ſich äuſſert, ſo iſt darauf nicht zu advertiren, wenn nur die Gantze überein kommen in der Probe. Wolte oder ſolte man aber auch in denen Bruch-Zahlen aufs allernächſte zuſammen treffen in der Probe, ſo iſt Parte I. Sect. IV. ſchon gewieſen worden, daß, je mehr man kleine Bruch-Zahlen annehme, oder im dividiren nullen anhänge, daß man mehrere Bruch-Stücker bekomme, je näher komme man zum wahren Innhalt.

Proba.

26,3760 (4 □. Sector major.
5,7776 (4 □. Sector minor.

32,1536 (4 □. Superficies Circuli.

Schlägt

Schlägt man nun das Problema CXXX. Num. III. auf, allwo eben der Circul gantz ausgerechnet worden, ſo ſtehet eben der □-Innhalt daſelbſt 32,1536 (4□.

Scholion I.

Man kan den Sectorem majorem auch ſo ausrechnen: Wenn der Sector minor, der allemal vorher muß ausgerechnet werden, nach ſeinem ſuperficial-Innhalt bekannt, ſo rechnet man den gantzen Circul auch aus, und ſubtrahiret den Sectorem minorem von dem gantzen Circul, ſo giebt der Reſt den Sectorem majorem. Es giebt noch unterſchiedliche Arten, dieſe Ausrechnungen anzuſtellen; Allein die in dem Problemate angeführte halte ich billig vor die beſte, und übergehe dahero die andern.

Scholion II.

Martius in ſeinem Europæiſchen Ingenieur hat pag. 100. ſqq. ſeiner andern Haupt-Abtheilung eine artige Tabelle, durch deren Hülffe man um die Helffte Arbeit geſchwinder einen Sectorem ausrechnen kan: Jedoch, da ſolche compendia nicht allemal in der Taſche mit können getragen werden, und in dem Gedächtnüß ohnmöglich bleiben, ſo laſſe ich ſolche hinweg.

Problema CXXV.

Eines Segmenti circularis ſeinen ſuperficial-Innhalt auszurechnen.

Reſolutio.

I. Behaltet abermalen die Gröſſe des vorigen Circuls, ſo wird wieder eines zugleich des andern Probe ſeyn: Rechnet demnach am erſten den völligen Sectorem a b c d. aus, nach dem vorhergehenden Problemate.

II. Rechnet nun auch den gerad-linichten Triangul a c d. aus, nach dem Problemate CXIX. Tab. V. Fig. 11.

III. Sub-

III. Subtrahiret nunmehro den Triangul a c d. von dem Sectore a b c d. ſo giebt der Reſt den Innhalt des Segmenti minoris a b c e.

Exempli gratia.

Der Sector minor a b c d. iſt, nach der Ausrechnung des Problematis præcedentis, an □-Maaſſen 5,7776 (4 □. Der Innhalt des gerad-linichten Trianguls a c d. iſt 4,3125 (4. denn die Baſis deſſen a c. iſt 3,45 (2. die Höhe d e. iſt 2,5 (1. Subtrahiret man nun dieſen Triangul von dem Sectore, ſo bleibt im Reſt 1,5151 (4 □. welches der Innhalt des Segmenti a b c e. iſt.

Baſis △ a c.	3,45 (2	5,7776 (4 □	Sector minor.
altitudo. d e.	2,5 (1	4,3125 (4 △	a. d. c.
	1725	1,4651 (□	Segm. min.
	690		
	8,625 (3		
halbirt. △	4,3125 (4 □.	Innhalt des △ a d c.	

IV. Begehrte man aber das gröſſere Segmentum ausgerechnet, und es iſt alſo der groſſe Sector ſchon ausgerechnet, nach dem Problemate præcedente, wäre ſolcher an □-Maaß 26,3760 (4. ſo addiret nur den gerad-linichten Triangul a c d. ſo habt ihr das Segmentum majus.

26,3760	(4	Sector major.
4,3125	(4	△ a d c.
30,6885	(4 □.	Segment. majus.

V. Die Probe iſt, wenn man das Segmentum majus und minus addiret, und es kommt einerley ſuperficial-Innhalt heraus mit dem Circul, welchen

chen man auch ausgerechnet præſupponirt, ſo iſt richtig verfahren worden.

30,6885 (4 □. Segm. majus.
1,4651 (4 □. Segm. minus.

32,1536 □ Innhalt des gantzen Circuls.

Scholion.

Wenn man dieſe Principia recht fleißig durchgehet, ſo kan man damit alle Figuren, ſie ſeyen ſo irregulair, als ſie immer wollen, dennoch ausmeſſen. Die gerad-linichten laſſen ſich auf das accurateſte, die krumm-linichten aufs allernächſte ausrechnen; Nemlich man zerſchneidet ſie nur in Quadrata, Parallelogramma, Trapezia, Triangula, Segmenta, und rechnet jedes nach bishero gewieſener Methode aus, und addiret zuletzt dieſelben alle; ſind es aber eingebogene Krümmen, ſo rechnet man die Segmenta aus, und ſubtrahiret dieſelbe von dem gantzen Stück, wie einem jeden die Vernunfft lehret, wenn er irregulaire Figuren unter die Hände bekommt. Auf dem Felde kommen derer häuffig vor, dahero iſt es ſehr rathſam, man übe ſich vorhero darinnen auf dem Papier.

Problema CXXVI.

Den Innhalt eines Circul Rings, welchen zwey Circuli concentrici machen, auszurechnen.

Reſolutio.

I. Es wäre gegeben ein dicker Thurn, man ſolte deſſen Grund-Fläche ausrechnen, wie viel Quadrat-Maaß dieſelbe ausmachete; Es hätte der Thurn inwendig im Licht, oder an der innern Cavität, 9. Ruthen im Diametro, die Dicke der Mauren ſelbſt rings herum wäre 1. Ruthen, 3. Schuh. Tab. V. Fig. 12.

II. Rechne nunmehro den aüſſeren Circul A c,

10,

10,3(1. in Diametro haltend, aus: Hernach rechnet auch den innern Circul b d. aus, wie es Problemate CXXIII. gewieſen worden, alsdann ſubtrahiret den kleineren von dem gröſſeren Circul, ſo bleibt der äuſſere Circul-Ring übrig, als die Grund-Fläche des darauf erbaueten Thurns. Ich will die gantze Rechnung doch kürtzlich hieher ſetzen:

Ausrechnung des einen gröſſern Circuls Ac.

```
100 — 314 — 10,3(1
           10,3(1
           ------
           942
          314
     ---------------
         32342(1 (32,3(1. oder 32,342(3 periph.
        1   00
         32,342 (3 Peripheria.
           2,575 (3 quarta pars diam.
     ----------------
        161710
       226394
      161710
      64684
     ----------------
      83,280,650(6 □ Innhalt des gröſſern Circuls
                                 Ac.
```

Aus-

Ausrechnung des inneren kleinen Circuls b d.

100 — 314 — 9 (0
9
2826 (28 (0 oder
|1 00 (28,26 (2

28,26 (2 Peripheria
2,25 (2 quarta pars diametri.
14130
5652
5652
63,5850 (4 □ der innere Circul.

Subtractio Circuli minoris â majore.

83,280650 (6 □. Circul. maj.
63,5850 (4 □. Circul. min.

19,695650 (6 □. Innhalt des Circul-Rings, als der Fläche, auf welchen der Thurn ſtehet.

Problema CXXVII.

Eine Ellipſin nach ihrem ſuperficial-Innhalt auszurechnen.

Reſolutio.

I. Es ſey die Ellipſis a b c d. Tab. V. Fig. 13. Meſſet deren kleineſten Diametrum a c. dieſer halte 12. Ruthen: Meſſet auch deren gröſten Diametrum d b. welcher ſey 17 (0.

II. Suchet zwiſchen beyden Diametris die mediam proportionalem, entweder Geometricè, nach dem Problemate XXIX. & XX. Sect. II. Part. II. oder Arithmeticè, nach dem Problemate XXI. & XXII. Partis I. Sect. II. Hier ſoll es dießmahl arithmeticè geſchehen:

```
                              2  9
17 Diam. major.            1  8 3 6 1 6
12 Diam. min.              2 0 4 0 0 0 0 (14, 28 ( 2 Radix
---------                                  quæ media
34                         1 2 4           proportio-
17                             4           nalis.
---------                  -----
204                          9 6
                               1
                               2 8 2
                                   2
                               -----
                               5 6 4
                                   1
                                 2 8 4 8
                                       8
                               ---------
                               2 2 7 8 4
```

III. Nehmet den Radicem, als die mediam proportionalem 14, 28 (2. ſo wird dieß/ nach dem *Archimede*, ein Diameter zu einem Circul ſeyn/ der aufs nächſte der Ellipſi am Innhalt gleich iſt. Rechnet demnach dieſen Circul aus/ nach dem Problemate CXXIII. ſo wiſſet ihr auch/wie viel die Ellipſis am ſuperficial-Innhalt habe.

100 — 314 — 14,28(2
314

5712
1428
4284

44,8392 (4 Peripheria.
7,14 (2 Semidiam.

1793568
448392
3138744

32015 1888 (6□
Halbirt 160,075944 (6□ Innhalt des Circuls.

Demnach iſt der ſuperficial-Innhalt des Circuls 160,075944 (6□ und ſo viel wird die Ellipſis an ihrem Innhalt auch haben.

Problema CXXVIII.

Allerhand irregulaire Figuren nach ihrem ſuperficial-Innhalt auszurechnen.

Reſolutio.

Es giebt zwar derer irregulairen Figuren ſo vielerley, die zumahlen einem Feldmeſſer unter die Hände kommen, daß es unmöglich wäre, auf alle fürkommende Figuren ſpecialia præcepta zu geben. Ich will dahero nur einige Sorten anführen, aus welchen ein jeder hernach lernen kan, in andern irregularitäten ſich ſelbſten zu helffen.

I. Ein

I.

Ein ablanges auf der einen Seiten eingebogenes und auf der andern æqualiter ausgebogenes Stück auszumeſſen.

Tab. V. Fig. 14. I. Indeme die beyde Bögen afb. und ced. miteinander parallel lauffen, hiernächſt beyde Bögen auch einerley Länge haben, ſo ziehet die zwey Lineas rectas ab. und cd. und bekümmert euch gar nichts um die Bögen.

II. Meſſet eine lange Seite ab. und eine kurtze Seiten ac, multipliciret beyde durch einander, als wenn es ein Parallelogramm wäre, ſo erfahret ihr den wahren Innhalt der Figur: Denn ſo viel ihr in der Ausrechnung hinwegſchneidet bey afb. ſo viel gebt ihr wieder zu bey ceb.

II.

Ein ablanges Stück zu meſſen, an welchen oben das Segment gröſſer, als unten iſt.

I. Will man ſolche Flächen accurat wiſſen, ſo müſſen beyde Segmenta ausgerechnet werden, nach dem Problemate CXXV. Tab. V. Fig. 15.

II. Wenn beyder Segmentorum, des gröſſeren abce, und des kleineren defg. ihr Innhalt bekandt, ſo rechnet auch das Trapezium, oder Trapezoidem adfc. aus, nach dem Problemate CXX.

III. Wenn ihr aller dreyer Stücker Innhalt wiſſet, ſo addiret das gröſſere Segment abce. zu dem Trapezio, oder Trapezoide adfc. und das kleinere Segment defg. ſubtrahiret von dem Trapezio, ſo

bekommt ihr den ſuperficial Innhalt der irregula-ren Figur a b c f e d.

III.

Den Innhalt einer halben Mond-Figur zu berechnen.

I. Rechnet das Segmentum a c b d. aus, nach dem Problemate CXXV. und ſo auch das Segmentum a e b d. Vid. Tab. V. Fig. 16.

II. Subtrahiret dieß von jenem, ſo bleibt der Innhalt des halben Monds im Reſt.

IV.

Eine flache Figur von dreyerley Segmentis auszumeſſen.

I. Werden alle 3. Segmenta a b c. beſonders ausge-meſſen. Vid. Tab. V. Fig. 17.

II. Meſſet hernach auch den Triangul in der Mitten o x z. aus, und addiret zuletzt alles zuſammen, ſo iſt die Figur ausgerechnet.

Scholion I.

Der Vortheil, ſagt man ſonſt, iſt in allen Stücken Meiſter, und ſo auch hier in Ausmeſſung allerhand irregulairer Figuren. Demnach mercke man folgende Handgriffe in Ausmeſſung groſſer Felder.

I. Suchet, wenn das Feld ſchon auf das Papier getragen worden, wie bald auch ſoll gelehret werden, ein oder mehr groſſe Quadrata, oder Parellogramma heraus zu zeichnen.

II. Oder machet groſſe Trapezia daraus; dieß geſchiehet alſo: Nehmet nur die Seite, die zwiſchen zwey an einander ſtoſſenden Triangulis iſt, zur gemeinſchafftlichen Baſi an, und addiret b oder Triangulorum Höhe, ſo kan man ſehr viel Rechnens überhoben ſeyn. Solten aber die Höhen aus-wärts

wärts fallen, ſo wird die *Baſis* leicht durch eine blinde Linie verlängert.

III. Sind es aber gar zu *irregulaire* Figuren, ſo *æquiret* man die Aus- und Einbauchungen ſo gut als möglich, oder wo es vonnöthen und bezahlet wird, kan ein Feldmeſſer alle Ausbauchungen beſonders als *Segmenta* ausrechnen, die einwärts gehende *ſubtrahiren*, die auswärts-ſeyende *addiren*, wie die Vernunfft jeden ſelbſt lehret.

Ich habe dahero etliche Figuren zuletzt noch in der *Tabula V.* angehänget, daraus *Num.* 1. 2. 3. 4. 5. genug zu erſehen iſt, wie man in Ausrechnung dererſelben verfahren müſſe.

Scholion II.

Ich will mich noch etwas deutlicher, bey Ausrechnung derer *irregulären* Figuren, erklähren, inmaſſen dieſes das nothwendigſte iſt, denn man bekommt ſelten im Feld-meſſen *regulare* Figuren, und ſolte einem öffter nicht möglich ſeyn, eine ſolche *irregularité* ſich vorzuſtellen, welche zuletzt bey einem Grund-Riß ſich zeiget.

Wenn demnach Schlangen-weiſe Züge in einem Feld fürkommen, ſo ſehet nur darauf, ob ſie einander wenigſtens aufs nächſte gleich ſind in der Ausſchweiffung, das iſt, ob eine Ausbauchung ſo weit heraus gehe, als weit die andere Einbauchung hinein lauffet: Befindet ſich dieſes, ſo ziehet nur mitten durch eine *Lineam rectam*, oder auf dem Feld nur *mente* eine Linie durchgezogen, und richtet eure Rechnung darnach ein, und iſt dieſes im Feld-meſſen gar wohl zu mercken, denn da kan man ſich ohnmöglich an alle Krümmen binden. Wenn man groſſe Wälder, Felder und Weyher, auszumeſſen hat, da immer ein Buckel heraus, der andere hinein gehet, und man ſiehet, daß ſolche Ausſchweiffungen nicht allzumercklich ungleich ſind, ſo *tractiret* man ſie wie die *Triangul*, nimmt ihre gröſte Weite, damit ſie von der Linie (die durch ſolche Krümmen *mente* gezogen wird,) abſtehet, vor die Höhe an, und die alſo *mente* durch die Krümme nach der Länge gezogene Linie vor die *Baſin*, und verfähret ordentlich, wie mit *Triangulu* zu *procediren* gelehret worden. Jedoch iſt dieſes noch darbey zu mercken, man darff dergleichen Schlangen-

gen weiß=gehende Krümmen, nicht gar zu lang auf einmal vor eine gerade Linie annehmen, ſondern mehrmahlen abſetzen, und ein neues Stück krummer Linien unter einem andern Winckel wieder vor eine gerade Linie annehmen, immaſſen ſonſten dennoch eine allzugroſſe Ungleichheit im rechnen heraus käme, und dörfften wohl etliche Ruthen zu viel, oder zu wenig werden. In Summa: Je kürtzer ich aus= und einſchweiffende Krümmen für gerade Linien annehme, je öffter ich ein ſolch Stück alleine ausrechne, je kleiner ich die irregularen Felder in Trapezia und Trapezoida, &c. eintheile, je accurater und näher werde ich zu dem ſuperficial-Innhalt kommen.

Scholion III.

Ehe ich aber weiſe, wie auf dem Feld zu verfahren, ſo will vorhero noch zeigen, wie man auf dem Papier, mit der Additione, Subtractione, Multiplicatione und Diviſione Superficierum umgehen müſſe, denn es nützet gar viel, wenn man vorhero auf dem Papier wohl geübt iſt, ehe man es auf dem Feld angreifft. Zum Beſchluß dieſes Capituls aber, muß noch ein artiges zur Planimetrie gehöriges ſehr nützliches Problema, von dem Proportional-Circul, anhängen.

Problema CXXIX.

Man hätte ein irregulares Stück Feld von lauter geraden Linien in Grund gelegt, darzu wäre der Maaßſtab vergeſſen worden zu zeichnen: Es wäre aber gleichwohl eine Seite deſſen bekannt, an Ruthen, Schuhen und Zollen; den Innhalt aller übrigen Linien des Feldes geſchwind durch den Proportional-Circul zu finden, ohne erſt mit Mühe einen Maaßſtab zu machen.

Reſolutio.

I. Es wäre die Figur Abcdefghik. Tab. VI. daran wüſte ich alleine die Seite Ab. Fig. 1. daß ſie 50 (o. hielte: Fraget ſichs nun, wie viel hält bc. item cd, de, ef, fg, gh, &c?

II. Nehmet demnach mit einem Hand-Circul die Weite Ab. und traget ſolche in die Lineam Arithmeticam des Proportional-Circuls transverſim, von 60. auf 60.

III. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet alsdann von eurer Figur die Seite bc. traget ſie herüber in den unverruckten Proportional-Circul, und ſehet zwiſchen welchen Zahlen dieſe Weite einſchlage, Ex. gr. in 50 (o. ſo wird bc. 50. Ruthen lang ſeyn.

IV. Nehmet das Latus cd. traget es eben alſo in die Lineam Arithmeticam, nur daß der Proportional-Circul nicht verrucket werde, dieſe wird einſchlagen in 30 (o. und demnach iſt cd. 30. Ruthen lang.

V. Machet es mit allen übrigen Seiten alſo, ſo wird de, 74 (o. ef, 76 (o. fg, 34, 5 (1. gh, 48 (o hi, 32 (o. ik, 28, 5 (1. ſeyn. Und ſo kan man es mit allen dergleichen Flächen machen.

VI. Solte gar keine Seite daran bekannt ſeyn an einem ſolchen irregularen gerad-linichten Viel-Eck, ſo proportionire ich nach Gefallen von ſelbſten die Linien: Ich nehme eine Seite an, welche ich will, und ſage, dieſe ſoll Ex. gr. 60. oder 80. gleich-groſſe Theile haben. Demnach trage ich

dieſe Seite in 60. oder 80. auf die Lineam Arithmeticam, und laſſe den Proportional-Circul unverrückt alsdann liegen, und trage alle übrige Linien der Figur auf die Lineam Arithmeticam, wie gewieſen worden, ſo finde ich ſie alle, wie viel eine jede Theile habe.

VII. Solte eine von denen Linien der Figur nicht auf die Lineam Arithmeticam accurat von einerley Zahl zu einerley Zahl gehen, ſondern ſie ſchlüge Ex. gr. auf dem einem Schenckel in 77. auf dem andern Schenckel in 78. ein, ſo machet es, wie ſchon gewieſen worden, behaltet 77. und ſetzet noch ein halbes, nemlich 5. Schuh, nach der Decimal Rechnung, daran, ſo ſtunde es alſo 77,5 (1.

CAPUT VI.

Von der Additione, Subtractione, Multiplicatione und Diviſione derer flachen Figuren.

Problema CXXX.

Quadrata zu Quadratis zu addiren.

Reſolutio.

I. Nehmet zwey und zwey von denen Quadratis, welche in ein groß Quadrat zuſammen ſollen addiret werden, und ſetzet ihre beyde Seiten zuſammen in einen rechten Winckel, ſo giebt die hypothenuſa

ſa

ia ein Latus zu einem Quadrat, welches am Innhalt gleich iſt denen beyden erſtern Quadratis.

II. Wäre noch ein Quadrat zu addiren, ſo nehmet das Latus des neu-gefundenen Quadrati, und das Latus des noch zu addirenden Quadrati, ſetzet beyde wieder in einen rechten Winckel zuſammen, ſo iſt die hypothenuſa das Latus zu einem neuen Quadrat, in welchen die 3 erſtern ſtecken.

III. Addiret man zu dieſem neuen Quadrat das vierdte, ſo erhält man ein Quadrat, welches die vier erſteren in ſich ſchlieſſet. So lange man nun dieſes continuiret, ſo lange wird das neue herauskommende Quadrat immer um eines gröſſer, bis endlich das letzte gleich wird allen denen Quadratis, welche zu addiren waren.

Exempli gratia.

Ich hätte die drey Quadrata A B C. zu addiren, ſo ſetzet von A. und B. ein Latus genommen, beyde in einen rechten Winckel zuſámmen, ſo giebt die hypothenuſa das Latus zu dem □ D = A & B. Nun hänget ein Latus von dieſem neuen Quadrat D. und ein Latus von dem dritten Quadrat C. wieder ad angulos rectos zuſammen, ſo iſt die hypothenuſa ein Latus zu dem Quadrat E. welches = □. □. □. A B C. iſt. Tab. VI. Fig. 2. Num. 1. 2. 3. 4. 5.

Scholion I.

Mit Figuren, die einander ähnlich ſind, kan man dieſes auch mit allen ihren Seiten thun: Ex. gr. Mit gleich-ſeitigen Triangeln. Was aber die Additionem derer Circul-Flächen anlanget, ſo iſt nicht nöthig, daß man dieſe zuvor in Quadrata Tab. VI. Fig. 3. Num. 1. 2. 3. 4. 5.

verwandle, ſondern man nimmt nur ihre Diametros, ſetzet ſolche in einen rechten Winckel zuſammen, ſo ſind die hypothenuſæ allemal neue Diametri zu neuen Circul-Flächen, welche die vorige Circul am Innhalt in ſich haben: Die Figura 4. Tab. VI. Num. 1. 2. 3. 4. 5. 6. wird dieſes klärer anzeigen.

Scholion II.

Arithmeticè addiret man Quadrata zu Quadratis, daß wieder ein Quadrat an einer Figur daraus werde, wenn man jedes Quadrati ſuperficial-Innhalt ausrechnet, aller Quadratorum gefundene Innhalte addiret, und aus der Summa den Radicem quadrati extrahiret, ſo giebt der Radix ein Latus zu einem Quadrat, welches ſo groß iſt, als alle die kleinere Quadrata, die addiret werden ſolten.

Problema CXXXI.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls gleich-förmige Figuren zu addiren.

Reſolutio

I. Es ſeyen gegeben drey gleich-förmige Triangul A B C. So nehmet die Seite des Trianguls A. ſtellet ſelbige transverſim auf die Lineam Planorum zwiſchen 4. und 4. als einer beliebigen Zahl. Tab. VI. Fig. 7. Num. 1, 2. 3. 4.

II. Laſſet das Inſtrument unverrückt liegen, und nehmet mit einem Hand-Circul die Seiten der andern zwey Triangul B. und C. und ſehet, zwiſchen welchen gleichen Zahlen ſolche eintreffen. Es wird ex. gr. B. zwiſchen 8 und 8. und C. zwiſchen 13 und 13. einſchlagen.

III. Addiret dieſe Zahlen, 4. 8. 13. machet 25. Nehmet demnach mit einem Hand-Circul die Weite von 25 zu 25. auf der Linea Planorum des unverrückt-gebliebenen Inſtruments, ſo kan man damit einen Triangul D. aufrichten, der ſo groß iſt, als die 3. Ttiangula ABC.

Pro-

Problema CXXXII.

Regulaire Flächen und Figuren von regulairen Flächen und Figuren zu ſubtrahiren.

Reſolutio.

I. Ich hätte die zwey Quadrata A. und B. Tab. VI. item die zwey gleich-ſeitige Triangul C. Fig. 5. und D. Nun ſolte B. von A. und D. Fig. 6. von C. ſubtrahiret werden, daß der Reſt wieder ein Quadrat, oder gleich-ſeitiger Triangul bliebe, ſo nehmet von dem Quadrat A. ein Latus a. und von dem Quadrat B. ein Latus b. machet es eben ſo mit denen Triangulis.

II. Setzet beyde Latera zuſammen, alſo, daß das gröſſere Latus a. die hypothenuſam, b. aber den cathetum eines recht-wincklichten Trianguls gebe, welches auch mit dem dahero blind-herum gezogenen halben Circul angedeutet wird, nach dem Problemate LXXIX. Num. IV. Sect. II. Part. II.

III. Wenn dieſes geſchehen, ſo wird die dritte ledige Seite in dem halben Circul, wenn ſie zuſammen gezogen wird, ein Latus zu einem Quadrat oder Triangul geben, welcher heraus kömmt nach der Subtractione.

IV. Eben ſo verfähret man auch mit denen Circul-Flächen: Man nimmt ihre Diametros, oder Semidiametros, und machet den gröſten von beyden zu einer hypotheniuſa, den andern zu einem catheto, ſo giebt die Baſis, die in dem halben Circul gefunden wird, einen Diameter oder Semidiameter zu einem Circul, der nach der Subtractione als ein Reſt übrig bleibet. Es gehet dieſes auch mit anderer ähnlicher Figuren ihren correſpondirenden Seiten an.

V. Arithmeticè ſubtrahiret man eine Fläche von der anderen, wenn zweyer Quadratorum ihr ſuperficial-Innhalt ausgerechnet worden, hernach ſubtrahiret das kleinere Quadrat von dem gröſſeren, aus dem Reſt ziehet Radicem Quadrati, ſo iſt dieſer das Latus zu einem Quadrat, welches nach der Subtractione übrig bleibet. Sind es aber Triangula æquilatera, oder Circul-Flächen, oder ſonſt ähnliche Figuren, ſo multipliciret nur ihre Seiten, oder Diametros, oder ähnliche correſpondirende Seiten, mit ſich ſelbſt, und machet auf ſolche Weiſe Quadrata aus ihnen: Alsdann ſubtrahiret das eine von dem andern, und aus dem Reſt ziehet den Radicem, ſo habt ihr auch was ihr verlanget. Ex. gr. Ich hätte zwey Circul, die von einander ſolten ſubtrahiret werden, der Diameter des gröſſern Circuls hielte 17, 3 (1. der Diameter des kleineren Circuls hätte 9, 4 (1. wenn beyde Diametri, jeder mit ſich ſelbſt, multipliciret werden, ſo bringt der gröſſere zur Quadrat-Zahl heraus 299, 29 (2□. der kleine Diameter bekommt 88, 36 (2□. Subtrahiret dieß von jenem, bleibt im Reſt 210, 93 (2□. Extrahiret hieraus Radicem Quadrati, dieſer wird ſeyn 14, 5 (1. und ſo viel hält der Diameter eines Circuls, der zum Reſt übrig bleibet. Die Probe deſſen iſt, wenn man es auch Geometrice tractiret, denn da wird nach der Subtractione eine Linie übrig bleiben, die accurat 14, 5 (1. lang iſt, wo ſie gemeſſen wird.

Problema CXXXIII.

Mit Hülffe des Proportional-Circuls gleich-

för-

förmige Figuren von einander zu ſubtrahiren.

Reſolutio.

I. Behaltet die Triangula D C B A. Tabula VI. Figura 7. Numero 1. 2. 3 4. Geſetzt, es ſolte das Triangulum C. von dem Triangulo D. ſubtrahiret werden, ſo nehmet das Latus D. ſtellet ſolches transverſim in 25. und 25. auf die Lineam Planorum.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet das latus Trianguli C. mit einem Hand-Circul, verſuchet es, in welcher Zahl eines plani ſolches auf beyden Schenckeln des Proportional-Circuls zugleich eintreffe, dieß wird hier ſeyn in 13 zu 13.

III. Subtrahiret demnach 13 von 25. bleibt 12. Nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 12 zu 12. auf der Linea planorum, ſo giebt dieſe einen Triangul, der ſo groß ſeyn wird, als wenn man aus dem Reſt, der nach der Subtractione des kleinern △ von dem gröſſern △ übergeblieben, einen neuen △ aufgerichtet hätte.

IV. Solte der Triangul B. auch ſubtrahiret werden, ſo laſſet den Proportional-Circul in der vorigen Oeffnung, träget mit einem Hand-Circul die Weite eines Lateris des △ B. in die Lineam planorum, und ſehet wo ſie einſchlage, dieß wird in 8 zu 8. ſeyn. Subtrahiret demnach 8 von 12. bleibt 4. Nehmet die Weite von 4 zu 4. auf der Linea planorum durch einen Hand-Circul, ſo giebt dieſe einen Triangul A. der übrig bleibt, wenn der △ B. und C. von dem △ D. ſubtrahiret worden.

Pro-

Problema CXXXIV.

Gleich-förmige Flächen durch gleich-förmige Flächen zu multipliciren.

Reſolutio.

1. Wenn man Triangula, Parallelogramma oder Quadrata hat, ſo machet man entweder deren Baſin ſo vielmal länger, als vielmal mehr ihrer werden ſollen, und behält die erſte Länge, oder man behält die eine Baſin und trägt die Höhe ſo vielmal auf einander, als vielmal die Superficies ſoll vermehret werden.

Exemplum I.

Der Triangul A. ſoll 3-mal ſo groß Tab. VI. werden, als er iſt, ſo machet entweder die Fig. 8. Baſin 3-mal länger und behaltet die Höhe, und es wird der △ BCD. 3-mal ſo groß, als der △ A. ſeyn; oder behaltet die Baſin, und machet die Höhe 3-mal ſo hoch, ſo wird Fig. 9. der Triangul DEF. 3-mal ſo groß ſeyn, als der △ A.

Exemplum II.

Das Parallelogrammum D. ſoll 3-mal gröſſer werden, Tab. VI. Fig. 10. ſo wird ABCE. 3-mal gröſſer ſeyn nach der verlängtern Baſi, und das Parallelogramm FGHI. Fig. 11. wird 3-mal gröſſer ſeyn nach der verlängerten Höhe, als das gegebene Parallelogramm D.

Exemplum III.

Eben ſo iſt das Parallelogramm C. Tab. VI. Fig. 12. 3-mal gröſſer, als das gegebene Quadrat F. da die Baſis verlängert worden; im Gegentheil iſt das Parallelogramm G. Fig. 13. 3-mal ſo groß, als

das

das Quadrat F. da die Höhe verlängert worden. Wolte man nun aber aus dieſen Parallelogramm G. oder C. ein Quadrat wieder machen, das 3=mal gröſſer wäre, als das Quadrat F. und gleichwohlen kein Parallelogramm, ſondern wieder ein Quadrat wäre, ſo ſuchet man nur zwiſchen der Baſi a c. und der Höhe c e. die mediam proportionalem, dieſe iſt das Latus zu einem Quadrat, das 3=mal ſo groß, als das □ F.

Scholion I.

Dieſe Arbeit dienet auch zur Verminderung derer Quadraten, Circuln und anderer ähnlichen Figuren: Man ſuchet nur zwiſchen der Seiten des gegebenen Quadrats, und eben derſelben Seiten, ſo viel ſie kleiner ſeyn ſoll, die mediam proportionalem, ſo giebt dieſe die Seite zu einem Quadrat, welches juſt um ſo viel kleiner ſeyn wird, als verlanget worden. Exempli gratia: Es wäre b c. die Seite eines Quadrats, wenn man nun wiſſen wolte, Tab. VI. wie groß ein Quadrat würde, wenn von b c. nur $\frac{1}{4}$ Fig. 14. oder $\frac{1}{5}$ ꝛc. genommen würde, ſo hänget nur an b c. noch ein Fünfftel von b c. daran, a b. ſo wird nach dem Problemate XXIX. & XXX. Sect. II. Part. II. die media proportionalis b d. diejenige Seite zu einem Quadrat geben, welches $\frac{4}{5}$ mal ſo groß iſt, als das Quadrat des Lateris b c.

Scholion II.

Es iſt noch ein artiger Modus die Quadrata und Circul in ordentlich=ſteigender Zunahme zu multipliciren: Es ſoll ex. gr. das Quadrat A. Tab. VI. Fig. 15. mit 4. multipliciret, id eſt vierfach gröſſer werden, ſo machet es alſo:

1) Nehmet die diagonalem b c. und traget ſolche von a. auf die Linie a c. ſo werdet ihr haben a d. machet aus dieſer das Quadrat a d e g. welches noch einmal ſo groß, als das Quadrat A. ſeyn wird.

2.) Ziehet in dieſem zweyten Quadrat die Diagonalem d b. traget ſie aus a. in h. ſo iſt a h. das Latus zu einem Quadrat a h f i. welches 3=mal gröſſer.

3. Zie-

3.) Ziehet abermalen die Diagonalem h d. traget ſie aus a. in k. machet mit a k. ein Quadrat, a k m n. ſo iſt dieß 4-mal ſo groß, als das erſte □ A. und ſo ferner.

4.) Mit denen Circuln machet man es auch alſo: Nehmet den Diametrum Circuli dati und traget ihn zweymal, in einem rechten Winckel zuſammen ſtoſſend, auf; Ziehet eine diagonalem a b. ſo iſt dieſe ein Diameter zu einem Circul, der zweymal ſo groß iſt. Traget dieſen Diameter aus c. in d. und ziehet die Diagonalem d b. ſo iſt dieſe ein Diameter zu einem Circul der 3-mal ſo groß iſt, und ſo ferner. Tab. VI. Fig. 16.

Scholion III.

Gleichwie ich nun nach der Arbeit des Scholii II. præcedentis, durch die diagonalem immer ein Latus oder Diametrum zu einem Quadrat oder Circul heraus bringe, der noch einmal ſo groß iſt, als das erſte Quadrat oder Circul, indeme ich immer des erſten Quadrati Latus, oder erſten Circuls Diameter unten in der Baſi a b. Fig. 16. Tab. VI. behalte, und immer aus einerley Punct b. die diagonales ziehe; Alſo kan man auch dieſe multiplicationem alſo verrichten, daß das heraus-kommende Quadrat, oder Circul, immer noch einmal ſo groß, als das nächſt-vorhergehende, und alſo NB. gegen dem allererſten Quadrat, oder Circul, allezeit in ratione dupla ſteige, daß, wenn das zweyte Quadrat, oder Circul, noch einmal ſo groß, als das erſte war; ſo muß das dritte Quadrat, oder Circul, 4-mal ſo groß, das vierdte 8-mal ſo groß, das Fünffte 16-mal ſo groß ꝛc. ſeyn, als das allererſte Quadrat, oder Circul war. Wenn man nemlich die diagonalem, oder hypothenuſam allemal von dem nächſt-letzten Quadrat, oder Circul, ziehet, nicht aber immer bey dem erſten punct b. in dem erſten Quadrat, oder Diametro verbleibet.

Exempli gratia.

Es ſey des erſten Quadrati Latus, oder des Circuli Diameter a b. nehmet deſſen diagonalem b c. und traget ſolche aus a. auf d. und machet das Quadrat, oder Circul, a d e f. welches zweymal ſo groß, als das erſte. Ziehet ferner die diagonalem f d. und machet damit das Quadrat und Circul A G H I. wel- Tab. VII. Fig. 1. Fig. 2.

welcher 4-mal ſo groß, als der erſte. Ziehet die diagonalem Gi. machet mit dieſem Gi. ein Quadrat oder Circul, a k l m. ſo wird dieß 8-mal ſo groß ſeyn, und ſo ferner.

Scholion IV.

Eben dieſes gehet auch mit allen Seiten derer gleich-förmigen und regulairen Figuren an: Exempli gratia, ein regulaires 6-Eck A. zu multipliciren, ſo nehmet ein Latus deſſen, und ſetzet es ad angulos rectos zuſammen: Ziehet die diagonalem, ſo giebt dieſe ein Latus zu einem 6-Eck, das zweymal ſo groß, und nachdeme ihr entweder nach dem Scholio II. oder III. hujus Problematis verfahret, ſo wird ſolches bald in ratione dupla wachſen, bald einzeln ſteigen. Die Figura 3. Tab. VII. Num. 1. 2. 3. wird es, nach dem bisherigen erklärten, von ſelbſten deutlich machen.

Scholion V.

Anjetzo will ich auch den fürtrefflichen Nutzen des Proportional-Circuls in Multiplicirung derer Flächen weiſen; Dieſer verdienet wohl betrachtet zu werden, denn er giebt Anlaß zu mehrern Gedancken.

Problema CXXXV.

Einen Triangul durch Hülffe des Proportional-Circuls zu vergröſſern und zu verringern.

Reſolutio.

I. Es ſey A. ein gleich-ſeitiger Triangul, welcher 3-mal gröſſer werden ſoll, ſo nehmet das eine Latus a b ſtellet daſſelbige transverſim von 10 auf 10. in die Lineam planorum, als in eine beliebige Zahl. Tab. VII. Fig. 5. Num. 1. 2.

II. Nehmet unverrückt durch einen Hand-Circul die Weite von 30 zu 30. weil er 3-mal gröſſer werden ſoll, ſo iſt dieß ein Latus zu einem gleich-ſeitigen Triangul, der 3-mal gröſſer iſt.

III. Solte er 4. 5. 6-mal ꝛc. gröſſer werden, ſo durffte man nur die Weite zwiſchen 40. 50. 60.

nehmen, NB. ſo weit die Linea planorum ſich eben erſtrecket.

IV. Solte dieſer Triangul verringert werden, ſo ſtellet ihn nur in 60. und 60. transverſim nach einem latere, auf die Lineam planorum, und nehmet unverruckt, die Weite von 30. ſo iſt er 3-mal kleiner, ꝛc.

Scholion.

Alſo machet man es mit allen andern Figuren, ſie mögen regulair, oder irregulair, Circul, Trapezia, oder andere ungleiche Figuren ſeyn. Ich nehme nur ihre Seiten eine nach der andern, und procedire alſo, wie in dem Problemate gewieſen worden, ſo können alle Figuren vergrößert und vermindert werden, nachdeme beliebt, oder befohlen wird.

Problema CXXXVI.

Ein Quadrat zu vermehren und zu vermindern, auf dem Proportional-Circul.

Reſolutio.

I. Nehmet des gegebenen Quadrati eines Latus, ſetzet ſolches transverſim in die Lineam planorum auf eine beliebige Zahl, 10. und 10.

II. Nehmet unverrückt die Weite von 60. zu 60. wenn es 6-mal gröſſer werden ſolte, oder von 40. zu 40. wenn es 4-mal gröſſer ſeyn müſte, ſo giebt eine ſolche Weite das latus zu einem Quadrat, welches 4- 6-oder mehr-mal gröſſer ſeyn wird.

III. Solte das Quadrat aber verringert werden müſſen, ſo ſetzet das Latus Quadrati erſtlich in 60. transverſim, und nehmet hernach die Weite von 10. zu 10. wenn es 6-mal kleiner werden ſolte, ꝛc.

Corol-

Collarium.

Wenn man mit denen Semidiametris derer Circul auch alſo verfähret, ſo können dieſe ebenfals vermehret und verringert werden.

Problema CXXXVII.

Einen ungleich-ſeitigen Triangul auf dem Proportional-Circul zu vermehren und zu vermindern, nach Gefallen.

Reſolutio.

I. Es ſoll der Triangul a b c noch einmahl ſo groß werden, ſo verlängert eine jede Seite deſſen, eine nach der andern; Nehmet das Latus a b. ſtellet ſolches in die Lineam planorum transverſim zwiſchen 10. und 10. nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 20. und 20. und traget dieſe beſonders auf das Papier A B. Tab. VII. Fig. 4. Num. 1, 2.

II. Nehmet das andere Latus Trianguli, a. c. ſtellet ſolches auch zwiſchen 10. und 10. transverſim auf die Lineam planorum, nehmet hierauf die Weite von 20 zu 20. ſo giebt dieſe das Latus A C.

III. Nehmet auch das Latus b c. traget dieſes transverſim auf 10. und 10. in die Lineam planorum, und meſſet mit dem Hand-Circul die Weite von 20. auf 20. in der Linea planorum, ſo habt ihr das Latus B C.

IV. Mit dieſen 3. Linien könnet ihr den Triangul A B C. machen, der noch einmal ſo groß iſt, als der △ a b c.

Scholion.

Man kan es auch alſo machen: Verlängert an Tab. VII. dem gegebenen Triangul a b c. zwey Seiten, a c. Fig. 6. und a b. traget a c. in die Lineam planorum von 10. zu 10. transverſim. Nehmet unverrückt die Weite von 20. zu 20. und traget ſie aus a. in d. Nehmet die andere Seiten des Trianguls a b. traget ſie transverſim von 10. zu 10. in die Lineam planorum. Nehmet die Weite von 20. zu 20. und traget ſie aus a. in e. Ziehet d e. zuſammen, ſo iſt der Triangul a d e. noch einmal ſo groß, als der Triangul a b c.

Problema CXXXVIII.

Eine irregulaire Fläche mit dem Proportional-Circul zu vermehren und zu vermindern, alſo daß die Theile mit dem Gantzen einerley Figur behalten.

Reſolutio.

I. Es wäre gegeben das irregulaire im Grund gelegte Stück Feld, a b c d e f. Tab. VII. Fig. 7. dieß ſolte noch einmal ſo klein werden, als es iſt, ſo ziehet aus dem einem Eck a. blinde Linien auf alle Winckel.

II. Nehmet nunmehro eine Linie nach der andern, und traget ſie in die Lineam planorum zwiſchen 20. und 20. und nehmet alle mal die Weite zwiſchen 10. und 10. und traget ſolche aus a. in die gezogene Linien. Ziehet endlich dieſe neu-gefundene puncta zuſammen, ſo iſt die gantze Figur um die Helffte kleiner, in a g h i k l.

Exempli gratia.

1) Nehmet die Weite a b. traget es zwiſchen 20. und 20. in die Lineam planorum, hernach traget die Weite zwiſchen 10. und 10. aus a. in g.

2) Neh-

2) Nehmet die Weite a c. traget ſie zwiſchen 20. und 20. auf die Lineam planorum, die alsdann ſich gebende Weite zwiſchen 10. und 10. traget aus a. in h.

3) Nehmet die Weite a d, traget ſie ebenfals zwiſchen 20. und 20. in die Lineam planorum, und die Weite zwiſchen 10. und 10. traget aus a. in i.

4) Nehmet die Weite a e. traget ſie zwiſchen 20 und 20. und die Weite von 10. zu 10. in der Linea planorum traget aus a. in k.

5) Endlich die Weite a f. zwiſchen 20. und 20. geſtellet, und die Weite zwiſchen 10. und 10. genommen, aus a. in l. getragen, giebt die Figur a g h i k l, die halb ſo groß iſt, als a b c d e f.

Scholion I.

Man kan auch in der Mitte ein Punct annehmen, wenn die Figuren zu viel ungleiche Ecken haben, und von dar aus auf alle Winckel blinde Linien ziehen, und nach dem Problemate verfahren, wie an der Figura 9. Tab. VII. zu ſehen iſt. Sind es aber regulaire Viel-Ecke, ſo gehet es noch geſchwinder, man mag ſolche vergröſſern, oder verkleinern ſollen: Denn da dörffen nur von einem Eck allein alle Linien genommen, in die Lineam planorum getragen, und gehöriger maſſen vergröſſert, oder verkleinert werden, ꝛc. Hernach trägt man einer jeden Linie eines Ecks Vergröſſerung oder Verkleinerung herum in alle Eck. Ex. gr. Tab. VII. Fig. 8. ſoll die kleinere regulaire Figur 2-mal gröſſer werden, ſo nehme ich nur a x. und trage ſolche in die Lineam planorum zwiſchen 10. und 10. und nehme die Weite zwiſchen 20 und 20. ſo bekomme ich das Latus A x. dieß trage ich gleich rings herum; hernach nehmet auch das Latus b x, ſtellet ſolches zwiſchen 10. und 10. auf die Lineam planorum, und nehmet die Wei-

te zwiſchen 30. und 30. und traget ſolche rings-herum in B x, B x, B x, &c. ſo iſt die gantze Figur vergröſſert.

Scholion II.

Es iſt gantz gewiß, der Proportional-Circul thut in Aufreiſſung derer Figuren in dem Feld-meſſen unausſprechlichen Nutzen. Hierbey bemercke ich noch einen Vortheil: Wenn man Ex. gr. in der Fig. 9. Tab. VII. die blinden Linien alle aus dem freywillig angenommenen Centro gezogen hat, und man weiß, um wie viel die Figur kleiner werden ſoll, Ex. gr. 4-mal kleiner ſolte ſie ſeyn, ſo nehme ich nur ein Latus x a. trage dieſes in die Lineam planorum von 60. zu 60. und nehme die Weite von 15. zu 15. und trage es aus x. in o. Alsdann nehme ein gut Parallel-Lineal und ziehe mit a b. die parallelam o n. hernach fahre mit dem Parallel-Lineal von der Linie b c. herunter auf das punct n. ſo giebt ſich die Linie n. m. und ſo rings herum, ſo iſt es noch geſchwinder geſchehen. Wenn man kein Parallel-Lineal hat, gehet es und wohl noch beſſer mit einem höltzernen oder helffenbeinernen rechtwincklichten Triangul und gemeinem Lineal an, wie Sect. I. Part. II. gewieſen worden. Solte aber eine Figur zu vergröſſern ſeyn, ſo continuiret man nur alle blinde Linien aus dem Centro gezogen über die Figur hinaus, und verfähret alsdann wie gelehret worden. Ich habe deßwegen Tab. VII. Fig. 9. etliche blinde Linien alſo verlängert angezeigt.

Scholion III.

Arithmetice geſchiehet die Multiplication alſo: Ich nehme das Quadrat, welches im Innhalt hätte 2304 ☐. dieß ſolte 4-mal gröſſer werden, ſo multiplicire ich ſolches mit 4. komt heraus, 9216 ☐. daraus extrahire Radicem Quadrati. welcher ſeyn wird 96 ☐. damit richte ein Quadrat auf, ſo wird ſolches 4-mal ſo groß ſeyn.

Scholion IV.

Nunmehro komme ich zu der Diviſione ſuperficierum, welche unter allen zu wiſſen die nothwendigſte iſt, denn es beſtehet faſt das meiſte von der Geometria practica ſic dicta in ſolchen Begebenheiten, da man durch Erb-Theilungen derer

Län-

Ländereyen, die Felder, Wieſen, Wälder, Gärten, Weyher, in groſſe Theile zertheilen ſoll, ja einem jeden Bauersmann gewiſſenhafft ſeine Güther zu dividiren hat, da dann, nach der Zahl derer Erben, offt wunderliche und vielfältige Zertheilungen, Verſteinungen, durch Marck- und Gräntzſteine fürfallen. Will man gantze Land-Charten, oder ſpeciale chorographiſche Charten, ingleichen bloſſe Grundlegungen einiger Wälder, Höffe, oder Teiche, machen, ſo muß man abermahlen die Diviſionem wohl innen haben. Es wird aber eigentlich dieſe Diviſio ſonſten *Geodæſia* genennet, von dem Griechiſchen Wort, *δαίομαι*, ich theile, nemlich eine Erdtheilung, weil ſie von der Austheilung der Erd-Fläche handelt.

Problema CXXXIX.

Allerley flache Figuren in unterſchiedliche gleiche und ungleiche Theile zu zertheilen.

Reſolutio.

I. Ein Parallelogrammum, Quadratum, Rhombus, Rhomboides, ſind die bequehmſte zur Theilung, wie nicht weniger die Trapezia und Triangula; die übrigen Figuren machen mehr Mühe, ob ſie gleich alle nach einerley methode zertheilet werden.

II. Solte ein Quadrat, Rhombus, Parallelogramm, oder Rhomboides, in gleiche Theile, Ex. gr. in 3. zertheilet werden, ſo nehmet nur zwey und zwey gegen einander überſtehende Seiten, entweder die zwey langen, oder zwey kurtzen, und theilet ſie in 3. gleiche Theile, durch Hülffe des Proportional-Circuls, und hänget die Theilungs-puncta durch parallelas zuſammen, ſo iſt die Diviſio geſchehen. Vid. Tab. VII. Fig. 10. Num. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

Tab. VII. Fig. 11. III. In einem Trapezio theilet die beyde Parallelen in ſo viel gleiche Theile, als die Figur Theile bekommen ſoll, und ziehet die puncta durch Linien zuſammen, ſo iſt die Zertheilung verrichtet.

IV. Soll aber manchmal die Fläche in viel Theile zertheilet werden, Ex. gr. in 6. in 12. ꝛc. und die Zahlen ſind alſo beſchaffen, daß man ſie in zwey ſolche kleinere zerlegen kan, welche, wo ſie durch einander multipliciret werden, die erſte Zahl wieder heraus bringen, wie hier die Zahl 6. in 2. und 3. zergliedert werden kan, denn 2-mal 3. iſt 6. oder die Zahl 2. in 3. und 4. denn 3-mal 4. iſt 12. So traget die eine Zahl auf die 2. breiten, und die andere Zahl auf die 2. langen Seiten, wie ſichs am beſten ſchickt, und hänget die puncta durch parallelen creutz-weiß zuſammen, ſo iſt das Feld auch in förmliche Theile zertheilet.

V. Arithmetice geſchiehet dieſe Diviſio alſo: Meſſet die Länge einer Figur, und die Breite deren, und dividiret jedes durch die Zahl, darein das Feld zertheilet werden ſoll, ſo erhaltet ihr die Eintheilung jeder Seiten.

Tab. VII. Fig. 12. Fig. 13. Fig. 14. VI. Solte ein Parallelogramm B. oder Trapezium A. in einer gewiſſen proportion zertheilet werden, Ex. gr. die Theile ſolten ſich in ihrer Proportion verhalten, accurat wie die Linie ab. eingetheilet iſt, ſo theilet die eine Seite des Parallelogrammi cd. oder die zwey parallel-lauffende Seiten des Trapezii gh. und ik. nach der propor-

tio-

tione der Lineæ a b, wie Problemate XIX. Sect. I. Part. II. iſt gewieſen worden, ziehet alsdann die Puncta 1, 1., 2. 2., zuſammen, ſo iſt die Diviſio proportionata geſchehen.

Arithmetice procediret alſo: Meſſet die datam Lineam a b, und zeichnet ihre Theile a 1, a 2, a b; hernach meſſet auch das gantze Latus c d. in dem Parallelogramm, oder g h. und i k. in dem Trapezio, und ſuchet durch die Regulam de Tribus die Quartam proportionalem. Saget alſo: **Die gantze** Linie a b. **giebt die gantze** Linie c d. **oder** g h. **oder** i k. **was giebt das Stück** a 2. **von** a b. Reſp. **das Stück** c 2. **von** c d, **oder** g 2. **von** g h, **oder** i. 2. **von** i k. Ferner fraget eben alſo: **Was giebt das Stück** a 1.? Reſp. **das Stück** c 1. **von** c d. **oder** g 1. **von** g h. **oder** i 1. **von** i k.

Scholion.

Die Eintheilung derer Triangulorum, ob ſie gleich auf eben ſolche Weiſe geſchiehet, ſo verdienet ſie dennoch in einem beſondern Problemate ausgeführet zu werden, um deſto deutlicher alles denen Anfängern zu zeigen.

Problema CXL.

Alle Triangula in unterſchiedliche gleiche und ungleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

Es können die Triangul auf unterſchiedliche Arten angegriffen werden, wenn man ſie zertheilen ſoll: **Erſtlich** können die Theilungs-Linien alle aus einer Winckels-Spitze anfangen; **Zweytens** kan aus einem freywillig-angenommenen Punct auf einer Seiten des Triangels die Theilung

angeſtellet werden; **Drittens** können auch die Theilungs-Linien mit einem Latere parallel lauffen.

Tab. VII. Fig. 15. I. Einen Triangul zu zertheilen in gleiche Theile, daß alle Theilungs-Linien aus einer Winckels-Spitze heraus lauffen, ſo theilet diejenige Seiten des Trianguls, welche demjenigen Winckel entgegen ſtehet, aus welchen die Theilungs-Linien lauffen ſollen, in ſo viel Theil, als viel Stücker der Triangul geben ſoll. Ex. gr. Des Trianguls d b c. ſein Latus a c. theilet in 4 gleiche Theile, und ziehet aus b. auf alle Theilungs-Puncta Linien, ſo iſt der Triangul in 4 Theile zergliedert. Wäre das Theilungs-punctum a. ſo ſtünde der zertheilte Triangul wie Tabula VII. Fig. 16. gezeichnet worden.

II. Wann der Theilungs-Punct auf einer Seiten des Trianguls angegeben würde, und es ſolte ex. gr. der Triangul d e f. Tab. VII. Fig. 17. in 4 gleiche Theile zertrümmert werden, ſo theilet erſtlich diejenige Seite des Trianguls, auf welcher der Theilungs-Punct x. ſtehet, in 4 gleiche Theile, ohne auf x. zu ſehen. Hernach ziehet aus dem Eck e. welches dem puncto x. gegen über ſtehet, eine blinde Linie auf x. Nunmehro reiſſet aus allen Theilungs-Puncten parallel-Linien mit e x. welche ſeyen 1. 1, 2. 2, 3. 3, und wo dieſe parallelæ die Seiten des Trianguls d e, und e f. durchſchneiden, dahin ziehet aus x. Lineas rectas x 1. x 2. x 3. ſo wird der Triangul in 4 gleiche Theile gehen.

III. Sol-

II. Solten die Theilungs-Linien mit einer Seiten des Triangvls parallel lauffen müſſen, Ex. gr. an dem Triangul G H I. Tab. VII. Fig. 18. ſolten die Theilungs-Linien mit G I. parallel gehen, ſo theilet eine von denē neben-ſtehenden Seiten des Trianguls H I. oder H. G. in ſo viel Theile, als viel Stück der Triangul bekommen ſolle, ex. gr. in 3. Suchet hierauf, nach dem Problemate XXIX. und XXX. Sect. I. Part. II. die mediam proportionalem zwiſchen G H. und G 1. als einem Drittel von G H. und traget ſolche aus H. gegen G. in C. ſuchet ferner auch zwiſchen G H. und G 2. als ⅔ von G H. die mediam proportionalem und traget ſolche aus H. gegen G. in d. ſo bekommet ihr H d. ziehet aus d. und c. parallelas mit G I. ſo iſt der Triangul in drey gleiche Theile getheilet und die Theilungs-Linien lauffen parallel mit einer Seiten.

IV. Solten aber die Triangula nach einer gewiſſen proportione eingetheilte Trümmer geben, ſo theilet man nur das Latus, welches bishero nach dieſen dreyerley modis allemal in gleiche Theile getheilet worden, vorhero nach dem Problemate XIX. Sect. I. Part. II. in proportione data ein, und verfähret im übrigen, wie hier im Problemate præſente gelehret wird. Ex. gr. Wenn der Triangul a b c. Fig. 15. und 16. Tab. VII. proportionirte Stücker bekommen müſte, ſo theilet das Latus a c. nach dem Problemate XIX. Sect. I. Part. II. in die verlangte Proportion, und ziehet hernach aus b. oder a. die Theilungs-Linien. Item, wenn Fig. 17. der Triangul d e f. ſolte proportionirt zertrüm-

trümmert werden, ſo müſte nur die Seite d f. nach verlangter proportione zerſchnitten werden, im ubrigen procedirte man hernach, wie Num. II. hujus Problematis gezeiget wird. Item, wenn der Triangul G H I. Fig. 18. Tab. VII. proportionirte Stücker haben ſolte, ſo wird G H. oder I H. eben eingetheilet nach der verlangten Proportione, und hernach die mediæ proportionales wieder darzu geſucht, wie der Numerus III. dieſes Problematis lehret.

Problema CXLI.

Mit dem Proportional-Circul einen Triangul a b c. in 4. gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Es ſey der Triangul a b c. Tab. VII. Fig. 15. & 16. Dieſer ſoll in 4 gleiche Theile zerſchnitten werden, ſo nehmet die Baſin, ſtellet ſolche in die Lineam Arithmeticam transverſim von 80. auf 80.

II. Nehmet unverrückt durch einen Hand-Circul die Weite zwiſchen 20. und 20. und theilet damit die Baſin in 4. gleiche Theile.

III. Ziehet aus der Spitze des Winckels b. oder a. Linien auf die Theilungs-Puncta, ſo iſt die Diviſio verrichtet.

IV. Solte der Triangul G H I. in 3. gleiche Theile gehen, alſo, daß die Theilungs-Linien mit der Baſi parallel gehen, ſo nehmet nur das Latus G H. und traget ſolches in die Lineam planorum transverſim, von 30. auf 30. und nehmet unverrückt die Weite von 20 auf 20. und traget ſolche aus H. gegen G. in d. Hernach nehmet auch die Weite von 10 zu 10. dieß giebt

Tab. VII. Fig. 18.

giebt Hc. Eben ſo machet es auch mit der andern Seiten IH. traget ſie in die Lineam planorum von 30 zu 30. nehmet unverrückt die Weite von 20 zu 20. giebt Ho. Nehmet auch die Weite von 10 zu 10. giebt Hx. ziehet dieſe Puncten mit Linien zuſammen, ſo iſt der Triangul durch parallelas in 3. gleiche Theile getheilet.

Problema CXLII.

Auf dem Proportional-Circul ein gegebenes Quadrat in gleiche Theile zu zertheilen.

Reſolutio.

I. Es ſolte das Quadrat abcd. in 3. gleiche Theile zerſchnitten werden, ſo nehmet ein Latus ab. traget ſolches in die Lineam Arithmeticam transverſim von 60 zu 60. und unverrückt nehmet die Weite von 20 zu 20. theilet damit die Latera ab. und cd. und ziehet die puncta zuſammen, ſo iſt das Quadrat getheilet. Tab. VII. Fig. 10. Num. 1.

II. Wolte man aber ex. gr. ein Quadrat adef. in zwey Theile theilen, daß jedes doch gleich wiederum ein Quadrat bliebe, ſo nehmet die Seite af. ſtellet ſolche in die Lineam planorum transverſim zwiſchen 60 und 60. und nehmet unverrückt die Weite zwiſchen 30 und 30. ſo habt ihr ein Latus zu der Helffte des Quadrats adef. welche Helffte zugleich wieder ein Quadrat iſt abcd. Tab. VII. Fig. 1.

Problema CXLIII.

Ein Quadrat, oder gleich-ſeitiges 4-eckichtes Feld, durch Hülffe des Proportional-Circuls in ungleiche Theile einzutheilen.

Re-

Reſolutio.

I. Es ſolte das Quadrat a b c d. in drey ungleiche Theile unter drey Erb-Portiones alſo eingetheilet werden, daß der gröſte Theil 3. der andere zwey, der dritte einen Theil habe, wenn das Quadrat in 6. gleiche Theile getheilet zu ſeyn præſupponiret würde. Tab. VIII. Fig. I.

II. Addiret demnach die Zahlen 3. 2. 1. ſind 6. und ſtellet das Latus Quadrati a b. in die Lineam Arithmeticam transverſim zwiſchen 60 und 60.

III. Nehmet unverrückt mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen 30 und 30. und traget ſolche aus a. in f. und aus d in g. Nehmet ferner auf dem unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul, die Weite zwiſchen 20 und 20. traget ſie aus f. in e. und aus g. in h. ſo wird ſich der dritte einzele Theil von ſelbſten abſchneiden welcher jedoch, wenn man ihn probiren ſolte, accurat zwiſchen 10 und 10. einſchlagen wird. Ziehet die Linien zuſammen, ſo wird das Quadrat in die verlangte Theile getheilet ſeyn.

Problema CLXIV.

Ein Trapezium durch Hülffe des Proportional-Circuls in gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Es ſey das Trapezium a b c d. Tab VII. Fig. II. dieß ſolte in 3 gleiche Theile gehen, ſo nehmet die eine von beyden parallelen Seiten a d. ſtellet ſolche in die Lineam Arithmeticam transverſim zwiſchen 30 und 30. und nehmet unverrückt die Weite zwiſchen 10 und 10. und theilet damit die Linie a d. in 3. gleiche Theile.

II.

II. Nehmet die andere parallel-Linie b c. traget ſie auch in die Lineam Arithmeticam von 30 auf 30. und nehmet unverrückt die Weite von 10 auf 10. theilet damit die Linie b c. in 3. gleiche Theile, ziehet endlich die Theilungs-Puncta zuſammen, ſo iſt das Trapezium verlangter maaſſen zertheilet.

Problema CXLV.

Ein gleich-ſeitiges Fünff-Eck in zwey, vier, und mehrere gleiche Theile zu theilen, nachdeme es im Feldmeſſen oder ſonſt verlangt wird.

Reſolutio.

I. Es ſey das regulaire Fünff-Eck a b c d e. Laſſet von d. eine perpendicularem herunter fallen d f. ſo wird ſolche das Fünff-Eck in zwey gleiche Theile zerſchneiden. Tab. VIII. Fig. 2.

II. Solte das Fünff-Eck in 4 gleiche Theile zerſchnitten werden, ſo nehmet einen von beyden Theilen b c d f. als einen Trapezoidem nunmehro. Ziehet die zwey diagonales f c. und d b. theilet die eine diagonalem f c. in zwey gleiche Theile in x. und aus x. ziehet eine parallelam mit d b. welche ſey n m. Ziehet m d. zuſammen, ſo iſt m d c. und m b f d. am Innhalt einander gleich, obſchon das eine ein Triangul, das andere ein Trapezoides iſt. Werdet ihr nun mit dem andern Theil des Fünff-Ecks d e a x. auch alſo verfahren, ſo iſt das Fünff-Eck in 4 gleiche Theile getheilet.

Problema CXLVI.

Ein gleich-ſeitiges Sechs-Eck in zwey, vier,

vier, und mehrere gleiche Theile zu theilen.

Reſolutio.

I. Es ſey das Sechs-Eck a b c d e f. Ziehet von d. auf a eine gerade Linie, ſo iſt das Sechs-Eck in zwey gleiche Theile getheilet. Tab. VIII. Fig. 3.

II. Wolte man 4 gleiche Theile aus dem Sechs-Eck machen, ſo ziehet nur die Linie x o. noch darein, ſo iſt es geſchehen.

III. Solte es in 8. gleiche Theile getheilet werden, ſo ſehet die Helffte des Sechs-Ecks a d e f. als ein Trapezium an, und theilet mithin a d. und e f. in 4 gleiche Theile, und ziehet die puncta zuſammen, ſo iſt das halbe Sechs-Eck in 4 Theile getheilet, und wo man mit der andern Helffte auch alſo verfähret, ſo iſt das gantze Sechs-Eck in 8 gleiche Theile zergliedert.

Scholion.

Wie man vom Centro aus ſolle die Polygona in ſo viele gleiche Theile theilen, als viel Seiten die Figur hat, das iſt ſchon gewieſen, und hier alſo mit Fleiß ausgelaſſen worden. Nun komme ich auf die Diviſionem derer irregulairen Flächen, welches das wichtigſte, und im täglichen Leben am öfferſten vorkommet: Denn es kan keine Theilung auf Ländereyen vorgehen, es werden gewiß allemal irregulaire Stücke vorkommen, die theils in gleiche, theils ungleiche Theile ſollen zertheilet werden.

Problema CXLVII.

Von einem Triangul, oder drey-eckichtem Feld, etliche Ruthen aus einem fürgegebenem Winckel auf der gegen-über ſtehenden Linie abzumeſſen.

Re-

Reſolutio.

I. Es ſeye der Triangul a b c. Tab. VIII. Fig. 4. der fürgegebene Winckel b; gegen dieſem über ſoll ich auf der Linie a c. 375. Ruthen ☐. abſchneiden von dem gantzen Triangul oder Feld, alſo, daß der Reſt des Feldes c e b. ſey. So ſuchet erſtlich die perpendicularem, und meſſet wie groß dieſe ſey, Ex. gr. 30. Ruthen.

II. Halbiret dieſe Höhe giebt 15 (o. damit dividiret den Innhalt des abzuſchneidenden Stücks Feldes 375 (o ☐. ſo kommt im Quotienten 25 (o. als die Baſis zu einem Triangul, deſſen Höhe 30. und der Innhalt 375 (o. die Baſis aber 25 (o. ſey, nach dem Theoremate LV. Part. I. Sect. IV. woſelbſt ein Druck-Fehler ſtehet, denn es muß ſtatt *multipliciren*, *dividiren* heiſſen.

III. Meſſet demnach von a. gegen c. bis in e. 25. Ruthen, und ziehet aus b. in e. eine Linie, ſo iſt b e a. ein Triangul, der am Innhalt hat 375 (o ☐. und welcher von dem Stück Feld a b c. hat herunter geſchnitten werden ſollen.

IV. Wäre die gantze Linie a c. nicht 25 (o. lang, ſo iſt es ein Anzeigen, daß das gantze Feld a b c. nicht 375 (o ☐. hielte, mithin könte man noch weniger ſo viel davon abſchneiden.

Scholion.

Es iſt dieß Problema, als die Haupt-Arbeit bey Zertheilung irregulairer Felder, wohl voraus zu mercken, und wird es einem Anfänger viel nutzen, wenn er zu ſeiner eigenen Ubung ſich allerhand Triangul formiret, und bald auf der

nen, bald auf der andern Seiten, gegen dieſem oder jenem überſtehenden Winckel, ſich vorgeſetzt, bald ſo viel, bald mehrere Quadrat-Ruthen, nach dieſem Problemate, abzuſchneiden.

Problema CXLVIII.

Irregulaire Felder und Flächen zu theilen, ſie mögen ausſehen wie ſie wollen, und zwar die gerad-linichten accurat, die krumm-linichten aufs nächſte.

Reſolutio.

I. Rechnet der irregulairen Figur, die præſupponirt ſchon auf dem Papier ſtehet vom Feld aufgetragen, wie das folgende Capitel lehren wird, dieſer Figur ihren ſuperficial-Innhalt ſage ich, rechnet aus, nach dem, was bishero ausführlich genug gewieſen worden.

II. Dividiret den gefundenen Innhalt mit der Zahl derer Theile, darein es ſoll getheilet werden, Ex. gr. mit 3.

III. Schneidet hierauf nach dem Augen-Maaß ein ſolches Stück herab, als euch düncket mit dem Innhalt vor eine Perſon, als dem Quotienten, übereinzukommen.

IV. Suchet dieſes abgeſchnittenen Stücks ſuperficial-Innhalt wieder beſonders; trifft dieſer juſt mit dem Antheil in Zahlen überein, den ein Erbe ex. gr. haben ſoll, ſo brauchts weiter keiner Arbeit, wiewohl dieß ſelten gelinget; triffts nicht ein, ſo procediret ferner alſo:

V. Subtrahiret den Innhalt des abgeſchnittenen Stücks und die Anzahl eines Theils, als den

Quo-

Quotienten, von einander, ſo wird der Reſt zeigen, um wie viel das abgeſchnittene Stück gröſſer oder kleiner ſey, als der Antheil eines Erben von Rechtswegen ſeyn ſoll.

VI. Hierauf meſſet diejenige Linie, welche durch das Abſchneiden des erſten Stücks an dem irregulairen Feld iſt gemachet worden, und mercket wohl, daß dieſe einerley nothwendig iſt, ſo wohl an dem abgeſchnittenen Stück, als an dem groſſen Reſt des übrigen Feldes.

VII. Habt ihr nun zu wenig Feld abgeſchnitten, ſo muß von dem gröſſeren Stück noch ein Stücklein herunter genommen werden, welches juſt ſo groß ſey, als der Reſt, der noch fehlet zu dem Antheil eines Erben. Dieß geſchiehet nun alſo: Dividiret durch die halbe Abſchnitts-Linie den Reſt, der nach der Subtractione übrig blieb, um wie viel nemlich das abgeſchnittene Stück zu klein iſt, ſo giebt der Quotient die Höhe zu einem Triangul, der juſt den Reſt im Innhalt haben wird, und deſſen Baſis juſt die gantze Abſchnitts-Linie iſt. Setzet einen ſolchen Triangul an das abgeſchnittene Stück, ſo wird es bekommen, was ihm noch gefehlet hat, und ein Theil von 3. Theilen wird herunter geſchnitten ſeyn.

VIII. Solte aber das abgeſchnittene Stück zu groß ſeyn, ſo ſchneidet von dem abgeſchnittenen Stück wieder einen Triangul herunter, wie er nach dem numero præcedente hingeſetzet worden, und muß der Triangul NB. zur Baſi juſt wieder die Schnitt-Linie habe, und am ſuperficial-Innhalt ſo groß

 ſeyn,

ſeyn, als juſt der Uberſchuß ausmachet, um wie viel das erſte Stück zu groß vor einen Erben abgeſchnitten geweſen, ſo iſt in beyden Fällen die erſte diviſio geſchehen.

IX. So machet man es nun mit denen übrigen Theilen allen, wenn ein Feld in lauter gleiche Theile ſolte zertheilet werden.

Exemplum I.

Die Exempel müſſen dieſes am deutlichſten machen, daher will ich auch ein ausführliches Exempel hieher ſetzen, hoffende, daß, wenn ein Anfänger dieſes mit Fleiß und Gedult leſen will, er nachgehends bey allen fürfallenden Diviſionibus ſich geſchwind reſolviren und darein ſchicken werden könne.

Ich hätte vom Feld aufs Papier folgende Figur a b c d e f g h i a, gebracht, und ſolte dieſe in 3. gleiche Theile theilen; ſo meſſe ich Tab. VIII. Fig. 5.

1) Die gantze Figur aus: Es läſſet ſich nemlich dieß Feld am bequehmſten in drey Trapezia a b c f, c h g d, und d e f g. ſamt dem Triangul c i h. theilen. Nach vollbrachter Ausrechnung, da man dieſen Vortheil haben kan, daß in denen Trapeziis die Baſis allezeit gemeinſchafftlich bleibet, und nur halb rechnen machet, findet ſich nun, daß der ſuperficial-Innhalt iſt 216.96 (2 □. dividiret man dieſes durch 3. weil die Fläche in 3. Theile kommen ſoll, ſo gehören auf einen Theil 72, 32 (2 □.

2) Schneidet nun in der Figura 6. Tab. VIII. welche einerley mit der Figura 5. und mehrerer Deut-

lichkeit wegen nur beſonders noch einmal aufgeſetzet worden: Schneidet nun, ſage ich, von dem gantzen Feld, nach dem Augen-Maaß, vor einen Erben ein Stück herunter, Ex. gr. a b c h.

3) Meſſet dieſes beſonders aus, dieß hielte, nach vollendeter Rechnung, 87, 55 (2 □. demnach hätte ich zu viel herunter geſchnitten, denn es kommen auf einen Erben nur 72, 32 (2 □. mithin muß ich von dem abgeſchnittenen Stück a b c h. bey c h. wieder einen kleinen Triangul abſchneiden, der an dem gröſſern Stück ſtehen bleibe, und der juſt den Innhalt habe, um wie viel das abgeſchnittene Stück zu groß ſey.

4) Subtrahiret alſo 87, 55. als das abgeſchnittene von 72, 32. als dem wahren Antheil eines Erben, bleibt im Reſt 15, 23 (2 □. ſo viel muß ich wieder zurück zu dem gröſſeren Stück meſſen.

5) Meſſet die Abſcheidungs-Linie c h. allwo das Stück abgeſchnitten worden; dieſe ſey 8, 8 (1. nun iſt bekannt, wenn man den ſuperficial-Innhalt eines Triangulს, als eines halben Parallelogrammi weiß, und die Baſis deſſen gegeben, ſo kan man die Höhe des Trianguls finden, & vice verſa. Dividiret demnach 15, 32 (2 □. als den Innhalt des Trianguls, der wieder weggeſchnitten werden ſoll, mit der halben Linie c h. 4, 4 (1. als der Baſi des Trianguls, die die gantze Linie c h. bleiben muß, ſo bekommt ihr zum Quotienten die Höhe des Trianguls 3, 46 (2. das iſt, wenn man einen Triangul formiret, deſſen Baſis c h 8. (1, und die Höhe 3,46 (2. ſo wird ſein Innhalt ſeyn 15, 32 (2 □. Da nun juſt ſo viel von dem abge-

ſchnittenen Stück ſoll wieder hinweg kommen, ſo ſchneidet demnach nur dieſen Triangul ab.

6) Dieß geſchiehet nun alſo: Richtet die gefundene Höhe 3, 46 (2. auf der Abſcheidungs-Linie c h. perpendiculariter auf, h o. und ziehet aus o. eine parallelam mit c h, wo dieſe die Figur durchſchneiden wird in x. von demſelben punct ziehet eine Linie auf h. welche ſey x h. ſo iſt der Triangul x h c. der 15, 32 (2 □. halten wird, abgeſchnitten von dem erſten Stück, und der erſte Antheil der erſten Erben a b x h i wird 72, 32 (2 □. halten, als ſo groß er auch ſeyn ſoll.

7) Nun ſoll das übrige Stück h g f e d c x. auch noch in zwey gleiche Theile vor die zwey übrigen Erben zertheilet werden, ſo zerſchneide ſolches nach Gutdüncken durch die blinde Linie d g. in zwey Theile, und rechne einen von beyden nach ſeinem Innhalt wieder beſonders aus, Ex. gr. d e f g. als das eine Stück, hielte an Quadrat-Maaſſen 70, 48 (2 □. dieß wäre nun nicht viel zu klein, denn 72, 32 (2 □. ſoll ein Theil haben, fehlet alſo, nach der Subtractione 70, 48 (2 □. von 72, 32 (2 □. annoch 1, 84 (2 □. ſo viel muß noch in Form eines Trianguls an den Theil d e f g. angehänget werden. Demnach meſſet die blinde Linie d g. als durch welche der Schnitt geſchehen zu ſeyn præſupponiret wird. Dieſe hält 11, 2 (1. Nehmet deren, als einer Baſios, ihre Helffte 5, 6 (1. und dividiret damit den Reſt an Quadrat-Maaß 1, 84 (2 □. als eines Trianguls, der noch addiret werden ſoll, ſo kommt im Quotienten die Höhe ſolches Trianguls, welche iſt 328 (3. das iſt,

wenn

wenn d g. die Baſis bleibet, und man richtet 3,28 (3. zur Höhe darauf, ſo giebt dieß einen Triangul, der accurat 1,84 (2 □. hält. Demnach richtet bey d. das kleine perpendiculum auf, 3 2 8 (3. ziehet aus m. eine parallelam mit d g, welche ſey m n. und aus n. ziehet eine Linie n d. ſo iſt der kleine Triangul n d g. der 1,84 (2 □. hält, noch zu dem Stück d e f g n. 72,32 (2 □. mithin muß das mittlere Stück auch ſo viel halten, und iſt alſo die irregulaire Figur in 3. gleiche Theile zertheilet.

Scholion I.

Der Grund iſt daher zu hohlen, weil Triangula, die zwiſchen zwey Parallelis ſtehen und einerley Höhe und Baſin haben, einander gleich ſind. Nun beſchaue man nur mit Verſtand die Linie c h. und h o. und o x. das ſind 3. Seiten eines Parallelogrammi; wenn ich nun die diagonalem ziehe h x. ſo zerſchneide ich das Parallelogramm in zwey gleiche Triangul, deren ein jeder ſo viel in ſich hält, als der andere. Da nun der Triangul h o c. wenn ich meinem Nachbarn in ſein Gut bey o. meſſen dörffte, juſt ſo viel austrägt, als ich brauchete zu dem erſten Stück a b x h i. zu addiren, und aber bey o. ich kein Feld nehmen darff, ſo iſt es eins, wenn ich darfür nehme den Triangul c x h. denn es iſt beydes das halbe Parallelogramm, und ſo viel ich bey o. verliehre, ſo viel hab ich juſt wieder bey c.

Scholion II.

Begehrte man aber in einem irregulairen Feld ungleiche Theile, und müſte mithin das Feld in einer gewiſſen Proportione zerſchnitten werden, ſo meſſet nur erſtlich wiederum des gantzen Feldes ſuperficial-Innhalt aus. Hernach ſuchet nach der Regula Societatis, vermöge des Problematis XXXV. Scholio III. Sect. II. Part. I. eines jeden Eb-Intereſſenten ſein Stück, wie viel er an Quadrat-Maaß vor ſeinen Theil bekommet, und zwar alſo: Saget Ex. gr. das gantze Feld

216, 96 (2 □. ſolte unter drey Erben ausgetheilet werden, daß der eine dreymal ſo viel als der erſte, der andere zweymal ſo viel als der erſte, davon bekomme. Demnach ſprechet nach der Regula Societatis alſo: Die Summa aller Terminorum, wie viel nemlich ein jeder bekommen ſoll, dieſe iſt 6, denn 3. 2. und 1. ſo viel ein jeder bekommen ſoll, ſind 6. Dieſe Summa aller Terminorum ſage ich giebt den gantzen Innhalt des Feldes; wie viel bekommt der eine, der 3. Theil davon haben will? Resp. 108. 48 (2 □.

Summa Terminorum. Innhalt des Feldes. Ein *Terminus*

6 ——— 216, 96 (2 □. ——— 3.

3
―――――
650, 88 (2

24
650, 88 (2 (108, 48 (2 □ Stück, deſſen der
666 66 (3. Theil vom Feld bekomt.

Saget ferner: Die Summa aller Terminorum 6. giebt den Innhalt des gantzen Feldes 216, 96 (2 □. was giebt der Terminus 2. oder wie viel bekommt der Erbe ſo $\frac{2}{6}$ haben ſoll? Resp. Facta operatione wird dieſer bekommen 72, 32 (2 □.

Summa Termnor. Innhalt des Feldes. Der andere *Termin.*

6 ——— 216, 96 (2 ——— 2

2
―――――
43392 (2

111
43392 (2 (7232 (2 □ Stück Feld des andern Erben, der $\frac{2}{6}$ haben will.
6666 (

Nun

Nun bleibt das dritte Stück von ſelbſten übrig, nemlich 36, 16 (2 □. Vor den dritten Erben, der nur $\frac{1}{6}$ haben ſoll.

Wenn nun alſo eines jeden Erben proportionirter Antheil bekandt, alsdann ſchneidet nach Gutdüncken ein Stück Feld vor den, der $\frac{3}{6}$ oder die Helffte allein bekommet, herunter, rechnet es beſonders aus, und ſehet, ob ihr mehr oder weniger als 108, 48 (2 □. genommen habt, und procediret hernach vollkommen, wie in dem Problemate ultimo und deſſen Exempel gezeiget worden, ſo wird auch in ſolche proportionirte Theile das Feld zerſchnitten ſeyn. Auf ſolche Art nun wird eine jede Fläche zertheilet werden können.

Scholion III.

Sind es Felder, die krumme Linien darbey haben, ſo verfähret man mit denen Aus- und Einbauchungen, wie in dem Capite V. Problemate CXXVIII. Scholio II. Sectionis II. Part. II. gezeiget worden, man æquiret nemlich ſo genau, als möglich, und verfähret alsdann mit ſolchen krumm-linichten Feldern, als hätten ſie gerade Linien, und zertheilet ſie hernach, wie bereits iſt gewieſen worden, ſo bekommet man aufs nächſte deren Jnnhalt heraus, und ihre Eintheilungen werden aufs allernächſte eintreffen, und da man zumalen in groſſen Feldern etliche Schuhe nicht achtet, ſo iſt um ſo weniger etwas daran gelegen.

Scholion IV.

Gleichwolen muß man dennoch auf das möglichſte alle Kleinigkeiten mitnehmen, indeme ſonſten in groſſen Feldern, wenn man hie und da, dieß oder jenes nicht achten wolte, zuletzt dennoch ein Abgang von vielen Ruthen heraus kommen würde.

Scholion V.

Man kan auf die Art, wie in dem Problemate ultimo gewieſen worden, eine jede irregulaire Figur in ſo viel Theile theilen, als verlanget wird, und wenn das Problema præcedens CXLVII. darzu genommen wird, kan man bey einem jeden Punct der Figur, auf jeder Seiten, und mitten heraus, ſo einen groſſen Theil hinweg ſchneiden, und eine Figur dem abgeſchnittenen Theil geben, welche man will, oder ſoll. Dahero

hero recommendire ich nicht ohne Urſach, beyde Problemata mit Überlegung ſo wol zu leſen, als auch eine Figur, ja wol etliche, mit eigener Hand darnach zu machen. „Ich habe ge„funden bey allen Mathematiſchen Arbeiten, daß dieß den „Verſtand eines jeden Problematis viel beſſer erkläre, wenn „man ſich ſetzet, und Figuren ſelbſt nach ſolchen Problemate „aufreiſſet; Wer demnach was gründliches thun will, der „thue dieß.„

Scholion VI.

Wenn im Felder-theilen einem Feldmeſſer die Erlaubnüß bleibet, die Eintheilung anzugreiffen wo er will, ſo thut er am beſten, er ſuche in dem muthmaßlichen abſchneiden derer Stücker allemal eine Linie zu behalten, die von einem Eck herüber auf das andere gehet, denn alſo kan man in dem Ab- und Zugeben derer kleinen Triangul, wenn man zu viel oder zu wenig herunter geſchnitten, gerade Seiten vor ſich behalten, und alſo viel bequehmer die überſchüſſige Triangul anbringen.

Problema CXLIX.

Wenn zwey gleich-förmige Flächen gegeben worden, zu finden, was für ein Verhältnüß beyde haben, das iſt, in welcher Proportione ſie gegen einander ſtehen, durch Hülffe des Proportional-Circuls.

Reſolutio.

I. Es wären die zwey Figuren A. und B.

Nehmet nach Belieben eine Seite von beyden Figuren ab. und A B. und traget die erſte willkührlich auf die Lineam planorum in eine Fläche, in welche ihr wollet. Tab. VIII. Fig. 7. Num. 1. 2.

II. Probiret alsdann mit der anderen Weite A B. durch einen Hand-Circul, in welcher Zahl einer Flä-

Fläche dieß auf der Linea planorum eintreffe, in unverrückt-geblieben en Proportional-Circul.

III. Dieſe zweyerley Zahlen, in welchen nemlich ab. freywillig auf die Lineam planorum geſetzet, und die andere Linie A B. hernach eintreffend befunden worden, werden nun die proportionem beyder gleich-förmigen Flächen anzeigen.

Exempli gratia.

Traget willkührlich die Seite ab. in das 4te Planum transverſim auf die Lineam planorum: Nehmet die Seite A B. und probiret ſolche auf dem unverrückt-bleibenden Proportional-Circul, ſo wird ſie in der 6ten Fläche einſchlagen; demnach verhalten ſich beyde Flächen gegen einander, wie 4. zu 6. das iſt, die kleine wird $1\frac{1}{2}$ mal in der gröſſern begriffen. Geſetzt demnach, die kleinere Fläche hielte an ſuperficial-Innhalt 20 (o □. ſo würde die gröſſere Fläche 30 (o □ halten, und alſo auch in ratione ſubſesqui altera ſtehen.

Scholion I.

Wolte man auch andere Zahlen auf der Linea planorum erwählen, würde es ebenfalls angehen: Ex. gr. Nehmet die kleinere Seite a b. traget ſie transverſim von 8. auf 8. in die Lineam planorum, ſo würde die Seite A B. in 12. einſchlagen, Ergo müſte ich ſagen, die zwey gegebene Flächen verhalten ſich wie 8. zu 12. welches eben ſo viel iſt, als wie 4. zu 6. denn 8. ſtecket in 12. auch $1\frac{1}{2}$mal, wie 4. in 6.

Scholion II.

Wenn es kommen ſolte, daß man einer Fläche Seiten hätte auf eine Zahl in der Linea planorum eingetragen, und es wolte hernach der andern Fläche eine Seite in keiner Zahl der Lineær planorum eintreffen, ſo erwählet andere Zahlen, und ſtel-

ſtellet die erſte Seite der einen gegebenen Fläche zwiſchen eines andern Plani Zahl, und ſehet, ob der anderen Fläche Seiten auch auf einer Zahl einſchlage, und probiret das ſo offt, bis die Seite der andern Fläche auch auf einer Zahl eintreffe, um alle Brüche zu vermeyden.

Scholion III.

Wenn die gegebene Figuren ſo groß ſind, daß ſich der Proportional-Circul nicht ſo weit von einander thun ließ, ein Latus derer Flächen darzwiſchen zu ſtellen, ſo nimmt man die Helffte, oder den dritten, oder vierdten Theil, von einem jeden derer zwey Laterum homologorum a b. A B. und vergleichet ſolche auf der Linea planorum, nach dem Problemate, alsdann multipliciret man die gefundene Proportionem durch ſo viele Unitäten, als vielmal kleiner man die Seite hat nehmen müſſen.

Problema CL.

Den Proportional-Circul alſo zu öffnen, daß die zwey Lineæ planorum einen rechten Winckel machen.

Reſolutio.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul auf der Linea planorum, vom Centro aus, die Gröſſe von einer beliebigen Zahl, ex. gr. 40.

II. Appliciret dieſe Circul-Oeffnung auf eben der Linea planorum transverſim in einer Zahl, die halb ſo groß iſt, ex. gr. in 20. ſo werden die zwey Lineæ planorum im Centro des Proportional-Circuls einen rechten Winckel machen.

Scholion.

Es beruhet dieß wieder auf dem Theoremate Pythagorico, daß das Quadrat auf der hypothenuſa 40. aufgerichtet, ſo groß, als die 2. Quadrata, deren jedes Latus 20. hat, mithin der Winckel ein rechter Winckel ſeyn muß.

Pro-

Problema CLI.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls eine Fläche zu finden, welche gleich-förmig und zwey gegebenen gleich-förmigen Flächen, wenn beyde addiret werden, am Innhalt gleich ſeye.

Reſolutio.

I. Stellet die Lineam planorum in einen rechten Winckel, nach dem vorhergehenden Problemate.

II. Traget zwey Latera homologa, welche ihr wollet, von denen zwey gegebenen Flächen, von dem Centro aus auf die Lineam planorum, und zwar alſo, daß das eine Latus auf den einen Schenckel, und das andere Latus auf den andern Schenckel getragen werde.

III. Nehmet hiermit die Weite zwiſchen dieſen zweyen Zahlen beyder Laterum, auf der in einen rechten Winckel geſtellten Linea planorum, ſo giebt dieſe Weite das Latus homologum zu einer dritten Fläche, welche gleich-förmig, und denen beyden addirten gegebenen gleich-förmigen Flächen gleich iſt.

IV. Wie ich es nun mit einem Latere von beyden gleich-förmigen Flächen mache, eben ſo procedire ich auch mit denen übrigen Lateribus: Ich nehme nemlich wieder einerley Latus von der einen und der andern Fläche, das iſt, es müſſen allemal Latera homologa a b. und A B. item b c. und B C. item c d. und C D. &c. genommen werden, und ſtelle das eine Latus vom Centro aus

auf

auf die in einen rechten Winckel geſtellte Lineam planorum, das andere Latus trage ich auf dem andern Schenckel, vom Centro aus, in die Lineam planorum, und nehme alsdann mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen jener Zahl auf dem einem Schenckel, und zwiſchen dieſer Zahl auf dem andern Schenckel, ſo bekomme ich allemal ein neu Latus homologum, welches nicht nur denen beyden gleich-förmigen gleich, ſondern auch juſt beyden addirt gleich-groß ſeyn wird.

Exempli gratia.

Es wären die zwey gleich-förmige Figuren A. und B. nehmet von beyden Flächen einerley Latus a b. und A B. Das Latus a b. wenn ich es vom Centro aus auf die Lineam planorum trage, ſchlüge in dem vierdten plano ein, das Latus A B. der andern gleich-förmigen Figur, treffe, auf der Linea planorum des andern Schenckels, vom Centro aus eingetragen, in dem 6ten plano ein. Wenn ich nun den Proportional-Circul nach der Linea planorum in ſeinen rechten Winckel ſtehen laſſe, und nehme mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen 4. und 6. auf der Linea planorum, ſo habe ich ein Latus homologum zu einer Fläche, welche nicht nur denen zwey gegebenen Flächen gleich-förmig, ſondern auch juſt ſo groß iſt, als die zwey gegebene gleich-förmige Flächen A. und B. Denn wenn man 4. und 6. addiret, ſo iſt die Summa 10. und wenn ich dieſe gefundene Weite von dem Centro aus in die Lineam planorum trage, ſo wird ſie auch in 10. eintreffen.

Tab. VIII. Fig. 8. Num. 1. 2. 3.

Ma-

Machet es nun ſo mit denen übrigen Seiten allen, ſo wird eine Fläche heraus kommen C. die gleich ſey am Innhalt beyden gegebenen gleich-förmigen Flächen A. & B. und welche gleichwolen auch wieder gleich-förmig bleiben wird.

Scholion I.

Auf ſolche Weiſe kan man ſo viel gleich-förmige Flächen zuſammen ſetzen, als man will, denn man darff nur die zwey erſtern gleich-förmigen Flächen zuſammen in eine Fläche bringen, wie in dem Problemate gewieſen worden, und hernach zu ihrer Summa die dritte addiren, und ſo ferner; Das iſt: Man hat nicht nöthig allezeit die Weite erſt auf dem Proportional-Circul zu ſuchen, ſondern, wenn mehrere gleich-förmige Flächen zu addiren ſind, ſo nimmt man derer zwey erſtern gleich-förmigen Flächen ihre Latera homologa, und ſuchet, in welchen Zahlen ſie vom Centro aus auf der Linea planorum eintreffen. Wenn man dieſes weiß, ſo addiret nur die zwey Zahlen, ex. gr. das eine Latus ſchlägt in 4. ein, das andere in 9. giebt 13. ſuche die Diſtanz gleich vom Centro aus auf der Linea planorum in 13. ſo habe ich ein Latus homologum zur dritten Fläche. Wäre mir noch die vierdte gleich-förmige Fläche gegeben, zu addiren, ſo ſuchete ich, in welcher Zahl auf der Linea planorum deren Latus homologum einſchlüge, ex. gr. in 7. Demnach addire nur 7 zu 13. kommt 20. ſetze demnach den Hand-Circul vom Centro aus in das 20ſte Punct der Lineæ planorum, ſo habe ich ein Latus homologum zu einer gleich-förmigen Fläche, die ſo groß iſt, als die drey andern.

Scholion II.

Die Probe iſt, wenn man die neu-heraus gekommene Fläche beſonders ausrechnet, hernach derer zwey oder drey andern Flächen ihren ausgerechneten Innhalt zuſammen addirt, wo richtig gearbeitet worden, muß einerley Summa zum Innhalt heraus kommen.

Scholion III.

Es hätte zwar dieſes und das künfftige Problema zu der ad-

additione und ſubtractione ſuperficierum mit können angehänget werden; Allein um derer folgenden Problematum willen, damit eines das andere deſto beſſer erkläre, habe ſolche bis hieher verſpahret.

Problema CLII.

Wenn zwey gleich-förmige und am Innhalt ungleiche Flächen gegeben worden, die dritte zu finden, welche auch gleich-förmig, und der Differenz beyder gleich ſeye, durch Hülffe des Proportional-Circuls.

Reſolutio.

I. Oeffnet den Proportional-Circul wieder alſo, daß die zwey Lineæ planorum einen rechten Winckel machen, nach dem Problemate CL. Sect. II. Part. II.

II. Traget eine Seite der kleineren Fläche vom Centro aus auf die Lineam planorum, nehmet eben ſo das Latus homologum der andern gröſſern Fläche, und ſtellet es vom Centro aus auf die Lineam planorum, und bemercket, in welchen Zahlen beyde Latera einſchlagen, NB. auf einerley Schenckel.

III. Setzet hierauf den Hand-Circul in dieſer letztern Weite, welche das Latus homologum der gröſſern Fläche hat, in das Punct, in welchen die kleinere Fläche eintraff, und fahret hinüber auf den andern Schenckel des Proportional-Circuls, und ſuchet, auf welcher Zahl die Circul-Spitze in der Linea planorum einfalle, NB. die beyden Lineæ planorum müſſen in einem rechten Winckel unverrückt ſtehen bleiben.

IV. Von

IV. Von demſelben puncto an, bis zum Centro des Proportional-Circuls, wird die Weite das gleich-förmige latus zu einer gleich-förmigen Fläche geben, welche beyden gleichförmigen Flächen an der Figur gleich-förmig, am Innhalt aber der Differenz beyder gegebenen Flächen gleich ſeyn wird; das iſt: Wenn man den Innhalt der kleineren gegebenen Fläche, von dem Innhalt der gröſſern gegebenen Figur ſubtrahiret, ſo wird dem Reſt am Innhalt die dritte gefundene Figur gleich ſeyn, und doch wieder gleich-förmig mit beyden andern Flächen bleiben.

Exempli gratia.

Es wären zwey gleich-förmige Flächen, an der kleineren wäre das eine Latus ſo groß, daß es auf der Linea planorum in dem 9ten punct einträffe, vom Centro aus gemeſſen; an der gröſſern Fläche wäre das Latus homologum ſo groß, daß es in dem 13den puncto einſchlüge: Demnach ſetze ich den Hand-Circul erſtlich vom Centro aus in das 13de punct, hernach behalte ich dieſe Weite des Hand-Circuls, und ſetze die eine Spitze in das punct 9. mit der andern Spitze fahre hinüber auf den andern Schenckel in die Lineam planorum, da die beyde Linien in einem rechten Winckel ſtehen, und ſehe in welchem puncto der Hand-Circul einſchlage, diß wird ſeyn in 4: Ergo iſt von 4. bis zum Centro des Proportional-Circuls, dieſe Weite das Latus homologum zu denen zweyen lateribus datis homologis, und wenn man mit denen übrigen lateribus alſo verfähret, ſo kommt zuletzt eine gleich-förmige Figur heraus, die

am Innhalt ſo groß ſeyn wird, als die Differenz beyder gegebener Flächen.

Scholion.

Wer das Theorema Pythagoricum recht verſtehet, daß das Quadrat auf der hypothenuſa ſo groß ſey, als beyde Quadrata Catheti & Baſios, der wird den Grund dieſer Arbeit auf dem Proportional-Circul abermal verſtehen.

Problema CLIII.

Auf dem Proportional-Circul zu zweyen gleichförmigen Figuren die dritte zu finden.

Reſolutio.

I. Es ſeyen die zwey Triangula A. und B. hierzu ſoll die dritte gröſſere und kleinere in proportione Geometrica gefunden werden; ſo ſuchet erſtlich nach dem Problemate CXLIX. was für Proportion ſie gegen einander haben, das iſt, nehmet das Latus a b. und ſtellet ſolches zwiſchen eine beliebige Zahl auf der Linea planorum, Ex. gr. zwiſchen 10. und 10 laſſet das Inſtrument unverruckt, und nehmet das Latus A B. und ſehet in welcher Zahl es transverſim einſchlage, dieß wird ſeyn in 25. und 25.

Tab. IX. Fig. 1. Num. 1, 2, 3. 4.

II. Will man nun die dritte gröſſere ſuchen, ſo nehmet das Latus A B, und ſtellet ſolches zwiſchen 10. und 10. auf der Linea planorum, und nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 25. und 25. ſo habt ihr das Latus homologum zu der dritten Figur C. welche die tertia proportionalis major werden wird.

III.

III. Wollet ihr die tertiam proportionalem minorem haben, ſo nehmet das Latus a b. ſtellet dieſes transverſim von 25. zu 25. und unverrückt nehmet die Weite zwiſchen 10. und 10. ſo giebt dieſe das latus Figuræ D. welche Figur die tertia minor proportionalis werden wird. Demnach verhält ſich D. zu A, wie A. zu B. oder, es verhält ſich C. zu B. wie B. zu A. und die proportio iſt wie 10. zu 25. oder wie 2. zu 5.

Problema CLIV.

Auf dem Proportional-Circul zu drey gleichförmigen Figuren die vierdte proportionalem zu finden.

Reſolutio.

I. Es wären gegeben die 3. Quadrata A B C. Tab. IX. Fig. 2. Num. 1. Ex. gr. wenn ich nach dem Problemate CXLIX. unterſuche, in was für einer proportione ſie unter einander ſtehen, und ſtelle 2. 3. 4. 5. willkührlich das Latus A. in 6. transverſim auf die Lineam planorum, ſo wird das latus Quadrati B. in 9. und das latus Quadrati C. in 8. einſchlagen.

II. Nun das vierdte Quadratum proportionale majus zu finden, ſo nehmet das latus C. und traget ſolches zwiſchen 6. und 6. auf, als der Weite des lateris A.

III. Nehmet mit unverruckten Proportional-Circul die Weite zwiſchen 9. und 9. auf der Linea planorum, und mercket dieſe Weite.

IV. Richtet hierauf den Proportional-Circul wieder

alſo, daß das latus A. zwiſchen 6. und 6. auf der Linea planorum zuſtehen komme, und probiret alsdann die bemerckte Weite zwiſchen 9. und 9. die vorher behalten worden, ſo wird ſolche nunmehro zwiſchen 12. und 12. einſchlagen, und ihr habt das Latus zu einem Quadrat, deſſen ſein Quadrat Innhalt, wo er ausgerechnet wird, ſich zu denen Innhalten derer 3. Quadratorum A B C. als die vierdte Proportional-Zahl verhalten wird.

V. Wolte man die vierdte kleinere haben, ſo verfahret alſo: Stellet das latus C. zwiſchen 9. transverſim auf die Lineam planorum, und nehmet unverrückt die Weite zwiſchen h. und b. Hernach richtet erſtlich wieder den Proportional-Circul, daß das latus A. zwiſchen 6. und 6. ſtehe, ſo wird die vorhero genommene Weite von 6. zu 6. nunmehro einſchlagen in $5\frac{1}{3}$. und dieß iſt ein latus zu einem Quadrat E. deſſen Innhalt, wo er ausgerechnet wird, gegen denen Innhalten derer drey gegebenen Quadratorum, als die quarta proportionalis minor ſtehen wird.

Scholion I.

Man betrachte dieß Problema recht, denn es giebt allerhand Anleitungen zu tieffern Gedancken. Uberhaupt wird man aus denen bisherigen Problematibus den gantz unausſprechlichen Nutzen dieſes Inſtruments mit Vergnügen geſehen haben.

Scholion II.

Zum Beſchluß dieſes Capituls will noch einige curieuſe Eintheilungen eines Feldes mit anhängen, die nicht nur in der Praxi wohl zu Zeiten angehen mögen, ſondern auch, welche an ſich ſelbſt nachdencklich ſind:

I. Es wäre ein viereckicht Stück Feld, oder Wieſen,

a b c d.

a b c d. welches durchaus in der Mitte e f g h, einen böſen Boden hätte, auf allen Seiten aber herrliches Futter trüge, dieß ſolte unter 4. Gebrüdere alſo eingetheilet werden, daß jeder ſo viel gutes, als ſchlimmes, wie der andere, und alle gleiche Theile bekämen. So theilet des Quadrati latera in 4. gleiche Theile, weil derer Erben 4. ſind, und ziehet durch blinde Linien die Theilungs-puncta creutz-weiß parallel zuſammen. Hernach zertheilet es, wie Tab. IX. Fig. 11. es angezeiget worden, ſo wird jeder Erbe die Helffte ſeiner Wieſen gut und böß bekommen.

II. Oder es wäre eine Wieſen, die nur in der Mitte eine groſſe Platte hätte, welche nichts-nutziges und weniges Futter trüge, oder ſonſt mangelhafft wäre. Dieſe nun unter 4. Erben zu theilen, daß gleichwohlen jeder ein gleiches Stück dieſes böſen Platzes bekäme, ſo zergliedert zwar anfänglich die latera wiederum in 4. gleiche Theile, nach der Anzahl der Erben, und hänget die Theilungs-puncta durch parallel-Linien creutz-weiß zuſammen. Alsdann aber gebt einem jeden dieſer Erben nur ein Quadratulum aus der Mitte, als dem böſen Platz, und 3. Quadratula von auſſen, als der guten Wieſen, ſo bekommt jeder Theil gleich viel gutes und böſes, und keiner gleichwohl mehr, als der andere, ſondern jeder den vierdten Theil. Tab. IX. Fig. 12. iſt dergleichen Eintheilung aufgeriſſen.

III. Geſetzt aber man fände ein Stück Feld A B C D E F. welches die Figur hätte, die in der Tabula X. Fig. 5. zu ſehen iſt. Dieß Feld ſolte unter 4. Erben getheilet werden, alſo daß jeder Erbe wieder die Figur des gantzen Feldes, und doch nur den vierdten Theil deſſelben bekäme, ſo zertheilet das gantze Stück Feld in 3. Quadrata, A X E F. B O E X. und C D E O. Jedes dieſer quadratorum zertheilet wieder in 4. kleinere Quadrata, alsdann nehmet allemal drey und drey Quadratula alſo zuſammen, wie die Figur am beſten zeiget, ſo bekommt jeder Erbe ſo viel als der andere, und ein jeder behält in ſeinem Stück die Figur wiederum, die das gantze Feld auch hatte.

Scholion III.

Wer noch mehreres von der Geometria, und inſonderheit der practica, nachzuleſen beliebet, der kan in des Herrn Pro-

feſſor *Wolffii* Unterricht von denen Mathematiſchen Büchern, ingleichen bey dem Herrn Profeſſor *Sturm*, in ſeiner Matheſi juvenili, einen langen Catalogum derer Authorum finden. Die vollſtändigſte Geometria practica, die ohne Demonſtration bis hieher an das Tages-Licht gekommen, iſt auſſer allen Streit des Mr. *Mallet* ſeine, in Frantzöſiſcher Sprache. Das Feld-meſſen wird ſo wohl mit denen Stäben und der Meß-Kette, als mit dem halben Circul, mit dem Geometriſchen Quadrat, mit dem Proportional-Circul, der Bouſſole, dem Jacobs-Stab, dem Meß-Tiſchlein, ꝛc. gewieſen. Nur iſt zu bedauren, daß die überflüſſigen Kupffer das Werck ohne Urſach vertheuern. Es ſind faſt ſo viel ſaubere Kupffer, als Blätter in dem Buch, bey welchen viele Neben-Bilder das Werck zwar zieren, aber auch theurer machen. In der Teutſchen Sprache iſt des *Daniel Schwenters* Geometria practica, zumahlen die neueſte Edition, da die Noten faſt mehr ausmachen, als das Buch ſelbſt, zu recommendiren. Es hat dieſe *Andreas Böckler* zu Nürnberg 1667. in 4to heraus gegeben. Weilen aber die Stereometrie dieſem Buch fehlet, ſo kan als ein Supplementum darzu gethan werden, *Johannis Hartmanmanni Bayeri* neue und ſchöne Art der vollkommenen Viſir-Kunſt, welche zu Franckfurt am Mayn 1603. in 4. heraus gekommen.

CAPUT VII.

Von denen fürnehmſten Problematibus der Epipedometrie auf dem Feld.

Problema CLV.

Eines gerad-linigten Stück Feldes a b c d e, zu welchem man auf allen Seiten kommen kan, ſeinen Grund-Riß zu verfertigen, das iſt,

iſt, auf dem Papier eine Figur aufzutragen, die dem Stuck Feld in allem ähnlich ſeye.

Reſolutio.

I. Modus.

I. Meſſet mit einer ordentlichen Meß-Ket- Tab. IX. ten, oder Schnur, alle latera der Figur, Fig. 3. a b, b c, c d, d e, ingleichen auch die diagonales a c. u. a d. und ſchreibet einer jeden Maaß auf.

II. Nehmet einen verjüngten Maaß-Stab und traget das Latus a b. an einen Ort, alsdann nehmet mit einem Hand-Circul die Weite a c. und mit einem andern Hand-Circul die Weite b c. auf dem verjüngten Maaßſtab, und ſchneidet mit beyden Weiten die creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen in c. ſo könnet ihr die Linie b c. ziehen.

III. Nehmet auf dem verjüngten Maaßſtab die diagonalem a d. und ſchneidet aus a. damit einen Bogen bey d. hierauf nehmet die gemeſſene Seite d c. im Feld, und traget ſie verjüngt aus c. in die diagonalem a d. ſo wird ſich ſolche ſchneiden in d.

IV. Endlich nehmet die Weite d e. auf dem verjüngten Maaßſtab, und ſchneidet damit aus d. einen Bogen bey e. und mit der letzten Seite a e. die man auf dem Feld gemeſſen, ſchneidet, nach verjüngten Maaß-Stab, aus a. auf e. einen Bogen, ſo wird d e. und e a. können gezogen werden, und die Figur a b c d e. auf dem Papier, wird in allen Stücken ähnlich ſeyn dem Stück Feld a b c d e.

II. Modus.

Tab. IX. Fig. 4. I. Stellet das Meß-Tiſchlein alſo auf den einen Winckel des Feldes, daß die Spitze des Winckels a. vertical auf ſich das Tiſchlein ſtehen habe. Es iſt Sectione I. Part. II. ſchon gezeiget worden, wie das Meß-Tiſchlein allezeit zu ſtellen ſeye.

II. Wenn das Lineal mit denen Dioptern durch Hülffe einer Nadel accurat iſt eingeſchlagen worden, alſo daß das punct, wo die Nadel ſteckt, und der Winckel des Feldes, unten auf einer Perpendiculari ſtehen; ſo richtet das Lineal von einem Stab auf den andern, und viſiret accurat, daß die Stäbe mit denen Fäden in denen Dioptern einander decken. NB. Entweder muß in jedes Eck ein Pfahl geſteckt werden, oder es müſſen die Winckel-Spitzen ſo deutlich zu ſehen ſeyn, damit man accurat ohne Stab an die Ende des Feldes viſiren könne.

III. Ziehet bey jedem viſiren eine Linie drang an dem Lineal, bis auf die Nadel, welche indeterminatæ longitudinis ſeyn können.

IV. Laſſet hierauf von a. auf alle Lineas in dem Feld ordentlich hinmeſſen, auf daß ihr erfahret, wie lang a B, a C, a D, a E, a F, a G. ſey, und nach einem verjüngten Maaß-Stab traget jede Länge auf die Lineas correſpondentes, ſo wird ſich der Grund-Riß a b c d e f g. der gantz ähnlich mit dem Feld A B C D E F G. ſeyn wird, ergeben.

III. Mo-

III. Modus.

I. Stellet das Meß-Tiſchlein ohngefehr Tab. IX. in die Mitte des Feldes ABCDEF. Fig. 5. und erwählet euch ein punct f. auf dem Tiſchlein, daſelbſt ſchlaget mit einer Nadel das Lineal ſammt denen Diopteꝛn darauf, und richtet NB. das Tiſchlein allezeit, wie Sectione I. Part. II. Cap. VI. gewieſen worden.

II. Stecket in alle Ecken des Feldes perpendiculariter Stäbe ABCDEF. und viſiret mit denen Diopteꝛn auf alle Stäbe, und ziehet allemal drang an dem Lineal eine Linie auf f. ſo kommen die Linien fa. fb. fc. fd. fe. ff.

III. Laſſet nunmehro von dem Meß-Tiſchlein an, unten auf dem Feld, wo der Bley-Wurff aus f. perpendiculariter auf die Erden fället, mit einer ordentlichen Meß-Ketten an alle Ende des Feldes meſſen, und ſo viel allemal eine Linie an Ruthen, Schuh und Zollen hält, ſo viel traget aus f. in eben diejenige Linie am verjüngten Maaß-Stab auf das Papier; Ex. gr. wenn fA. hält 24. Ruthen, ſo traget aus f. in a. auch 24. Ruthen in kleinen Maaß, und ſo ferner.

IV. Wenn rings herum alle Linien vom Centro f. aus ſind gemeſſen und auf das Papier, nach verjüngten Maaß, ordentlich eingetragen worden, ſo ziehet ab. bc. cd. de. ef. zuſammen, und es wird der Grund-Riß oder Ichnographia gemacht, und abcdef. wird gantz ähnlich ſeyn dem Feld ABCDEF.

IV. Modus.

I. Stellet den halben meſſingernen Circul in den Winckel a. und ſuchet nach der Art, wie Sectione I. Cap. VI. gewieſen worden, die Gröſſe derer Winckel x. m. und r. Tab. IX. Fig. 6.

II. Laſſet mit der Ketten die Seite ab. und a e. und die zwey diagonales a c. und a d. meſſen.

III. Richtet alsdann nach einem verjüngten Maaß-Stab die Triangula a b c. a c d. und a d e. auf, wie Sect. I. Part. II. gewieſen worden, zu zwey gegebenen Seiten und einem Winckel ein Triangulum aufzurichten; ſo wird die Figur des Feldes nach verjüngten Maaß-Stab, abermalen auf dem Papier in Grund-Riß gebracht ſeyn.

V. Modus.

I. Stellet das meſſingerne Aſtrolabium, abuſivè ſic dictum, in die Mitte des Feldes bey f. Vid. Tab. IX. Fig. 7. und erforſchet die Gröſſe derer Winckel A f B. B f C. C f D. D f E. E f G. G f. A. NB. wie man alle dieſe Winckel auf dem Felde nehmen könne, iſt in der Sectione I. Part. II. gar deutlich gezeiget worden.

II. Meſſet vom Centro aus, unten bey der Erden, wo das Stativ ſtehet, auf alle Lineas rectas, f A. f B. f C. f D. f E. f G. wie lang eine jede an Ruthen, Schuh und Zollen ſey, und ſchreibet euch ſo wol alle gefundene Winckel, als auch alle gemeſſene Linien auf.

III. Deſtoweniger ſich zu verirren, ſo zeichnet mit

Bley-

Bley-Stifften nur *ruditer* eine Figur auf ein Papier, die ſo viel Ecken habe, als das Feld, und nehmet in der Mitten ein Punct an, und ziehet aus demſelben auf alle Ecken Linien, nur mit freyer Hand, und ſchreibet allenthalben die wahren Winckel hin, wo ſie hin gehören, wenn die Figur gleich nichts tauget, und zu jeder Linie ſchreibet das Maaß, ſo werdet ihr euch deſto weniger verſtoſſen können.

IV. Zu Hauſe traget nun, nach einem verjüngten Maaß-Stab, ordentlich und nach allen Winckeln die Figur auf, das iſt, hänget die Triangula b f a, a f g. f g e. e f d. d f c. &c. zuſammen, ſo wird auch auf ſolche Weiſe das Stück Feld in Grund liegen, wie man es zu nennen pfleget.

Scholion I.

Der berühmte Herr Profeſſor *Wolff*, hat in ſeinen Elementis Geometriæ pag. 160. & 161. noch einen artigen Modum: Ich verweiſe aber denjenigen, der mehrere Wege zur Veränderung zu wiſſen liebet, billig dahin, und gehe vielmehr auf die nöthigere Stücke, die im Feldmeſſen unumgänglich zu wiſſen nöthig ſind.

Scholion II.

Alle Felder, die da auszumeſſen vorkommen, ſind

I. entweder allenthalben von innen und auſſen zugänglich, und dieſe ſind am leichteſten zu berechnen und in Grund zu legen, wie ſolches Problemate CLV. præcedente gewieſen worden; oder

II. man kan in einigen Feldern inwendig nicht herum gehen, ſondern nur von auſſen zukommen, ex. gr. die Wälder, die Weyher, die mit Saamen ſtehende Felder, die mit Graß bewachſene Wieſen, um welche man nur von auſſen herum gehen darff und kan; oder

III. man kan weder von innen, noch von auſſen, einer Flä-

che beykommen, die man doch gleichwol ausmeſſen ſoll, ex. gr. ein Stück Wald über einem Waſſer liegend, item gantze Landſchafften, ꝛc. Nun ſollen beyde letztere Methoden noch gewieſen werden.

Problema CLVI.

Den Grund-Riß eines Stück Feldes zu machen, zu welchen man von innen gar nicht kommen, ſondern nur von auſſen herum gehen, doch daſſelbe überſehen kan.

Reſolutio.

I. Modus.

I. Es wäre ein Weyher, oder ein Stück Acker, oder Wieſen mit Frucht und Graß verſehen, da hinein man weder könte, noch dörffte. Vid. Tab. IX. Figura 8. So ſtellet das Meß-Tiſchlein in A. waſſer-recht, und in allen Vorarbeiten gerichtet, wie es ſeyn ſoll, und wie ich beſchrieben habe Sectione I. Part. II.

II. Richtet das Lineal mit Dioptern auf alle Winckel des Stück Feldes a b c d e. &c. und ziehet allenthalben Linien auf A. als dem Punct, wo das Lineal angenagelt iſt.

III. Nehmet nun eine gewiſſe Diſtanz A f. an, die nicht zu groß ſey, damit man nicht zu viel Arbeit ſich mache, aber auch nicht zu klein werde, damit die Winckel nicht allzu ſpitzig fallen, und meſſet mit der ordentlichen Meß-Ketten, wie weit es von dem Meß-Tiſchlein ſey, bis zu dem Ende der angenommenen Stations-Linie A f.

IV. Traget nach verjüngtem Maaß-Stab dieſe Weite der Diſtanz-Linie, nach Ruthen, Schuh und Zoll auf das Papier im Meß-Tiſchlein, von A. ge-

A. gegen f. und ſchlaget in f. das Lineal mit denen Diopteru ſammt der Nadel wieder ein.

V. Stellet das Tiſchlein aus A. in f. als das andere Ende der Stand-Linie, 1.) wieder waſſerrecht, 2.) daß das punctum der Nadel f. mit dem puncto des Stabs f. wo die Stand-Linie aufhöret, perpendiculariter zuſammen treffe; 3.) daß das Lineal mit denen Diopteru accurat mit der Linie A f. nach ihrer Schneiden anliege.

V. Wenn dieſe Neben-Stücke alle wohl obſerviret worden, als welche die zweyte Station allemal am mühſamſten machen, ſo richtet das Meß-Tiſchlein alſo, daß, wenn man mit dem Lineal, ſammt denen Diopteru, welches an der Linie A f. auf dem Tiſchlein anliege, zurück auf den Pfahl A. ſiehet, welcher in das punctum primæ ſtationis muß eingeſchlagen werden, alles zuſammen eine gerade Linie ausmache, und der Pfahl accurat von dem Faden der Diopter bedecket werde.

VI. Nach allen dieſen nöthigen Vor-Arbeiten, ſo fanget endlich an, und ſehet durch des Lineals-Diopteru auf alle Ecken der Figur, und ziehet allenthalben Linien auf f. als das punctum ſtationis, ſo werden dieſe die erſtern aus A. gezogene Linien durchſchneiden.

VII. Die Puncta interſectionum 1. 2. 3. 4. 5. bemercket, und ziehet von 1 auf 2. von 2 auf 3. ꝛc. Lineas rectas, ſo wird ſich die Figur des Weyhers, oder des Saamen-Feldes A a b c d e f. auf dem Meß-Tiſchlein accurat in verjüngten Maaß-

Stab

Stab, in denen Terminis A f. 1. 2. 3. 4. 5. formiten.

II. Modus.

I. Stellet, an ſtatt des Feld-Tiſchleins, das meſſingerne Inſtrument des halben Circuls in A. Vid. Tab. IX. Fig. 9. und ſuchet nach der Art, wie bishero offt genug ſchon gezeiget worden, die Winckel BAC. CAD. DAE. EAF. ſchreibt jeden beſonders auf, und machet euch abermahlen eine Figur mit freywilligen Linien, nur zur Beyhülffe des Gedächtnüſſes, und traget die Winckel nach ihren Anzahlen darein, wenn ſie gleich durch frey-gezogene Linien nicht eintreffen in der That.

II. Laſſet mit eurer Meß-Ketten die Diſtanz AF. meſſen, und traget das Inſtrument in F. ſtecket dafür in A. einen Pfahl.

III. Richtet das Inſtrument alſo, daß deſſen eines Ende des halben Circuls mit dem unbeweglichen Diameter, juſt auf den Pfahl A. ziele, wenn man durch die Dioptern dahin ſiehet.

IV. Alsdann verſchiebet das bewegliche Lineal, und viſiret auf alle Ecken der Figur, und nehmet alſo gleich allezeit die Winckel BFA. BFC. CFD. DFE. ſchreibet ſolche wiederum auf, wie Num. I. hujus Problematis geſagt worden.

V. Nehmet alsdann zu Hauß ein beſonderes ſauberes Papier, und traget an einen tauglichen Platz die gemeſſene Stand-Linie AF. Exempli gratia 650, nach verjüngten Maaß-Stab, darauf.

VI. Her-

VI. Hernach aus A. richtet durch Hülffe des Transporteurs die Winckel B A C. C A D. D A E. E A F. auf, und ziehet allenthalben Linien von beliebiger Länge.

VII. Aus F. traget die Winckel A F B. B F C. C F D. D F E. auf, und ziehet ebenfals allenthalben blinde fort-lauffende Linien, ſo werden dieſe einander durchſchneiden in B C D E. mithin wird die Figur des gantzen Weyhers, oder Saamen-Feldes, nach verjüngten Maaß-Stab auf dem Papier ſtehen, und das begehrte Feld durch das meſſingerne halbe Circul-Inſtrument in Grund geleget ſeyn.

Scholion.

Hier will Fleiß angewendet ſeyn, denn es muß eine groſſe accurateſſe beobachtet werden, bis das Inſtrument allemal in der zweyten Station ſo geſtellet wird, daß es auf der Stand-Linie, zurück auf die erſte Station viſirend, nett auf den perpendiculariter eingeſchlagenen Pfahl ziele. Die geringſte Abweichung machet in der That gleich eine andere Figur, die entweder auf dem Papier gröſſer, oder kleiner wird, als das Stück Land auf dem Felde iſt; mithin bekommt man hernach in der Ausrechnung entweder zu viel, oder zu wenig am ſuperficial Innhalt. Es läſſet ſich dieſes auch mit Worten nicht ſo gut beſchreiben, als in der Praxi die Handgriffe auf dem Feld ſich zeigen laſſen. Das Inſtrument muß gut ſeyn, ſonſt iſt alle angewendete Mühe ohnedem umſonſt. Und wenn man auch ein richtiges Inſtrument hat, welches doch was rares, ſo können die Neben-Arbeiten, wenn dieſe nicht mit allem Ernſt wieder wohl beobachtet werden, ſo viele Unrichtigkeiten extra verurſachen, daß man ſich um ein groſſes verſtoſſen, mithin ſein Gewiſſen, wenn man verpflichtetes Feldmeſſen vor ſich hat, verletzen kan. Wer das Feld-meſſen nur ein wenig nach der gehörigen Richtigkeit liebet, der wird alſo bald ſelbſt auf die Gedancken fallen, wie unverantwortlich

vie-

viele gemeine, zwar verpflichtete, aber keinen Grund wiſſende Feld-Meſſere in den Tag hinein frech und verwegen meſſen. Es verſtehen die meiſten nicht einmal ein Inſtrument nur zu examiniren, ob es die gehörigen Requiſita habe, die zu einem ſolchen Inſtrument erfordert werden, wie ſolten ſie demnach was richtiges damit arbeiten können? Ich geſchweige derer übrigen aus denen Demonſtrationibus alleine herzu holenden Obſervationum, ohne welche, bey ſo unzehlig-fürfallenden Veränderungen auf dem Feld, gewiß nichts richtiges heraus kommen kan. Sie verlaſſen ſich meiſtentheils darauf, daß entweder niemand gegenwärtig, der ihre Arbeit verſtehet und corrigiren kan, oder daß ſie trotzig noch Tumult anfangen, wenn man ſie, als geſchwohrne Feld-Meſſere, angreiffen und ihre Unrichtigkeiten ihnen zeigen wolte. Faſt täglich erforderns die menſchliche Caſus, daß Felder ſollen gemeſſen, getheilet, in Grund geleget, ꝛc. werden; Und, ohnerachtet dieß eine im menſchlichen Leben ohnentbehrliche Wiſſenſchafft iſt, ſo findet man doch ſo wenige, die entweder aus eigenen Trieb die Geometrie gründlich lernen, und dermaleinſt ſolche Functionen mit guten Gewiſſen bekleiden wollen; oder es iſt ſo was rares, daß groſſe Fürſten und Republiquen ſich die Koſten machten, jemand beſonders darauf ſtudiren zu laſſen, da doch viele Strittigkeiten offt unterwegs blieben, wenn verſtändige Feld-Meſſer zur Hand wären, ja das Intereſſe publicum groß dadurch befördert würde, wenn ein Landes-Herr bey vielen Umſtänden offt ſeine Länder und ihre Gräntzen accurater könte unterſuchen laſſen.

Problema CLVII.

Ein Stück Feld in Grund zu legen, um welches man zwar auſſen rings herum gehen, aber innen hinein nicht kommen, auch daſſelbe nicht überſehen kan.

Reſolutio.

I. Modus.

1. Man kan mit bloſſen Stäben und der Ketten dieſes verrichten. Es ſey Fig. 10. Tab. IX. ein Stück

Stück Wald: Fanget bey a. an, und verlängert durch Pfähle die Linie k a. und b a. wie Sectione I. Part. II. Problemate LXI. gezeiget worden, eine Linie auf dem Feld abzuſtecken.

II. Meſſet, wann dieſes geſchehen, durch die Ketten den Winckel a nach dem Problem. LXVIII. Scholio I. Sect. I. Part. II. ſo habt ihr auch den inneren Winckel bey a, in dem Wald, denn die anguli verticales ſind einander gleich.

III. Laſſet mit der Meß-Ketten an dem Wald fort die gerade Linie a k. meſſen, und machet euch abermal eine blinde Figur, nur taliter qualiter, und ſchreibet darinnen auf den Winckel a. und die Linie a k.

IV. Eben ſo meſſet den Winckel k. und ſchreibet ihn ein in eure blind-gezogene Figur und dieſen müſſet ihr behalten wie er iſt, denn er gehöret zu der Figur, und laſſet die Seiten k i. meſſen, und traget ſie ebenfals nach ihrer Anzahl der Ruthen, Schuh und Zoll, in eure Figur.

V. Wenn ihr rings-herum alle Winckel des Waldes alſo gemeſſen, daß die verticales vor die innere angenommen, und die äuſſern Winckel vor ſich ordentlich behalten, oder die anguli contigui gemeſſen und deren complementa behalten worden; Wenn ihr ferner alle Seiten des Waldes accurat mit der Ketten abgemeſſen und alles richtig aufgezeichnet habt; ſo traget zu Hauß alsdann auf ein reines Papier, und nach einem beliebigen Maaß-Stab, alle Linien und alle Winckel wie-

der in gehörigen Ort mit Sorgfalt auf, ſo wird der Wald in Grund geleget ſeyn.

II. Modus.

Tab. IX. Fig. 10. I. Stellet das Meß-Tiſchlein in a. ſo richtig, als bishero gewieſen und erfordert worden, und wenn das Lineal aufgenagelt, ſo ſehet aus a. auf k. und auf b. und ziehet beyderſeits drang an dem Lineal Linien, ſo bekommt ihr den Winckel a.

II. Laſſet mit der Meß-Ketten von a. bis b. meſſen, und nach einem verjüngten Maaß-Stab traget von a. bis b. eben ſo viel Ruthen, Schuh und Zoll, auf die Linie des Papiers auf dem Tiſchlein, als viel Ruthen, Schuh und Zoll die Seite des Waldes a b. ausmachte.

III. Stellet das Tiſchlein in b, und richtet es nebſt denen übrigen erforderlichen Umſtänden, die ſchon offt gezeiget worden, auch alſo accurat, daß das Lineal mit denen Dioptern, nett an der Linie b a. anliege und in b. die Nadel eingeſchlagen ſeye. Hierauf richtet es, daß ihr von b. auf a. wo ein Pfahl ſtecken muß, richtig hinſehet. Alsdann ziehet die Linie b c. ſo habt ihr den Winckel b.

IV. Laſſet b c. mit der Ketten meſſen, traget dieſe Länge nach dem verjüngten Maaß-Stab auf die Linie b c. in dem Tiſchlein. Stellet das Tiſchlein in c. nagelt das Lineal in die Linie bey c. ſehet wieder zurück mit auf b, nach der accurateſſe, die beſchrieben worden, und dieß thut rings um den Wald, ſo erhaltet ihr die gantze Figur des Waldes, nach verjüngten Maaß-Stab, in völ-

li-

liger perfection, auf dem Meß-Tiſchlein in Grund gelegt.

III. Modus.

I. Stellet den meſſingernen halben Circul in a, und nehmet damit den Winckel b a k. auf die Art, wie gewieſen worden, durch dieß Inſtrument die Winckel zu nehmen, und ſchreibet dieſen Winckel mit Nahmen b a k. in eure Schreib-Taffel; oder machet wieder taliter qualiter eine Figur auf ein Papier, und ſchreibet die Zahl des Winckels darein.

II. Meſſet mit der Ketten, wie weit von a. auf b. ſey, und ſchreibet auch dieſes auf.

III. Traget das Inſtrument auf b, und richtet es, daß ihr mit des unbeweglichen Diametri ſeinen Dioptern nett auf a. zurück ſehet, alsdann viſirt mit des beweglichen Lineals Diopte rn auf c. und nehmet den Winckel c b a. ſchreibet dieſen ein.

IV. Laſſet die Seite des Waldes b c. meſſen und traget die Ruthen, Schuh und Zoll nach ihrer Anzahl in euer Büchlein ein, oder ſchreibets zu der blind-gezogenen Figur hin.

V. Machet es rings um den Wald herum alſo, ſo werdet ihr zu Hauß, nach einem ordentlichen Maaß-Stab und angewendeten Fleiß, die gantze Figur des Waldes in Grund legen können, wenn alle Winckel ſcharff aufgetragen, und die Linien nach ihren Maaß nett genommen werden.

Scholion I.

Die gröſte Gefahr dabey iſt dieſe, daß meiſtentheils im Schluß der Figur die Linien nicht zuſammen treffen. Es iſt dieß ein offenbahres Kennzeichen, daß im Feld-meſſen ſelbſt die Winckel nicht accurat genommen, oder die Seiten nicht richtig gemeſſen worden, mithin gehen die zwey letzten Linien, welche die Figur ſchlieſſen ſollen, entweder zu weit in einander, oder ſie ſperren das Maul zu weit von einander auf. Der Herr Profeſſor Sturm giebt zwar, auf Einrathen des Herrn *Schwenters*, dieſen Rath: Man ſolle mitten in der Figur ein Punct erwählen, und ſoll aus demſelben auf einen jeden Winckel, und auf die zwey letzte klaffende Linien, blinde Linien ziehen, dieſe Linien aufſchneiden, und vermittelſt dieſer Schnitte jeden Winckel etwas kleiner machen, indeme man nemlich die aufgeſchnittene Drey-Ecke etwas über einander gehen läſſet und zuſammen pappet, bis die äuſſerſten klaffenden puncta auch zuſammen treffen. Wann aber die Figur ſich in einander ſchrencke, ſoll man es zwar eben alſo machen, aber die aufgeſchnittene Linien etwas von einander richten, um die Winckel ein wenig zu erweitern, bis daß ſich die zwey letzten Linien zuſammen geben. Allein ich muß geſtehen, daß dieſer modus zwar hilfft, eine geſchloſſene Figur auf dem Papier zu bekommen, ob aber der Innhalt dieſer Figur mit dem Innhalt des Feldes alsdann übereinkomme, das iſt eine andere Frage. Nimmermehr kan man ſich eine Richtigkeit auf ſolche Art verſprechen, dahero iſt es höchſt-nöthig, daß man im währenden Feld-meſſen gleich alle möglichſte Behutſamkeit brauche, damit die Winckel allenthalben recht genommen und die Seiten der Wälder, &c. &c. richtig gemeſſen werden. Wenn man unachtſam gemeſſen, ſo kan ohnedem keine richtige Rechnung des ſuperficial-Innhalts folgen, und wenn die Linien klaffen, die ein Merckmahl einer faulen Arbeit ſind, ſo kan ſolche auf keine Weiſe corrigiret werden, daß eine Gewißheit daraus entſtehen ſolte. Wenn ich Felder hätte, und es brächte mir ein Feld-Meſſer deren Plan mit klaffenden Linien und wolte mir ſagen, mein Feld hielte ſo und ſo viel, ich würde ihm nimmermehr glauben; und wenn er auch den Fehler verdecken, die Figur zuſammen ziehen und den Innhalt nur ſagen wolte, würde ich nach dem Concept ſei-

ſeines Riſſes fragen, und nach allen aufgeſchriebenen Winckeln und Linien entweder ſelbſt, oder durch jemand anders einen neuen Riß machen, und zu vorher ſehen, ob die zwey letzten Linien nicht klaffen. Einige meynen zwar dieß ſey eine Probe, ob man das Feld richtig in Grund geleget habe, wenn man alle Winckel aller Ecken des Feldes meſſe, und bey jedem auch den angulum deinceps poſitum mitmeſſe, und beyde allemal addire, wenn 180. jedesmahl heraus komme, ſo ſey alles richtig; allein auch dieß iſt noch nicht genug. Ich will mit Fleiß in einer Figur um was groſſes fehlen, gleichwohlen machen, daß die Linien ſich nicht nur ſchlieſſen, ſondern auch allemal die anguli deinceps poſiti mit dem andern 180. machen, und ſoll doch deßwegen nichts richtig ſeyn; denn ein jeder Winckel, wenn deſſen einer Schenckel continuiret wird, bekommt zu ſeinem angulo deinceps poſito das complementum von 180. Grad. Hiernächſt iſt ja bekandt, daß die puren Winckel an einer Figur weiter nichts, als nur die Figur determiniren, keinen wahren Innhalt aber noch nicht anſagen: Denn ich will hundert Figuren machen, da allemal die anguli homologi einander gleich, das Feld ſelbſt aber im̃er gröſſer oder kleiner ſeyn ſoll. Es kommt in Wahrheit auf die Meſſung der Linien ſo viel an, als auf die Winckel, und iſt alſo noch nicht genug, wenn die anguli deinceps poſiti zu einem jeden Eck-Winckel addirt 180. machen, daß deſſentwegen gleich die Ausmeſſung des Feldes richtig geſchehen ſey. Man muß hauptſächlich auf das Meſſen mit der Ketten auch Achtung geben, daß alle Linien nett an ihrem Maaß genommen werden, und fehlet es wohl öffters, wenn die letzten Linien klaffen, mehr an unrichtig-gemeſſenen Seiten, als unrichtig-genommenen Winckeln.

Scholion II.

Ein beſſerer modus iſt, man nimmt rings-herum die Stationes mit dem Meß-Tiſchlein alſo, daß allemal aus zweyen Stationen gegeneinander die gezogenen Linien ſich ſelbſt durchſchneiden und die puncta derer Ecken des Waldes anzeigen, wie Problemate CLVI. gewieſen worden, worzu doch ſchon eine geübtere Hand gehöret, und welches ſich mehr pra-

ſtice auf dem Feld weiſen, als beſchreiben läſſet. Der allerleichteſte, beſte und einfältigſte Weg iſt dieſer, welcher in dem folgenden Problemate Modo ſecundo ſoll bey krumm-linichten Figuren gewieſen werden, der ſich dann auch bey Wäldern appliciren läſſet, als welche offt viele krumme Linien haben.

Problema CLVIII.

Den Grund-Riß eines krumm-linichten Feldes zu zeichnen, zu welchen man noch hingehen kan.

Reſolutio.

Tab. X. Fig. 1. I. Kan man zu einem krummen Feld inwendig kommen, und in demſelben frey wandeln, ſo ſtellet das Tiſchlein ohngefehr in die Mitten des Feldes, und erwehlet auf dem Papier auch mitten ein Punct x. daſelbſt ſchlaget die Nadel mit dem Lineal ein.

II. Laſſet in A B C D E. Stäbe ſtecken und viſiret durch die Dioptern auf alle dieſe Stäbe, und ziehet allemal eine Linie A x, B x, C x, D x. &c.

III. Laſſet alle die Linien x A, x B, x C. &c. meſſen auf dem Feld, und traget alsdann das Maaß deren, nach einem verjüngten Maaß-Stab, auf die Linien in dem Papier rings herum.

IV. Hänget nach der Proportion derer krummen Linien auf dem Feld, auch die Linien auf dem Papier zuſammen durch krumme Linien, und mercket, je mehr Pfähle man ſtecket, je genauer kan man alle Krümmen anzeigen, ſo wird das krumme Feld in den Grund geleget ſeyn. Sind aber die Felder zu groß, daß ſie auf einmal nicht können

nen überſehen werden, in der Mitte, ſo theilet ſie in zwey Theile, und verfahret mit jeden beſonders, wie gelehret worden, nur mercket, daß das Tiſchlein auf der Linie DEM. bleibe, in beyden Stationen x. und x.

V. Sind es aber krume Felder, zu denen man nicht anders, als nur von auſſen, kommen kan, Ex. gr. Wälder, Weyher von allzugroſſen und vielen Krümmen, ſo verfahret alſo:

1) Stellet das Meß-Tiſchlein nicht zu weit und nicht zu nahe von einem Ecke oder Krümme des Waldes, denn in jenem Fall bekommt man gar zu lange Linien zu meſſen, in dieſem Fall aber kan man zu wenige Eck auf einmal überſehen, mithin müſte man das Meß-Tiſchlein gar zu offt verſtellen. Stellet demnach, ſage ich, das Meß-Tiſchlein an einen bequemen Ort in x. Tab. X, Fig. 2.

2) Wenn alles an dem Meß-Tiſchlein gerichtet worden, was gehörig war, und das Lineal in x. mit denen Diopꝛern, durch Hülffe einer Nadel, angeſchlagen, ſo viſiret aus x. auf a b c d e. und laſſet x a, x b, x c, x d, x e. meſſen.

3) Traget jeder Linie ihre Gröſſe, die ſie auf dem Feld hat, nach verjüngten Maaß auf die Linien, die aus x. gezogen ſind, und wenn der Wald gerad-linigt, ſo iſt es deſto beſſer, denn ſo giebt es gerade Linien auf der Figur des Papiers: Iſt aber der Wald krumm-linigt, ſo hänget die gezogene Linien an ihren Enden, wo jeder ihr Maaß ſie determiniret, mit krummen Linien zuſammen, die da, ſo viel möglich,

ähnlich ſeyen, denen würcklichen krummen Linien auf dem Feld.

4) Traget nunmehro das Meß-Tiſchlein in z. und meſſet mit der Ketten, wie weit von x. auf z. ſey. Eben ſo viel meſſet auch nach verjüngten Maaß-Stab von x. auf z. auf der Linie des Papiers fort, und ſchlaget das Lineal mit der Nadel in z. ein.

5) Richtet das Tiſchlein wieder accurat, und leget das Lineal an die Linie zx. und viſiret durch Verdrehung des Tiſchleins zurück auf die erſte Station x. bis der Faden der Diopter den Pfahl x. bedecke.

6) Hierauf verſchiebet das Lineal wieder, und ſehet erſtlich aus z. auf e. und obſerviret, ob der Pfahl e. mit dem puncto e. auf dem Papier übereintreffe, als auf dem Ende, des ſchon in der erſten Station gezeichneten Stücks Feldes. Wenn alles richtig obſerviret worden, ſo wird auch dieß eintreffen, als das vornehmſte, welches ſeyn muß.

7) Nunmehro viſiret fort auf alle Ende und Spitzen des Waldes, ſo viel ihr aus dieſer Station erſehen könnet, und ziehet allemal bey jedem viſirten Eck eine Linie auf z. Laſſet alle dieſe Linien fz, gz, hz, meſſen, auf dem Feld, und traget ſie in verjüngten Maaß-Stab in das Papier des Feld-Tiſchleins, und hänget die Extremitäten wieder zuſammen durch ähnliche krumme Linien, wenn das Stück Feld krumm-linicht iſt, oder mit geraden Linien, wenn das Feld gerade Seiten hat.

8) Gehet mit dem Tiſchlein wieder weiter bis in a. meſſet za. mit der Ketten, und traget dieſe Station

von

von z. auf a. in den Riß, und nagelt daſelbſt das Lineal an. Sehet wieder zurück auf die Linie a. z. mit dem an der Linie anliegenden Lineal, und richtet alles am Meß-Tiſchlein accurat, und ſehet alsdann ob das Lineal eintreffe, wenn ihr es auf das letzte Punct h. der vorigen Station drehet, alſo, daß a h. das letzte punct des Riſſes mit auf dem Papier berühre.

9.) Wenn dieß eintrifft, ſo viſiret auf die folgende Ecke des Waldes, ſo weit dieſe Station es leydet, und machet es eben ſo, wie in denen erſtern zwey Stationibus geſchehen, nur daß ihr zuletzt auch eine neue Stand-Linie viſiret, weilen es nunmehro auf der Seiten des Waldes herum gehen ſoll; dieſe neue Stand-Linie ſey a m.

10.) Wenn alles geſchehen, und auch dieſe Ecken des Waldes auf den Riß eingetragen worden, ſo gehet mit dem Feld-Tiſchlein auf m. und hernach ſo fort rings um den Wald herum, und procediret allemal, wie in denen drey erſtern Stationibus geſchehen, ſo wird zuletzt die gantze irregulaire Figur erſcheinen.

Scholion I.

Es iſt nicht ohne, dieſe Arbeit iſt etwas mühſam, bis man allezeit ſo viele Linien miſſet, das Meß-Tiſchlein accurat richtet, &c. Jedoch wenn ich betrachte, 1) daß in der anderen Methode Problematis CLVII. man ebenfals alle Linien um den gantzen Wald meſſen muß. 2) Daß das Feld-Tiſchlein, oder der meſſingerne halbe Circul, ebenfals auch an allen Ecken des Waldes accurat geſtellet, und der Winckel genommen werden muſte. 3) Daß hier in dieſer Arbeit die Linien zuletzt eintreffen, da in jener dieß ſelten geſchiehet; ſo achte das wenige arbeiten, welches hier mehr ſeyn möchte, vor nichts,

indeme doch einen völligen Grund-Riß dadurch erlange. Wo die Felder nicht gar zu irregulair, ſo hat man dieſer Methode ohnedeme nicht nöthig, und wenn die völlige Richtigkeit nicht erfordert wird, ſo ſind die andern Methoden vor den gut genug, der nur überhaupt ſeiner Güther Innhalt wiſſen will. Gleichwol muß ein Anfänger alles ſuchen auf das richtigſte heraus zu bringen, damit er lerne accurat arbeiten. Obenhin und unvollkommen einen Riß zu machen, iſt ſo keine Kunſt, und lernet ſich von ſelbſten eher.

Scholion II.

Sind kleine Stücker Felder zu meſſen, ſo iſt es offtmalen beſſer, wenn man es mit bloſſen Stäben in lauter Triangula, Trapezia, &c. gleich auf dem Feld zertheilet, denn ſo bekommt man zugleich auch die Zahlen auf dem Feld, und kan die Höhen derer Triangulorum würcklich auf dem Feld gleich nehmen, und alſo accurater das Feld ausrechnen.

Scholion III.

Viele pflegen auch mit der Magnet-Nadel das Feld zu meſſen, ich möchte mir aber die unrichtige Mühe damit nicht machen: Es dienet in Wahrheit die Magnet-Nadel zu weiter in dieſen Arbeiten nichts, als bloß die plagas mundi, im Grund legen, dabey anzeigen zu können.

In ſpecie rühmet der *P. Athanaſius Kircherus* ſein ſogenanntes *Pantometrum*, und *P. Caſpar Schott* weiß in einem beſondern Tractat nicht genug Rühmens davon zu machen: Allein es iſt in der That mehr lobens-bedürfftig, als würdig: Denn, weil es mit der Magnet-Nadel gerichtet werden muß, ſo iſt deſſen Gebrauch ſehr langſam und noch zweiffelhaffter. Es kan die Magnet-Nadel nicht ſo geſchwind zum Stillſtand gebracht werden, auf der Linea Meridionali, oder einem andern begehrten Grad und Minute, welches denn allemal viel Zeit koſtet. Hiernächſt gehört ein ſtarcker Glaube darzu, wenn die Nadel gleich noch ſo gut armiret iſt, daß ſie ſo genau, einmal wie das andere mal, præciſè auf den Mittag ziehlete, daß ſie nicht aufs wenigſte etliche Minuten gegen Oſten oder Weſten abwärts ſtehen ſolte. Wie denn der Jeſuit *Caſpar Schottus*, in dieſem Stück ſelbſten will am Glauben Schiffbruch leyden, Lib. VI. Cap. II. Propoſ. 2. p. 193. Ich geſchwei-

ſchweige, daß durch nahe-gekommenes Eiſen die Nadel bald geſchwächet, und dahero, zumalen bey windigten Wetter, noch viel langſamer zur Ruhe gebracht wird: Ja man hat wegen der natürlichen Declinatione Magnetis, welche an einem Ort gröſſer, an dem andern kleiner iſt, noch gröſſere Ungewißheiten zu beſorgen.

Scholion IV.

Einige haben ſich bemühet durch Cameras obſcuras, item durch Tubos opticos, die diſtantias locorum aus einer Station zu erfinden und zu meſſen; Alleine, es iſt auch hierinnen noch keine Vollkommenheit geſehen worden, und laſſen mich alle Umſtände der Optic ſtarck zweiffeln, ob durch dieſen Weg das Feld meſſen ſolte gebeſſert werden können. Es iſt zwar wohl wahr, je näher die Objecta, je weiter müſſen die Tubi aus einander gezogen, und hingegen bey entlegenen Dingen näher in einander gerücket werden; Alleine dieſe Differenzien ſind ſo klein, daß ſchwehrlich dadurch etwas richtiges ſolte ad diſtantias Locorum proportioniret werden können.

Problema CLIX.

Einen nach dem verjüngten Maaß-Stab verzeichneten Grund-Riß, in gehöriger Gröſſe in das Feld zu tragen, das iſt: Eine Figur auf dem Feld abzuſtecken.

Reſolutio.

Dieſe Art iſt einerley mit der bisherigen, nur verkehrt: Wenn ein Grund-Riß ſchon gemachet, ſo lehret dieß Problema eine Figur darnach auf das Feld zu bringen, da die bisherigen Arbeiten gezeiget haben, wie man die auf dem Feld ſchon befindliche Figuren in einen Riß auf das Papier bringen ſoll. Geſetzt nun, es wäre Figur. 3. Tab. X. die Veſtung, von dem Grund-Riß auf das Feld ins Groſſe abzuſtecken, ſo verfahret alſo:

I. Heff-

I. Hefftet den Grund-Riß accurat auf das Meß-Tiſchlein, und ſtellet ſolches ohngefehr in die Mitte desjenigen Platzes, wo der Grund-Riß auf das Feld ſoll getragen werden, und wo es einmal ſtehet, da muß es ohnbeweglich ſtehen bleiben.

II. Schlaget das Lineal in die Mitte des Grund-Riſſes, und fanget an bey x a. hinaus zu ſehen in das Feld. Laſſet auch einen Mann mit einem Stab hinaus lauffen, und durch Schreyen, oder Wincken zeiget ihm, ob er lincks oder rechts gehen ſoll, bis ihr meynet, daß er weit genug drauſſen ſeye, alsdann laſſet ihn ſeinen Stab perpendiculariter einſchlagen, daß, wenn ihr durch die Dioptern ſchauet, die Linie x a. und der Pfahl in A. in gerader Linie ſtehe.

III. Machet es rings herum alſo mit allen Ecken der Figur, ſo wird der Grund-Riß des Papiers in rechter Gröſſe auf dem Feld ausgeſteckt ſeyn.

Scholion.

Es giebt zwar noch andere Arten, die beſſer und nöthiger zu wiſſen ſind; allein dieſelben werden in der Architectura militari vorkommen, darinnen ſie mehr gebraucht werden, als hier.

Problema CLX.

Eine gantze Landſchafft nach verjüngtem Maaß-Stab in einen Grund-Riß zu bringen.

Reſolutio.

I. Vollkommen wird ſich dieſes hier nicht beſchreiben, aber viel beſſer auf dem Feld weiſen laſſen; Doch mercket fol- Tab. X. Fig. 4.

gen-

gendes: Nehmet zwey Stände an, die ziemlich weit von einander gelegen, denn ſonſt fallen die Winckel zu ſpitzig, ex. gr. zwey Spitzen der Berge, oder zwey Thürne zweyer Oerter, von welchen beyden man auf alle und jede vor Augen liegende Oerter abziehlen und hin ſehen kan.

II. Richtet euch nun an der einen Station, nach allen gehörigen Stücken, mit euren Inſtrument alſo, daß ihr auf alle Dörffer, alle Flecken, alle Wege, ꝛc. hin ſehen könnet, und bemercket von jedem zu jedem Ort, den Winckel ſammt ſeinen Minuten, wenn es möglich iſt, doch wenigſtens halben oder drittels-Graden, und ſchreibet ja alles wohl auf, und machet euch zugleich auf einer Tafel nur taliter qualiter eine Figur, und traget darein alle Linien, indeterminiret von dem Platz aus, wo ihr auf dem Papier ſupponiret, daß euer Inſtrument in x. ſtünde: Und ſchreibet allenthalben die Winckel je zwiſchen zweyen und zweyen Linien ein.

III. Viſiret zuletzt auch auf den Hügel oder Thurn, woſelbſt eure andere Station ſeyn ſoll, und meſſet, wie weit von der erſten Station auf die andere nunmehro ſey, und zwar alſo: Nehmet zwey andere Plätze an, ſtellet in beyde das Inſtrument, und meſſet, wie weit von einem Hügel zum andern ſey, nach dem Problemate LXXII. & LXXIII. Sect. I. Part. II.

IV. Wenn ihr wiſſet, wie weit eure zwey Stationes von einander liegen, ſo traget dieſe Weite, auf einer Linie fort, auf euren Papier aus dem Punct

x. wo

x. wo ihr alle Linien, nach denen gefundenen Winckeln, hinaus getragen habt auf das Punct o.

V. Gehet auf die andere Station hinauf, und richtet euch daſelbſt wie in der erſten Station, und forderſamſt ſtellet das Inſtrument alſo, daß daſſelbe aus o. rectà wieder durch die Dioptern, in der Stand-Linie o x. ſtehend, auf x. ſehe.

VI. Alsdann zielet mit dem beweglichen Lineal wiederum auf alle diejenigen Oerter, auf welche ihr in der erſten Station auch hin geſehen hattet, und ziehet allemal Linien, nach denen bemerckten Winckeln, auf euer Papier, und ſchreibet die Winckel wieder wohl auf.

VII. Wo nun die zwey Linien derer zwey Stationum, die auf einen Ort zielen, zuſammen lauffen, daſelbſt ſchreibet den Nahmen desjenigen Dorffs, Weylers, ꝛc. hin, und mahlet auch wohl einen Thurn hin, und das thut bey allen zwey und zwey zuſammen-lauffenden Linien.

VIII. Solten einige Oerter, wegen darzwiſchen-liegenden Wäldern oder Hügeln, nicht recht können geſehen werden, ſo giebt der Herr **Sturm** den Rath, man ſolte bey Tag daſelbſt einen ſtarcken Rauch aufgehen, oder bey der Nacht alle Viertel-Stunden etliche Raqueten ſteigen laſſen, damit man zur ſolchen Zeit mit einer Linie dahin viſiren könte.

IX. Ich halte vielmehr dafür, man thut am beſten, wenn man es alſo machet, daß, wo durch die zwey Stationes die meiſten und wichtigſten Oerter nach ihren Diſtantiis gezeichnet worden, man beſonders zu ſolchen Oertern, die man nicht ſehen kön-

könte, hin-marchire, und durch Hülffe zweyer Oerter, deren Diſtanz man ſchon weiß, die Diſtanz des dritten Orts von denen bekandten zwey Oertern wieder alſo ſuche, und nachgehends nur mit einem Hand-Circul zum Exempel in A. als dem einen bekandten Ort, einſetze und in der gefundenen Weite, wie weit nemlich der unbekandte Ort C. von A. abliege, nach dem einmahl angenommenen Maaß-Stab, einen Bogen ſchneide, alsdann aus B. mit der gefundenen Weite, wie weit C. von B. liege, nach eben dem Maaß-Stab, den andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen ziehe in c. ſo wäre das dritte Ort accurat an ſeinen Platz geſtellt, denn, ob es gleich mehr Mühe machet, ſo iſt doch auch eine gantze Landſchafft abzureiſſen etwas, das vor andern accurateſſe brauchet; ich geſchweige, daß dieß faſt eben ſo viel Mühe machet, wenn man erſt obſerviren und erwarten müſte, bis ein Rauch oder eine Raquete aufſteigete.

X. Solte das Stück Land nicht mit zwey Haupt-Stationen können überſehen werden, ſo müſte man mehrere ſolche Stände annehmen, und allemal die gantzen Trümmer, welche in Grund-Riß durch ſolche 2 Stationes gebracht worden, zuletzt geſchicklich nach denen plagis orbis an einander hängen.

Scholion I.

Wer in dieſer Arbeit was gründliches thun will, der muß die Geographiam auch zur Hand nehmen, wohin ich mich beruffe, da zumalen hier, von weiter nichts die Rede iſt, als nur ein kleines Landſchäfftlein, das man überſehen kan, in einen Riß zu bringen.

Scholion II.

Wie man es nun hier mit gantzen kleinen Landſchafften machet, eben ſo verfahret auch, wenn ihr einen Ort, oder ein Stück Wald nur von ferne über einem Waſſer ſtehend, abmeſſen, und nicht darzu gehen ſoltet: Nemlich, man nimmt nur lauter ſolche Stationes an, aus welchen man allezeit zweymal auf ein Eck des Feldes viſiret, und durch creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen das Eck auf dem Papier ſuchet.

Scholion III.

Wenn man nun ein vorgegebenes Feld auf einen oder andern Weg von denen bis hieher beſchriebenen, oder ſich ſelbſten wohl erwählten andern modis in Grund gebracht, (die gantze Landſchafften ausgenommen, als welche nur die diſtantias locorum anzeigen,) ſo rechnet man deren Innhalt nach dem Capite V. de Planimetria aus, und iſt weiter kein Unterſcheid zwiſchen der Ausrechnung einer Figur auf dem Papier, und einer Fläche auf dem Feld. Das eintzige, was allezeit nothwendig muß præſupponiret werden, iſt dieß, daß das Feld ſo genau, als nur immer möglich, muß auf das Papier gebracht ſeyn, denn ſonſt kan aus einem unrichtigen Grund-Riß keine richtige Ausrechnung des Feldes erfolgen.

Scholion IV.

Ehe ich dieſe zweyte Sectionem ſchlieſſe, iſt höchſt-nothwendig, annoch einen kurtzen Bericht von denen unterſchiedlichen Maaſſen unterſchiedlicher Orten zu geben, indeme man ſonſten im Feldmeſſen ſich heßlich verſtoſſen würde. Unter denen vielen Verderbnüſſen, welche die menſchliche Freyheit in allerhand Dingen verurſachet, iſt dieſe nicht eine der geringſten, daß man ſo blind-hin allerley Gröſſen an Elen, Maaſſen, Gewichten, ꝛc. angenommen, alſo daß faſt aller Orten ein anderer Werck-Schuh, ein anderer Meß-Schuh, eine andere Elen, eine andere Maaß, eine andere Metz, ein ander Gewicht, ꝛc. anzutreffen, woraus groſſe Confuſion und entſetzliche Mühe in deren Reductione entſtehet. Eben dieß machete nun auch im Feld-meſſen ungemeine Verdrießlichkeit, ſo, daß es faſt hätte Noth gethan, es hätte ein jeder Ort eine beſondere Meß-Ketten, nach ihrer Landes-Ruthen, zum Gebrauch machen laſſen, oder es hätte

ein

ein Feld-Meſſer ſich allemal eine neue Ketten müſſen anſchaffen, wenn er von einem Ort an einen anderen zum Feld-meſſen beruffen worden wäre. Indeme nun die Mathematici wohl ſahen, daß auf Seiten der Völcker dieſe Confuſion ſo leicht nicht zu corrigiren, vielweniger ſo viele Köpffe unter einen Hut zu bringen, und dahin zu bewegen wären, einerley Maaß allenthalben anzunehmen; So muſten ſie auf Mittel bedacht ſeyn, wie ſie ſich unter einander helffen, und einen Weg ausfindig machen könten, durch welchen ſie mitten unter denen verwirrlichen Maaß-Stäben, dennoch compendieus alles ausmeſſen, und zuletzt einem jeden Ort nach ihrem Maaß gleichwol wieder zu ſagen wüſten, wie viel ihre Felder nach denen in jeden Landen gebräuchlichen Quadrat-Maaſſen hielten. Dieß geſchahe nun dadurch, indeme ſie eine gewiſſe Ruthen einmal vor allemal annahmen, dieſelbige in 10. gleiche Theile zertheilten, und jeden Theil einen Schuh nenneten, dieſe zertheileten ſie wieder alſo, daß jeder Schuh in 10. Zoll, jeder Zoll in 10. Gran, &c. zergliedert wurde. Hieraus entſtunde nun die Decimal-Rechnung, welche Sectione IV. Partis I. zum voraus ſchon gewieſen worden. Dadurch wird nun in dem Feld-meſſen alle Confuſion vermeydet. Wie aber mit dieſen Decimal-Ruthen zu meſſen, und zuletzt eines jeden Feldes Innhalt nach Landes-üblichen Maaſſen gleichwol heraus zu bringen ſey, dieß will noch etwas ausführlicher erklären.

Scholion V.

Zweyerley Wege ſind es hauptſächlich, deren ſich die Feld-Meſſere bedienen können:

I. Entweder nehmen ſie eine Land-übliche Ruthen an, ex. gr. die Rheiniſche, welche in Ingenieurs-Sachen die geläufftigſte, oder den Werck-Schuh und Ruthen, welche in Teutſchland am gebräuchlichſten und faſt durchgehends einerley iſt: Denn obgleich die Zahl der Schuh ungleich, ſo ſind doch die Gröſſen der Ruthen einerley. Von einer ſolchen Ruthen nehmen nun die Feld-Meſſere zu ihrer Feld-Ruthen 10. Werck-Schuh an, ſo kommen 100. zu einer Quadrat-Ruthen.

II. Oder ſie nehmen die gantze Werck-Ruthen von 12. Schu-

 hen,

hen, und theilen ſie vor ſich in 10. gleiche Theile, und proportioniren alsdann, wie bald ſoll geſaget werden.

In dem erſten Fall, welcher der leichteſte, procediret man alſo: Wenn ein Feld nach Quadrat-Maaſſen auszumeſſen kommt, und in dem Land gehen 12. Schuh auf eine Ruthen, mithin 144. Schuh auf eine Quadrat-Ruthen, und ich nehme von dieſer 12. ſchuhigen Ruthen 10. Schuh zur Ruthen an, und laſſe 2. Schuh von einer jeden Ruthen nach der Menſura Lineæ hinweg, oder 44. □-Schuh nach der Menſura Quadratorum davon gelaſſen, ſo habe ich erſtlich den Vortheil, daß ich nach der Decimal-Rechnung verfahren, und alle die herrliche Compendia, welche dieſe in ſich hat, gebrauchen kan; Zweytens habe ich nach der Ausrechnung des Feldes eben diejenige Quadrat-Ruthen, die ordinair heraus kommen wären, nur daß man ihrer wenigere Schuhe, als des Landes-Art mit ſich bringt, auf eine Creutz-Ruthen rechnet, nemlich nur 100. da nach dem gemeinen Gebrauch 144. darauf gerechnet werden. Drittens, wenn ich demnach zuletzt, nach vollbrachter völliger Ausrechuung des Feldes, wiſſen will, wie viel meine Summa derer herausgebrachten □-Ruthen, da jede 100. □-Schuh hält, ausmache, an des Landes Quadrat-Ruthen, da jede 144. □-Schuh machet, ſo darff ich nur die Anzahl meiner durch die Decimal-Rechnung heraus-gebrachten □-Schuh mit ſolchen gegebenen 144 □-Schuhen dividiren, ſo finde ich, wie viel, nach des Landes-Art gerechnet, dariunen ſtecken.

Exempli gratia.

Ich habe ein Stück Feld, dieß meſſe ich mit der Landes-Ruthen, aber nur 10 Schuh davon zu einer Ruthen genommen, und finde, daß deſſen Länge hätte 8, 6 (1. Die Breite hielte 9, 4 (1. Demnach wäre der ſuperficial-Innhalt 80, 84 (2 □. Nun aber hält des Landes Ruthen jede 2. ſolche Schuh mehr nach der Länge, mithin kommt zum Innhalt dieſes Feldes nicht 80 Quadrat-Ruthen und 84 □-Schuh heraus, wie ich mit der 10-ſchuhigen Ruthen heraus gebracht habe; Fragt ſichs demnach, wie viel machen dieſe 80, 84 (2 □. nach der Landes-Ruthen aus? Reſp. Dividiret 80, 84 (2 durch 144. ſo kommen 56, 20 (2 □ heraus, ſo viel hält das Feld.

Feld. Dieſer Weg iſt ſehr leicht, darinnen man ſich am wenigſten verſtößt, und rathe ich ſelbſten, man nehme des Landes Ruthen, ſie mag ſo viel Schuh halten als ſie will, und rechne ſolcher Schuh 10. allemal vor ſeine Meß-Ruthen, damit die Decimal-Rechnung appliciret werden könne. Nach vollendeter Arbeit darff man nur die heraus-gebrachte Summam mit der Anzahl □-Schuh, die die Landes □-Ruthen hat, dividiren, ſo erfähret man den wahren Innhalt des Feldes an Land-üblichen Maaſſen.

Scholion VI.

Der andere Weg, wie erwähnet, iſt dieſer: Man nimmt die gantze Ruthe eines Landes, ex. gr. eine 12-ſchuhige Rheinländiſche Ruthen, und theilet dieſelbe in 10. gleiche Theile, ohne 2 Schuh davon hinweg zu laſſen. Und dieſer Weg gehet ebenfals ſehr richtig, nur etwas beſchwerlicher iſt er, indeme er erſt proportionirt werden muß, doch, wie gemeldet, gehet dieſe Ausmeſſung ſehr accurat, denn ſolcher geſtalt wird aus einer gantzen 12-ſchuhigen Ruthen eine gantze 10-ſchuhige Ruthe, daß die Ruthe an ihrer Gröſſe einerley bleibet, nur werden die Theile gröſſer darinnen: Denn da 12. Schuh die Ruthen ausmachen, werden hernach daraus 10. mithin ein jeder Schuh etwas gröſſer. Item, da 144 □-Schuh eine ſolche □-Ruthen ſonſt ausmachen, ſo werden daraus nur 100. □-Schuh gemacht; per conſequens können auch die Zoll dieſer Ruthen, wenn ſie zwölff-ſchuhig betrachtet wird, nimmer ſo klein bleiben, wenn die Ruthe 10-ſchuhig verwandelt wird, ſondern es müſſen die 144 □-Zoll in 100 □-Zoll vergröſſert und zerſchnitten werden. Wenn man nun etwas mit dieſen alſo veränderten und vergröſſerten Schuhen gemeſſen hat, und möchte gerne wiſſen wie man es ausſprechen ſolte, wenn die behaltene Ruthe wieder nach ihren 144 □-Schuhen angeſehen würde; So ſaget nur alſo: 100. meiner Zoll geben 144. derer ordinairen Zoll, was giebt meine Anzahl, die ich ausgemeſſen bekommen habe?

Exempli gratia.

Nach der Menſura Lineæ ſollen 10. Schuh decimal geben 12. Schuh nach dem Land-üblichen Maaß, (das iſt, ich habe die 12 in 10. verwandelt,) was geben denn 30 Schuh der

Decimal-Rechnung, wenn ich ſie in Land-übliche ſolche Schuhe verwandeln ſolte? Reſp. 36 Schuh.

Schuh — Schuh — Schuh?
10 —— 12 —— 30 .
30
360 (36 Schuh Land-Maaß.
10

Nota.

Behaltet nur die Terminos wohl, mit welchen ihr proportioniret, damit ihr euch nicht verſtoſſet, denn wenn ich mir einbilden wolte, weil ich ſage 10 Schuh geben 12 Schuh, ꝛc. Demnach dörffte ich auch ſagen 10 Zoll geben 12 Zoll. Ergo ſo geben 100. Zoll auch 144 Zoll, ſo würde ich heßlich fehlen. Uberleget es nur ſelbſt: „Indeme ich die „Landes-Ruthen von 12 Schuh in 10 Schuh verwandle, ſo hat „ja alsdann ein ſolcher Schuh der 10-theiligen Ruthen, die „doch mit der 12-theiligen Ruthen an ihrer gantzen Gröſſe ei„nerley bleibet, nicht mehr dieſelben Zoll, die die vorigen „Schuh gehabt haben, da ihrer 12. auf eben dieſe Ruthen „giengen, ſondern weil noch ein jeder Schuh ein Fünfftel ei„nes Schuhes darzu hat, ſo bekommt man damit über 2 Zoll „drüber.„ So aber kan man ſagen: 100 Zoll Decimal-Theilungen geben 144 Zoll derer ordinairen, was geben die andern nach ſolcher Decimal-Theilung in der Ausrechnung meines Feldes gefundene Zolle? Wem dieſe Sache noch etwas will dunckel ſcheinen, der nehme nur nach verjüngten Maaß-Stab eine Linie an, und theile ſolche in 10 gleiche Theile als 10 Schuh. Neben dieſe Linie ziehet eine andere von eben dieſer Gröſſe, und theilet dieſe in 12. Schuh. Theilet beyde auch in ihre Zoll, ſo werdet ihr den Unterſcheid derer Zoll am beſten wahrnehmen und die Proportionirung beyder am leichteſten einſehen können.

Scholion VII.

Geſetzt aber, man hätte ſich nach einer gewiſſen Ruthen ſchon vor langer Zeit eine Decimal Meß-Ruthen machen laſſen, und käme in einen Ort daſelbſt Feld zu meſſen: Es träffe des Orts Land-Ruthe mit meiner Meß-Ketten weder darinnen ein, daß ich nur 10 Schuh genommen, die Land-Ruthe

aber

aber 12. Schuh dergleichen, wie meine Meß-Ketten, hätte, noch auch darinnen, daß meine gantze Meß-Ketten an einer Ruthen gleich wäre einer Land-Ruthen, und der Unterſcheid nur darinnen wäre, daß ich die Ruthen in 10. das Land aber ſolche in 12. Schuh getheilet hätte; mithin wäre kein Weg von beyden vorigen beſchriebenen zu meiner Meß-Ketten applicable.

Gleichwohlen wäre mir ungelegen erſt eine neue Meß-Ketten machen zu laſſen, an deren ich entweder zwey Schuh weniger nehme, nach dem erſten gezeigten Weg, oder welche ich nach der Gröſſe der 12-ſchuhigen Landes-Ruthen behielte und nur in 10. Theile eintheilen ließ; ſondern ich wolte meine alte Meß-Ketten behalten; wie machet man es alſo, daß zuletzt der Innhalt des Feldes auch nach der Landes-Ruthen bekandt werde? Ich antworte, machet es alſo: 1) Meſſet mit eurer gewöhnlichen Decimal-Ketten das gantze Feld ordentlich aus. 2) Bringet den völligen ſuperficial-Innhalt des Feldes an Quadrat-Maaſſen in eine Summam. 3) Suchet alsdann ſo genau als ihr könnet, denn an der accurateſſe iſt hier viel gelegen, wie viel derer Schuhe von derjenigen Land-Ruthen, in welchem Land ihr meſſet, mit denen Schuhen eurer Meß-Ketten zuſammen treffe. 4) Hierauf proportioniret alſo: Meiner Schuhe ſo oder ſo viel (als es denn ſeyn werden,) geben ſo und ſo viel Schuh des Orts; Was geben denn alle diejenigen Schuh, die ich auf meiner Meß-Ketten in Ausmeſſung dieſes Landes gefunden habe, für eine Anzahl an denen Flächen dieſes Orts? 5) Eben dieß thut man auch an denen Quadraten: Ich quadrire nemlich diejenigen Schuh des Land-Maaſſes, die übereinkommen mit meinen Schuhen meiner Ketten, und quadrire auch die Schuhe meiner Ketten, die mit jenen in der proportione ſtehen, und ſage hernach eben alſo, nach der Regula de Tribus, wie alleweil erwähnet worden.

Exempli gratia.

Ich hätte an einem Ort mit meiner viele Jahre ſchon gebrauchten Meß-Ketten ein Stück Land ausgemeſſen, es wäre aber meine Meß-Kette gar nicht mit der Landes-Ruthen deſ-

ſelbigen Orts übereintreffend; demnach ſuche ich aufs genaueſte, wie ſich meine Meß-Ketten mit der Landes-Ruthen verhalte, und finde, daß nach meiner Meß-Ketten 11. Schuh juſt 12. Schuh macheten in der Land-Ruthen deſſelbigen Orts. Demnach quadrire ich beydes und ſage: 11. Schuh meiner Ketten mit ſich ſelbſt multipliciret, bringet 121. zum □ Maaß, und 12. Schuh der Land-Ruthen mit ſich ſelbſt multipliciret geben 144 □ Schuh. Ergo verhält ſich mein Quadrat-Maaß der Ketten, zu dem Quadrat-Maaß des Landes wie 121. zu 144. Nun hätte ich ein Land ausgemeſſen, und nach meiner gewöhnlichen Ketten befunden, daß der Innhalt deſſelbigen wäre an Quadrat-Maaſſen 2406,400. Es verlangten aber die Leute des Orts zu wiſſen, wie viel dieſes nach ihrer Landes-Ruthe ausmachete; ſo ſage ich nun nach der Regula de Tribus alſo: 121 □-Schuh meiner Ketten geben 144 □-Schuh des Land-Maaſſes, wie viel geben 2406400. Quadrat-Schuh meiner Ketten an Quadrat-Schuhen des Land-Maaſſes? Reſp. Facta operatione wird heraus kommen 2863814 $\frac{106}{121}$. ſo viel machet es am Land-Maaß.

□-Schuh	□-Schuh	□-Schuh.
121 ——	144 ——	2406400

```
                      2406400
                          144
                     --------
                      9625600
                      96256
                     24064
                    ---------
                    346521600

   1 1 1   1
  749150
  28.5.0.2.61.
 104768896
 346521600  ( 2863814 106/121
 121111111
  1222222
   11111
```

Dem-

Demnach machete das Feld, nach der Lands-üblichen Ruthen und Schuh, an Quadrat-Maaſſen 2 8 6 3 8 1 4. Quadrat-Schuh und 106. Quadrat Zoll, wenn NB. des Landes Ruthen nicht nur in 12. Schuh, ſondern auch deſſen Schuh in 12. Zoll gewöhnlich iſt getheilet zu werden, wo nicht, ſo bleibt es ein Bruch $\frac{106}{121}$. eines Quadrat-Schuhes.

Scholion VIII.

Vor einen Anfänger, hoffe nun, werde dieſes Anleitung genug ſeyn. Wenigſtens findet er hier ſo viel, daß er die andere Authores wird mit deſto gröſſeren Licht leſen können.

Von dem Cruce metatoria, wie es der Herr Profeſſ. *Sturm* beſchreibet, muß noch mit wenigen melden, daß dieſes beſonders darinnen gute Dienſte thut, wenn man auf einer Linie im Feld eine andere Linie perpendiculariter will aufrichten. Es beſtehet dieß Inſtrument aus zwey ad angulos rectos creutz-weiß zuſammen gefügten Linealen, auf welchen perpendiculariter ſtehende Diopteru gerichtet ſind. Wenn man nun dieß Inſtrument auf eine gegebene Linie im Feld, und zwar auf das Punct, wo es verlanget wird, ſtellet, und das eine Lineal mit denen Diopteru auf der gegebenen Feld-Linie alſo richtet, daß man gerad auf die mit Pfählen abgeſteckte Linie hinſehen kan, ſo darff man nur durch die Diopteru des andern Lineals hinſehen, und einen Mann einen Pfahl alſo ſtecken laſſen, daß der Faden der äuſſern Diopter denſelben bedecket, ſo hat man eine perpendicularem aufgerichtet. Tab. X. Fig. 6.

Wäre aber eine Linie auf dem Feld gegeben und auch ein Punct auſſer der Linie ſchon geſetzet, ich ſolte von demſelbigen eine perpendicularem herunter auf die Linie fallen laſſen; ſo ſtelle ich das Creutz-Maaß in die Lineam datam, ungefehr dorthin, wo ich glaube, daß die perpendicularis herunter fallen werde, und viſire mit dem einem Lineal hinauf zu dem puncto dato, mit dem andern Lineal aber viſire ich und ſehe, ob

das Inſtrument accurat auf der Linea data ſtehe: Fehlet von beyden noch etwas, ſo rücke das Creutz-Maaß fort auf der Linie und ſehe zugleich durch die Dioptern auf das gegebene punct, bis ich es mit dem Faden der äuſſern Diopter bedecke, hernach probire nochmalen, ob es auch auf der gegebenen Linie accurat ſtehen geblieben; wenn beydes eintrifft, ſo laſſe unten bey dem Stativ des Inſtruments einen Pfahl einſchlagen, in das Loch, wo das Stativ geſtanden, ſo iſt die perpendicularis aufgeſtellet. Man kan mit dem meſſingernen halben Circul eben dieß verrichten, wenn deſſen bewegliches Lineal auf den 90. Grad geſtellet wird. Wo aber das Creutz-Maaß alſo verfertiget würde, daß deſſen zwey Lineale in einem Centro beweglich giengen, und je auf zwey und zwey halbe Linealen vom Centro aus die Linea Chordarum getragen würde, ſo könte man vielen herrlichen Nutzen, damit haben, und dasjenige auf ſolche Art præſtiren, was mit dem Proportional-Circul und zweyen Dioptern nicht ſo richtig gieng, welches ich dem geneigten Leſer zur reiffern Uberlegung zu guter letzt hinterlaſſe.

Des

Des
II. Theils
Derer
Mathematiſchen
Anfangs-Gründe
Von der
Geometria,
Sectio III.
Von der
Stereometria,
Oder
Cörper-Meſſung.

CAPUT I.

Von denen fürnehmſten Definitionibus und Hypotheſibus.

Definitio XCV.

Solidum, oder Corpus, iſt derjenige Raum, oder Spatium, welchen eine Fläche machet, wenn ſolche nach einer gewiſſen Linie queer-über beweget wird, und dadurch eine Länge, Breite und Dicke bekommet.

Scholion I.

Es wird hier ein Corpus gar nicht phyſice, nach ſeiner Natura und Eſſentia, betrachtet, es wird auch eigentlich nicht civiliter, nach ſeinem Valore und Werth angeſehen, ſondern nur in abſtracto, nach ſeinem Raum oder Spatio, welches ein Corpus ausmachet, und dahero eine Länge, eine Breite, eine Dicke in ſeiner Gröſſe hat, worbey noch die Schwehre eines Cörpers gegen den andern betrachtet wird.

Scholion II.

Wird ſich ein Anfänger hiervon einen guten Concept machen, ſo wird dieſe ſonſt etwas ſchwehr-ſcheinende Scienz ihme leicht werden. Ein Geometra betrachtet die Cörper, ſie mögen von Gold, oder Silber, oder Koth ſeyn, gantz indifferent, und gehet nur mit dererſelben Gröſſe um, in welcher er findet, daß ein jegliches Corpus eine Länge, eine Breite, eine Dicke hat; es mögen alsdann dieſe dreyerley Maaß wieder unter ſich ſelbſt differiren, wie ſie wollen, das iſt, es mögen hernach dieſe Corpora ſeyn regularia, oder irregularia.

Scholion III.

Den Unterſchied derer Gewichte an denen Cörpern, der vielmal zu wiſſen verlanget wird, ſoll ins beſondere das Caput ultimum erklähren.

Definitio XCVI.

Angulus ſolidus, ein cörperlicher **Winckel**, iſt derjenige, welcher mehr als zwey Linien hat, die in einem puncto zuſammen lauffen, und nicht auf einerley Plano liegen bleiben.

Scholion.

Dieſer Concept iſt ſich leichtlich zu machen, man ſehe ein Corpus an, welches man will, ſo wird an einem jeden Eck deſſen eine Linie nach der Länge, eine nach der Breite, und eine nach der Tieffe oder Höhe gehen, und alſo wenigſtens allemal mehr als zwey Linien, die nicht auf einem Plano liegen bleiben, einen ſolchen Winckel einſchlieſſen.

Corollarium.

Hieraus flieſſet von ſelbſten, daß die anguli ſolidi entſtehen, wenn mehr als zwey Flächen ſich gegeneinander neigen, und die mithin ſelbſt nicht auf einerley Plano ſtehen, wie ſich dieß gar gut einbilden läſſet.

Hypotheſis VI.

Allerwenigſtens werden drey Anguli plani, zuſammen in eine Neigung gehend, erfordert, wenn ein angulus ſolidus entſtehen ſoll.

Hypotheſis VII.

Wenn Anguli ſolidi einander ſollen gleich ſeyn, ſo müſſen ſie von lauter ſolchen angulis planis eingeſchloſſen werden, die von einerley Grösse ſind, die in einerley Ordnung ſtehen, und jeder angulus ſolidus gleich-grosse Anzahl derer angulorum planorum hat.

Hypo-

Hypotheſis VIII.

Alle anguli ſolidi ſimiles die ſind auch unter ſich æquales,& contra.

Hypotheſis IX.

Die anguli plani, die in einen Punct zuſammen lauffen, dörffen keine 360. Grad ausmachen, wenn ſie einen angulum ſolidum formiren ſollen.

Scholion.

Wenn die anguli plani 360. Grad ausmachen, und alle in einem Centro zuſammen ſtoſſen, ſo formiren ſie eine gantze Circul-Fläche, welche ſich in keinen cörperlichen Winckel zuſammen biegen und ſchlieſſen läſſet: dahero muß die Summa der Graduum nicht rechten Winckeln gleich ſeyn, wenn es ein angulus ſolidus ſeyn ſoll.

Definitio XCVII.

Stereometria, oder Solidimetria, iſt eine Wiſſenſchafft, welche lehret aller Cörper Gröſſe nach ihrem dreyfachen Maaß der **Länge**, **Breite** und **Höhe**, auszumeſſen.

Scholion.

Der Nahme komt her von *ςερεὸν*, *ſolidum*, und *μετρέω* ich meſſe.

Definitio XCVIII.

Corpus regulare iſt dasjenige Solidum, welches mit lauter planis regularibus, die alle unter ſich einander gleich ſind, eingeſchloſſen iſt. *Corpora irregularia* ſind alle die übrigen.

Definitio XCIX.

Wenn ſich ein Quadrat A. an eine Linie B C. welche gleich iſt einem lateri Quadrati, ad angulos rectos herunter beweget, ſo entſtehet ein ſechs gleiche Flächen habendes Corpus, welches ein **Würffel**, oder *Cubus*, genennet wird. Vid. Tab. I. Fig. 1.

Defi-

Definitio C.

Wenn ſich ein Planum a b c d. welches Tab. I. ein Parallelogramm iſt, nach einer gewiſſen Fig. 2. Linie d e. als der Höhe, herunter beweget, und zwar ad angulos rectos, ſo entſtehet ein *Parallelepipedum*, an welchen 2. und 2. einander gegenüber ſtehende Parallelogramma einander parallel gleich ſind.

Definitio CI.

Wenn ſich ein Parallelogrammum a b c d. Tab. I. um ein Latus a b. herum drehet, ſo beſchreibet Fig. 3. es mit ſeinem Weg einen *Cylindrum*, und zwar einen *Cylindrum rectum* e b f d. wenn das parallelogramm ein rectangulum, hingegen einen Cylindrum ſcalenum, wenn das planum ein Rhombus oder Rhomboides geweſen.

Scholion.

Man kan einen Cylindrum auch ſolchergeſtalt definiren: Wenn ſich ein Circul x. an einer geraden Linie f. g. alſo herunter beweget, daß er mit f. g. allezeit parallel gehet, ſo wird er einen *Cylinder*, oder Walze, beſchreiben: Denn ein jeder Cylinder rectus hat zwey Baſes, die zwey gleiche Circul ſind, und wenn man von einem Cylinder, Stücker alſo hinwegſchneidet, daß die Schnitte mit der Baſi parallel lauffen, ſo werden alle plana Sectionum, Circuli baſi æquales ſeyn.

Definitio CII.

Wenn eine gerad-linigte Figur a b c. Tab. V. nach einer geraden Linie a e. alſo herunter Fig. 5. beweget wird, daß ihr motus parallel bleibet mit der Linie a e. ſo beſchreibet es ein *Priſma* a b c d e f.

Scholion

Scholion.

Wenn man von einem Prismate Stücker herunter ſchneidet, alſo, daß die Sectiones Prismatis mit der Baſi a c b. parallel gehen, ſo ſind alle dieſe Plana Sectionum einander gleich, das iſt, alle dieſe herab geſchnittene Stücker haben einerley gleich-groſſe und gleich-figurirte Flächen zur obern und untern Baſi: Denn indeme ſie mit der erſten Baſi Prismatis, als dem Plano, nach welchen das Prisma gezogen worden, als parallel-geſchnittene, gleich gemachet werden, ſo müſſen ſie alle auch unter ſich ſelbſt einander gleich ſeyn.

Wenn man von einem Cubo Stücker herunter ſchneidet, alſo, daß die Sectiones, oder Schnitt-Linien, mit der Baſi parallel gehen, ſo ſind aller ſolcher herunter geſchnittener Stücke ihre Plana lauter Quadrata, die demjenigen quadrato, welches durch ſeine Bewegung den Cubum formiret, gleich ſind, und die alſo einander auch gleich ſind.

Wenn man von einem Parallelepipedo ſolche Stücker abſchneidet, welche mit der Baſi parallel gehen, ſo ſind die Plana Sectionum, das iſt die Flächen derer abgeſchnittenen Stücker, dem erſten Parallelogramm gleich, welches durch ſeine Bewegung ein Parallelepipedum beſchrieben hatte, und mithin ſind alle ſolche plana Sectionum auch unter ſich ſelbſt gleich.

Definitio CIII.

Wenn ſich ein Triangul a b c um eine Seite deſſen a b. alſo herum beweget, daß ſich a b. als die axis, um einerley puncto, als dem Centro, perpendiculariter herum drehet, ſo beſchreibet der Triangul einen *Conum*, oder Kegel, und zwar *Conum rectum*, daran a c. ein Latus, a b die axis und a b c ein rechter Winckel iſt. Vid. Tab. I. Fig. 6. Wenn a b c. ein angulus obliquus, mithin das Triangulum kein rectangulum, ſo entſtehet ein Conus ſcalenus.

Scholion.

Alle Durchſchnitte, die da parallel mit der Baſi des Kegels, oder Coni, gehen, ſind lauter Circuli, die, je weiter ſie von der Baſi abſtehend gemachet werden, je kleiner ſie immer ſind.

Definitio CIV.

Pyramis iſt ein ſolcher Cörper, der rings-herum mit ſo vielen Triangulis, die alle oben in einer Spitze zuſammen lauffen, umgeben iſt, als viele Seiten die Baſis hat, auf welcher die Pyramis ſtehet. Wenn nun die Baſis a b c. dreyeckicht, ſo wird ſie *Pyramis triangularis* genennet; *quadrangularis, quinquangularis, &c.* heißt ſie, wenn die Baſis vier- oder fünff-eckicht iſt. Tab. I. Fig. 7.

Scholion I.

Es werden dieſe Pyramiden, oder gleich-zugeſpitzte eckichte Cörper, von einigen auch *Flammen-Säulen* genennet, aber warum? kan ich nicht begreiffen, indeme zwiſchen einer flamma vaga und einer Pyramiden ja wohl keine Gleichheit, auſſer daß beyde ſpitzig zugehen, zu finden iſt.

Scholion II.

Wenn eine Pyramide alſo zerſchnitten wird, daß die Sectiones mit der Baſi parallel gehen, ſo ſind die Plana Sectionum einander ähnlich.

Definitio CV.

Wenn ein halber Circul a x b. ſich um ab. als den Diametrum, herum drehet, ſo beſchreibet er eine Kugel, oder Sphæram, und der Diameter Circuli a b. wird die axis Sphæræ, das Centrum x. aber das Centrum Sphæræ genennet. Tab. I. Fig. 8. 9.

Corollarium.

Demnach ſind alle Lineæ rectæ, die von der Superficie Sphæræ ad Centrum gezogen werden, einander gleich.

Scholion.

Scholion.

Unter allen krumm-linichten Cörpern, ja mit Recht unter allen Cörpern, iſt das wunderbahrſte und vollkommenſte die Kugel.

Definitio CVI.

Wenn man eine halbe Ellipſin abc. nach der Länge, das iſt, nach ihrem längſten Diametro ab. zerſchnitten, um ſolchen ihren Diametrum, als um eine Axin, herum drehet, ſo entſtehet ein Elliptiſcher Cörper. Tab. I. Fig. 10. 11.

Scholion.

Wenn ein Cörper rings herum rund, aber länger, als dick iſt, ſo nennet man es einen Elliptiſchen Cörper. Wenn ſolcher Cörper an einem Ende ſpitziger laufft, als an dem andern, ſo heiſſet es ein *Oval*-Cörper, oder ein Ey-förmiger Cörper. Wenn man demnach eine Eyer-Linie zerſchneidet und die Helffte um ihre axin herum drehet, ſo entſtehet ein ſolcher Oval-Cörper. Tab. I. Fig. 12. 13. Sind aber ſolche Cörper gröſſer in der Dicke, als in der Länge, ſo heiſſen ſolche Cörper Sphæroides; Dieſe entſtünde, wenn man eine Ellipſin nach dem kürtzeſten Diametro zerſchnitte, und ſolche Helffte um ihren Diametrum herum drehete. Man darff ſich nur die Ellipſin Fig. 10. einbilden, als wäre ſie nach dem kurtzen Diametro entzwey geſchnitten. Tab. I. Fig. 11.

Definitio CVII.

Tetraëdrum, iſt ein Cörper, welcher von 4 gleich-ſeitigen Triangeln eingeſchloſſen iſt, die einander gleich ſind. Vid. Tab. I. Fig. 14.

Octaëdrum, wird von 8 gleich-ſeitigen Trianguln eingeſchräncket, die einander gleich ſind. Vid. Fig. 15.

Icoſaëdrum, hat 20 gleich-ſeitige Triangul, die alle einander gleich ſind. Vid. Fig. 16.

Dodecaëdrum, iſt ein Corpus, welches von zwölff fünff-

fünff-eckichten Flächen, die einander gleich, und alle regulair ſind, eingeſchloſſen iſt. Vid. Fig. 17.

Definitio CVIII.

Menſura ſolidi, das Cörper-Maaß, iſt ein Cubus, oder Würffel, deſſen eine Seite einer Ruthen groß iſt, und wird eine *Cubic*-Ruthen genennet.

Scholion.

Dieſe Cubic-Ruthen wird nun wieder in Cubic-Schuhe, Cubic-Zoll, ꝛc. getheilet, das iſt, in ſolche Schuh, deren Latus nach der Länge, Breite und Höhe einen Schuh groß iſt; Item in ſolche Zoll, deren Latus nach der Länge, Breite und Höhe einen Zoll zum Maaß hat.

Hypotheſis X.

Eine jegliche Cubic-Ruthen hat 1000. Cubic-Schuh: Ein jeder Cubic-Schuh hat 1000. Cubic-Zoll: Ein jeder Cubic-Zoll hat 1000. Cubic-Gran, &c.

Scholion.

Man leſe hier zurück das Caput I. Sectionis IV. Partis I. und zwar die Definitionem LXVI. und Hypotheſin XIX. ſammt denen Scholiis, ſo wird alle hinlängliche Wiſſenſchafft hierzu daſelbſt gefunden werden.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma XIX.

Ein Ding, in welchen ein anderes ſtecken kan, iſt gröſſer, denn dasjenige, welches darinnen ſtecket.

Theorema XLVIII.

Die ſuperficies eines Cylindri recti, ohne die zwey Baſes gerechnet, iſt gleich einem Parallelogramm, deſſen Länge der Peripheriæ Cylindri, deſſen Breite aber der Höhe des Cylindri gleich iſt.

Demonſtratio.

Bildet euch an dem Cylinder a f c g. Tab. I. Fig. 4. einen arcum e o. ein, ſo klein als man ſich ſolchen fürſtellen kan, ſo wird er vor eine Linea recta angeſehen werden können. Ziehet nun zwey parallelas o n. und h e. welche auf dem arcu e o. perpendicular ſtehen; Weil nun der obere arcus e o. mit dem unterem arcu n h. parallel gehet, und beyde arcus, wegen der Kleinigkeit, für Lineæ rectæ paſſiren, ſo wird e o h n. ein Parallelogrammum ſeyn. Da nun die gantze ſuperficies Cylindri in unzehliche ſolche kleine rectangula, die dem rectangulo e o h n. gleich ſind, kan zerſchnitten werden, deren aller ihre gemeinſchafftliche Höhe e h. nemlich die Höhe des Cylindri iſt, die Baſes aber aller ſolcher Parallelogrammorum zuſammen genommen gleich ſind der Peripheriæ, ſo iſt die ſuperficies Cylindri gleich einem Parallelogramm, deſſen Breite gleich iſt der Höhe des Cylinders, die Länge des Parallelogrammi aber gleich iſt der Peripheriæ Cylindri. Q. e. d.

Theorema XLIX.

Die ſuperficies eines Coni recti, wenn man die Baſin deſſen hinweg läſſet, iſt gleich einem Triangul, deſſen Baſis der peri-

peripheriæ Coni, die Höhe aber dem lateri Coni gleich iſt.

Demonſtratio.

Bildet euch einen undencklich-kleinen arcum m n. an dem Cono A B C. ein, dieſer wird von einer Linea recta nichts differiren. Demnach iſt das Triangulum B m n. ein rectilineum. Ferner, weil der Winckel B. undencklich klein, ſo werden die zwey untere Winckel m. und n. von zweyen rechten Winckeln nichts differiren. Per conſequens muß B n. auf m n. perpendiculair ſtehen, und iſt alſo B n. die Höhe des Trianguli B m n. Nun aber kan die gantze ſuperficies Coni A B C. in lauter ſolche unzehliche unter ſich gleiche allerkleineſte Triangula B m n. zertheilet werden. Demnach iſt die gantze ſuperficies Coni gleich allen ſolchen zuſammen genommenen allerkleineſten Triangulis: Ergo iſt die ſuperficies Coni gleich einem Triangul, deſſen Baſis der peripheriæ Coni, die Höhe aber dem lateri Coni gleich iſt. Q. e. d. Tab. I. Fig. 18.

Corollarium.

Demnach iſt die ſuperficies eines Coni recti gleich dem Sectori Circuli, welcher mit dem latere Coni, als einem Semidiametro, beſchrieben, und deſſen arcus gleich gemacht wird der Peripheriæ Coni, und iſt das Verhältnüß alſo dieſes: Wie ſich verhält der Diameter Baſios zu dem latere Coni, ſo verhält ſich der arcus Sectoris zu ſeines Circuls peripheria.

Theorema L.

Nur fünff corpora regularia giebt es, und können auſſer dem Hexaëdro, Tetraëdro, Octaëdro, Dodecaëdro, und Icoſaëdro,

dro, keine andere corpora als regularia möglich ſeyn.

Demonſtratio.

Ein regulairer Cörper iſt derjenige allein, welcher in lauter gleiche regulaire Figuren, und zwar Figuren einerley Art, eingeſchloſſen iſt; Alle Winckel aber derer Flächen eines ſolchen Cörpers, welche zuſammen ſtoſſen, und alſo einen angulum ſolidum ausmachen, müſſen allezeit weniger als 360. Grad ausmachen, nach der Hypotheſi IX. Sect. III. Part. II.

I. Nun iſt der Cubus ein Corpus regulare, denn er wird von 6. Quadrat-Flächen, die einander gleich, eingeſchloſſen, und die drey anguli plani derer drey Flächen, die einen angulum ſolidum Cubi allemal ausmachen, ſind 3 rechte Winckel von 270. Grad, machen alſo noch nicht 360. Grad.

II. Das Tetraëdrum iſt ein Corpus regulare, denn es wird von 4. regulairen einander gleich-ſeyenden Triangulis eingeſchloſſen, und allemal 3. anguli plani, deren jeder 60 Grad hält, (denn es ſind Triangula æquilatera,) formiren einen angulum ſolidum in dem Tetraëdro. Dieſe 3-mal 60 Grad ſind erſt 180. Grad, mithin noch keine 360°.

III. Das Octaëdrum iſt ein Corpus regulare, denn es concurriren in ſolchen, zu einem jedweden angulo ſolido, vier anguli plani gleich-ſeitiger Triangul, deren jeder 60 Grad machet, und alle 4 zuſammen 240 Grad, mithin noch keine 360°. ſind.

IV. Das

IV. Das Dodecaëdrum iſt ein corpus regulare, denn ein jeder angulus ſolidus darinnen wird aus drey angulis planis einer fünff-eckichten Flächen formiret, deren jeder 72 Grad hält. Demnach machet an einem Dodecaëdro ein angulus ſolidus 216 Grad aus, und noch nicht 360.

V. Das Icoſaëdrum iſt ein corpus regulare, denn ein jeder angulus ſolidus daran wird von fünff angulis planis Triangulorum æquilaterorum eingeſchloſſen, die zuſammen erſt 300° ausmachen, und alſo noch nicht 360 Grad, nach der Hypotheſi IX. Sect. III. Part. II. Demnach iſt demonſtriret, daß dieſe fünff Cörper, regularia corpora ſeyen. Nun aber zu demonſtriren, daß mehr nicht als fünff Cörper können regulair ſeyn, ſo überleget nur ſelbſten:

Erſtlich in einem Quadrato machen 4 anguli plani ſchon 360 Grad, denn ein jeder hält 90 Grad: Nun aber können 360°, als die in einer ebenen Fläche neben einander liegen, keinen Raum einſchlieſſen, und keinen angulum ſolidum machen, demnach können Quadrat-Flächen keinen regulairen Cörper einſchlieſſen und formiren, als alleine den Cubum.

Zweytens, die Triangula æquilatera ſind alſo beſchaffen, daß wenn man von denenſelben drey angulos planos zuſammen nimmt und einen angulum ſolidum daraus machet, ſo hält die Summa ſolcher erſt 180 Grad. Nimmt man 4 angulos planos von gleich-ſeitigen Triangeln zuſammen, ſo formiren ſie einen angulum ſolidum, und die Summa iſt erſt 240°. Nimmt man fünff angulos planos gleich-

ſeitiger Triangul zuſammen in einen angulum ſolidum, ſo iſt deren Summa 300°. Demnach geben dieſe dreyerley Zuſammenſetzungen drey corpora regularia, das Tetraëdrum, Octaëdrum und Icoſaëdrum. So bald man aber 6. angulos planos derer gleich-ſeitigen Triangul nimmt, ſo kommen 360°. heraus, dieſe laſſen ſich in keinen angulum ſolidum mehr zuſammen biegen, ſondern liegen alle auf einer Fläche: Ergo laſſen ſich mit regulairen gleich-ſeitigen Triangeln nicht mehr, als nur drey corpora regularia, einſchlieſſen.

Drittens, in einer regulairen fünff-eckichten Fläche hat jeder Winckel 108. Grad: Wenn man nun drey ſolche angulos planos zuſammen bieget in einen angulum ſolidum, ſo iſt deren Summa 324. und ſo läſſet ſich ein regulaires 12-eckichtes Corpus machen. Nun aber allerwenigſtens drey anguli plani müſſen da ſeyn, wenn ein angulus ſolidus entſtehen ſoll: Ergo iſt mit fünff-eckichten Flächen unter einem 12-eckichten regulairen Cörper keines zu machen. Ein mehr-eckichtes gehet aber auch nicht an, denn ſo bald man 4 ſolche angulos planos zuſammen nimmt, deren jeder 108 Grad hält, ſo iſt die Summa 432°. Nun aber iſt 360° ſchon zu groß, wenn zum wenigſten drey anguli plani einen angulum ſolidum machen ſollen: Demnach kan mit dieſen regulairen fünff-eckichten Flächen nicht mehr als das einzige Dodecaëdrum gemachet werden. Mit Figuren von mehrern Ecken aber läſſet ſich gar kein Corpus regulare einſchlieſſen, denn an mehr-eckichten Flächen machen 3. anguli plani, die allerwenigſtens erfordert werden zu einem angulo ſolido,

in

in einer ſechs-eckichten Fläche 360°. welches zu viel/ in mehr-eckichten Flächen aber mehr als 360 Grad aus/ und ſind dieſe ſchon zu viel: Ergo giebt es nicht mehr als die fünff regularia corpora. Q. e. d.

Theorema LI.

Alle Parallelepipeda, Prismata und Cylindri, welche gleiche Grund-Fläche und gleiche Höhe haben/ ſind einander gleich.

Demonſtratio.

Aus dem Scholio der Definitionis CI. und CII. iſt bekandt/ daß die plana Sectionum Prismatis, Cylindri & Parallelepipedi cum baſi factarum, einander gleich ſeyen. Wolte man nun mente, oder/ mehrerer Deutlichkeit willen/ auch wohl in der That/ aus einer materia ſecabili zwey parallelepipeda, Cylindros und Prismata machen/ da die Baſes und Höhen einander gleich ſind/ und zerſchnidte ſolche in lauter Scheiben/ ſo ſubtil als man will/ ſo ſind nicht allein die Scheiben einander gleich/ ſondern auch wenn zwey Cörper einerley Höhen haben/ ſo können aus einem Cörper nicht mehr Scheiben/ als aus dem andern/ geſchnitten werden/ und alſo faſſet ein Cörper ſo viel Raums in ſich/ wie der andere/ das iſt/ Parallelepipeda die einerley Baſin und einerley Höhe haben/ ſind einander gleich/ und ſo auch Cylindri und Prismata, jede Gattung vor ſich verſtanden/ ſind einander gleich/ wenn ihre Baſes und Höhen einerley ſind. Q. e. d.

Theorema LII.

Ein jedes Parallelepipedum wird durch

die Diagonal-Fläche a b c d. wenn es über-Eck zerſchnitten wird, in zwey gleiche Prismata zertheilet.

Demonſtratio.

Tab. I. Fig. 19. Es iſt Theoremate XXXVIII. Sect. II. Part. II. allbereit demonſtriret worden, daß die diagonal-Linie ein jedes Parallelogramm in zwey gleiche Theile zertheile, da nun die diagonal-Fläche, durch welche ein Parallelepipedum in zwey Theile getheilet wird, einerley iſt auf beyden Theilen, die durch ſie aus dem Parallelepipedo entſtehen, denn idem eſt æquale ſibi ipſi, ſo haben die beyden Prismata, die aus dem zerſchnittenen Parallelepipedo kommen, einerley Baſin. Da ſie nun auch einerley Höhe haben, denn weil die diagonalis a b. die Fläche des Parallelepipedi e a f b. in zwey gleiche Theile zertrümmert, und ſo durch das gantze Parallelepipedum hindurch gehet, ſo müſſen die Höhen auch einerley ſeyn. Demnach ſo ſind die beyden Prismata einander vollkommen gleich, nach dem Theoremate præcedente LI. da es hieß: Alle Prismata ſind einander gleich, die einerley Baſin und einerley Höhe haben: Ergo wird ein jegliches Parallelepipedum durch die diagonal-Fläche, in zwey gleiche Prismata zertheilet, Q. e. d.

Theo-

Theorema LIII.

Pyramiden und Kegel/die gleiche Grund-Flächen und gleiche Höhen haben/ ſind einander gleich/ das iſt: Alle Pyramiden ſind andern Pyramiden/ und alle Coni andern Conis gleich/ wenn ſie einerley Baſes und Höhen haben.

Demonſtratio.

I. Bildet euch ein A B C. ſey eine hedra, oder Fläche der einen Pyramiden, und EDF. ſey eine hedra, oder Fläche von der andern Pyramiden. Hieran ſeyen die Baſes einander gleich BC = EF, und die beyden Höhen ſeyen auch einander gleich AM = DO. Ziehet eine parallelam GK. mit BF. und AD. ſo wird nothwendig auch AL = DN. und AG = DI. und AH = DK. ſeyn: Demnach wird ſich AG, zu AB. verhalten, wie GH. zu BC. und AL. zu AM. nach dem Theoremate XLII. Sect. II. Part. II. Eben ſo wird demonſtriret, daß DN: DO = IK. zu EF, Da nun GH: BC = IK: EF. nach dem Theorem. XX. Sect. II. Partis I. ſo verhält ſich auch wechſels-weiß GH: IK = BC: EF. nach dem XLVII. Theor. Sect. II. Part. II. Nun aber iſt BC = EF. ex hypotheſi, weilen die baſes Pyramidum einander gleich ſeyn ſollen; Ergo muß auch GH = IK. ſeyn. Tab. I. Fig. 20. Fig. 21.

Weilen nun eben dergleichen in allen übrigen Flächen, welche beyde Pyramiden einſchlieſſen, er-

wieſen werden kan, und alle anguli homologi, wegen der Aehnlichkeit derer Durchſchnitte mit der Grund-Fläche, einander gleich, wie bishero ſchon offt demonſtriret worden; ſo müſſen die Durchſchnitte in beyden Pyramiden von gleicher Gröſſe ſeyn, wenn ſie in gleicher Höhe geſchehen: Denn Figuren die einander decken, ſind einander gleich, und die gleich ſind, decken einander. Da nun aber ex hypotheſi die gantzen Höhen beyder Pyramiden einander gleich ſind, ſo kan man in einer nicht mehrere Durchſchnitte machen, als in der andern: Ergo ſind die Pyramiden einander gleich.

II. Behaltet die zwey Triangul ABC. und DEF. vor die Durchſchnitte zweyer Kegel, als welche durch ihre Spitzen mitten durch bis auf die Grund-Fläche giengen und die Conos in zwey gleiche Theile theileten. In dieſer Betrachtung ſind GH. und IK. die Diametri dererjenigen Circul, welche ex Sectione cum Baſi parallela entſtanden wären: Denn nach dem Scholio Definitionis CIII. Sect. III. hujus Part. II. ſind alle Durchſchnitte, die mit der Baſi des Coni parallel gehen, lauter Circul, aber immer kleiner, je näher ſie zur Spitze kommen. Demnach gilt alle Demonſtration des numeri primi, und iſt alſo wiederum klahr, daß dieſe Circul, und per conſequens beyde Coni, einander gleich ſeyn müſſen. Q. e. d.

Theorema LIV.

Ein drey-eckichtes Prisma kan in drey gleiche Pyramiden zertheilet werden.

Demonſtratio.

Die zwey Pyramiden a b c f. und d f e a. haben einerley Baſin, denn ein jedes Prisma hat zwey Baſes ſibi æquales, und auch einerley Höhe: Demnach ſind ſie einander gleich, nach dem Theorem. LIII. Sect. III. Part. II.

Eben ſo haben auch die Pyramiden a c b f. und f e b a. gleiche Baſin und Höhe mit einander, demnach ſind ſie auch einander gleich, nach dem angeführen Theorem. LIII. Per conſequens ſind alle drey Pyramiden einander gleich, denn wenn zwey Gröſſen einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie alle drey einander gleich. Ergo ſind die 3. Pyramiden dem Prismati gleich, und aus jedem drey-eckichten Prismate können drey gleiche Pyramiden geſchnitten werden. Q. e. d. Tab. I. Fig. 22.

Scholion.

Man kan ſich dieß durch nichts deutlicher machen, als wenn ein hölzernes Prisma alſo accurat in 3. Pyramiden zerſchnitten wird. Es gehet auch wohl an, daß ein Anfänger aus einer Rüben ein Prisma triangulare formiret, und daſſelbe wieder in 3. Pyramides zertheilet.

Corollarium I.

Aus dieſem fürtrefflichen Theoremate folget nun dieß: **Eine drey-eckigte Pyramide iſt allemal der dritte Theil eines Prismatis von einerley Baſi und Höhe;** welches wohl zu mercken, denn es thut gute Dienſte in Ausmeſſung der Cörper.

Corollarium II.

Weilen nun auch Prismata multangularia in lauter triangularia reſolviret werden können, ſo bleibt es überhaupt darbey: Eine jegliche Pyramis iſt der dritte Theil des Prismatis von einerley Baſi und Höhe.

Co-

Corollarium III.

Indeme auch ein Conus für eine Pyramide von unzehlichen Ecken kan gehalten werden, und eben ſo auch ein Cylinder gilt vor ein Priſma von unzehligen Ecken, ſo folgt dieſes daraus: **Ein Conus iſt der dritte Theil des Cylynders von einerley Baſi und Höhe.**

Theorema LV.

Eine Kugel verhält ſich zu einem Cylinder von einer Grund-Fläche und Höhe, wie 2. zu 3. das iſt, die Kugel iſt $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, die einerley Baſin und Höhe mit einander haben.

Demonſtratio.

Zum voraus mache man ſich bey dieſem Theoremate, die Sectione II. hujus Partis II. Theoremate XLIV. deutlich erklärte Doctrin wieder bekandt, **daß ſich die Circuli gegen einander verhalten, wie die Quadrata ihrer Diametrorum.** Das iſt: Wenn ich 2. 3. und mehr Circul-Flächen unterſchiedlicher Gröſſe habe, und ich möchte ihr Verhältniß gegen einander wiſſen, ſo quadrire ich nur ihre Diametros und ziehe ſolche Quadrata von einander ab, ſo bekomme ich das Verhältniß derer Quadratorum; wie ſich nun ein Quadratum Diametri zu dem andern Quadrato Diametri verhält, ſo verhält ſich auch eine Circul-Fläche NB. **nach ihrem Innhalt,** zu der andern Circul-Fläche **nach ihrem Innhalt.** Dieß wird nun die Demonſtration dieſes Theorematis leicht machen.

Es

Es ſey ein *Quadratum a b c d.* Es ſey auch Tab. I.
ein *Quadrans Circuli d b c.* Es ſey auch *Tri-* Fig. 23.
angulum a d b. welche beyde in dem *Quadrato* eingeſchloſſen ſtehen. Wenn man nun alle dreye zugleich um ihre *axem d c.* herum drehet, ſo machet das *Quadrat* einen *Cylinder*, der *Quadrant* eine halbe Kugel, der *Triangul* einen *Conum.* In allen dieſen drey Cörpern bleibt die Höhe *d c.* einerley, und die *Baſes c b* = *d a.* ſind einander auch gleich. Wenn man demnach dieſe Cörper in lauter kleine Scheiben, wenn ſie auch noch ſo klein wären, zerſchnitte, ſo würde jeder Cörper ſo viel Stücker, als der andere, bekommen. Geſetzt nun, man ſchnitte bey *e h.* ein Stück in der Mitte von allen dreyen *parallel* mit der *Baſi* hinweg, ſo wäre *e h.* der *Semidiameter* derjenigen Scheiben, die von dem *Cylindro* weggeſchnitten worden, *e g.* wäre der *Semidiameter* derjenigen Scheiben, die zugleich von der halben Kugel mit herunter gegangen, und *e f.* wäre der *Semidiameter* derjenigen Scheiben, welche von dem *Cono* durch eben den einzigen Schnitt weggefallen. Nun ſind alle dieſe drey abgeſchnittene Scheiben Circul-Flächen; demnach verhalten ſie ſich untereinander, wie ſich ihre *Quadrata diametrorum*, nemlich *e h, e g, e f,* verhalten, nach dem *Theorem. XLIV. Sect. II. Part. II.* Hierbey ſehet nun dieſe *Diametros* vernünftig an: Weilen *d c.* und *a b.* mit einander *parellel* lauffen, ſo ſind auch *e h* = *c b.* und auch *parallel* mit einander, *ex hypotheſi.* So iſt auch *c g* = *c b*, denn alle *radii* eines Circuls ſind einander gleich, es verhält ſich *c d*, zu *d a.* wie ſich *c e.* zu *e f.* ver-

verhält, nach dem Problemate XLI. Sect. II. Part. II. Nun aber c d. iſt ſo groß als d a, denn es ſind latera eines Quadrati, item c e. iſt ſo groß als e f. denn es iſt e h = d a. durch die diagonalem in 2. gleiche Theile getheilet, und e c. iſt ex hypotheſi die Helffte von d c. ſo iſt c g = e h, c e = e f. und e g = e g. Subtrahiret man nun das Quadratum Baſios e c. von dem quadrato hypothenuſæ c g. ſo bleibt im Reſt das quadratum catheti e g. welches eben das verlangte quadratum diametri iſt, welcher diameter e g. durch die Sectionem e h. von der Kugel gemachet worden; das iſt: Wenn der diſcus Coni von dem diſco Cylindri ſubtrahirt wird, ſo bleibet im Reſt der diſcus Sphæræ.

Da nun dieſes in allen andern Sectionibus eben ſo gilt, man mag von dieſen drey Cörpern mit der Baſi parallel herunter ſchneiden ſo viel Scheiben man will, ſo wird der cörperliche Innhalt der Sphæræ allezeit auch im Reſt zurück bleiben, wenn man den cörperlichen Innhalt eines Coni von dem cörperlichen Innhalt eines Cylindri, die einerley Baſin und Höhe halten, ſubtrahiret. Nun aber iſt ſchon demonſtriret, daß der Conus ſey $\frac{1}{3}$ des Cylindri, nach dem Corollario III. Theorematis LIV. Wenn demnach die Sphæra gleich iſt dem Reſt, der überbleibet, wenn ein Conus von einem Cylindro abgezogen wird, und der Conus iſt $\frac{1}{3}$. des Cylinders, ſo bleiben $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{3}$ abgezogen $\frac{2}{3}$. Ergo iſt die Sphæra $\frac{2}{3}$ eines Cylinders von einerley Grund-Fläche und Höhe Q. e. d.

Scholion.

Es iſt dieſes eine ſolche fürtreffliche Demonſtration, daß es einem Anfänger, der gründliche Wiſſenſchafft liebet, der Mühe wohl verlohnet, wenn er ſich einen höltzernen Cylinder, eine

Sphæ-

Sphæram und einen Conum drehen läſſet, die alle drey gleich-groſſe Baſin und gleiche Höhe haben, von allen dreyen hernach ein Stück in gleicher Höhe abſchneiden läſſet, und dann die drey plana circularia, welche die Section hervor bringen wird, nach ſeinen Quadratis Diametrorum ausmiſſet; item, auch die drey plana circularia ausrechnet, hernach das Quadratum Diametri des coniſchen Stückes abziehet von dem Quadrato Diametri des cylindriſchen Stücks, ſo wird im Reſt das Quadratum Diametri des ſphæriſchen Stückes überbleiben, und wo er alsdann die ausgemeſſene Circul-Fläche des coniſchen Stücks ſubtrahirt, von der ausgemeſſenen Circul-Fläche des Cylindri, ſo wird im Reſt übrig bleiben die Circul-Fläche des ſphæriſchen Stücks, und es wird ſich zeigen, daß das Verhältnüß zwiſchen der Circul-Fläche der Sphæræ und des Cylindri eben ſo ſey, wie das Verhältnüß zwiſchen dem Quadrato diametri Sphæræ und dem quadrato diametri Cylindri; Und da die Höhe aller 3 Cörper einerley, ſo wird alſo handgreifflich dieſe Wahrheit werden, daß die Kugel zum Cylindro ſich verhalte wie 2 zu 3.

Theorema LVI.

Der Cubus des Diametri verhält ſich zu der gantzen Kugel bey nahe wie 300. zu 157.

Demonſtratio.

Geſetzt es wäre der Diameter Sphæræ 100. ſo iſt der Cubus 1000000. nach der Definitione XLV. Sect. II. Part. I. Eines Cylinders, der mit der Sphæra einerley Grund-Fläche und Höhe hat, ſein cörperlicher Innhalt iſt 785000. wie dieß bald in Ausmeſſung derer Cörper wird gewieſen werden. Nun verhält ſich die Sphæra zu dem Cylinder wie 2 zu 3. Demnach multipliciret den Cylinder 785000. mit 2. kommt heraus 1570000. ſo wird die Sphæra halten

1570000.

1570000. diviſum per 3. Demnach verhält ſich der Cubus Diametri zur Sphæra, wie 1000000 zu 1570000. diviſum per 3. oder wie 3000000. zu 157000. Wenn man nun beydes durch einerley Zahl, ex. gr. 10000 dividiret und kleiner machet, nach dem Theoremate XXII. Sect. II. Part. I. ſo verhalten ſie ſich gegen einander wie 300. zu 157.

Scholion.

Dieß Verhältnüß iſt nur bey nahe alſo, denn es iſt die proportio, wie 100 zu 314. angenommen und aus dem obigen præſupponiret worden, wenn der Diameter Circuli 100. ſo ſey die Peripheria 314. Gleichwie nun auch dieſes nur bey nahe eintrifft, ſo iſt auch dieſes cörperliche Verhältnüß nur für das nächſte anzunehmen.

Theorema LVII.

Die Kugel iſt gleich einer Pyramiden, deren Grund-Fläche ſo groß iſt, als die gantze Kugel-Fläche, die Höhe der Pyramiden aber mit dem Semidiametro der Kugel eintrifft.

Demonſtratio.

Machet euch die Einbildung in eurer Seele, es wäre die gantze ſuperficies Sphæræ in ſolche undenckliche kleine quadratula zertheilet, daß ſolche mithin ſelbſt um ihrer Kleinigkeit willen keine Ausbauchungen mehr hätten, ſondern als wahrhaffte ebene quadratula da lägen.

Bildet euch ferner ein, es würden aus dem Centro Sphæræ, das iſt, in der Höhe des Semidiametri der Kugel, an alle Ecken aller dieſer quadratulorum minimorum gerade Linien gezogen. Wenn man

man beydes ſich mente alſo imaginiret, ſo wird einem deutlich genug fallen, daß die gantze Kugel aus unzehlig vielen vier-eckigten Pyramiden beſtehe, die alle mit einander in Centro Sphæræ, das iſt, der Höhe des Semidiametri, zuſammen lieffen, die Grund-Fläche aber dieſer Pyramiden zuſammen addiret, wäre gleich der gantzen ſuperficiei Sphæræ, hingegen die Höhen aller derer wären nicht mercklich von der Höhe des Semidiametri Sphæræ unterſchieden. Demnach kan man mit Recht die Kugel vor eine Pyramiden halten, deren Baſis gleich iſt der Kugel-Fläche, ihre Höhe aber mit dem Semidiametro der Kugel eintrifft. Q. e. d.

Theorema LVIII.

Die Kugel-Fläche iſt 4-mal ſo groß als eine Circul-Fläche, welche mit dem Semidiametro Sphæræ beſchrieben wird; das iſt: Die Kugel-Fläche verhält ſich zum gröſten Circul der Kugel, wie 4 zu 1.

Demonſtratio.

In dem Theoremate LVII. iſt demonſtriret worden, daß die Sphæra gleich ſey einer Pyramiden, deren Grund-Fläche gleich ſey der gantzen Kugel-Fläche, die Höhe der Pyramiden aber mit dem Semidiametro Sphæræ einerley ſey. Nun findet man aber die ſuperficiem Sphæræ, wenn deren cörperlicher Innhalt mit dem dritten Theil des Semidiametri, oder mit dem ſechſten Theil des Diametri multiplicirt wird, wie bald ſoll in der Ausmeſſung der Cörper gezeiget werden. Wenn nun der Diameter

Sphæræ iſt 100. ſo iſt die Peripherie 314. mithin der ſuperficial-Innhalt einer ſolchen Fläche 7850.

Diam. Periph.

100 —— 314

50 Semidiam.

15700

halbirt. 7850 Innhalt der Circuls-Fläche.

Nun iſt der cörperliche Innhalt einer Sphæræ 1570000. diviſum per 3. nach dem vorhergehenden Problemate LVI. Wird man nun dieſe durch den ſechſten Theil des Diametri dividiren, ſo wird die ſuperficies Circuli heraus kommen 31400.

$$\frac{1570000}{3} \quad \frac{6}{100}$$

$$\frac{9420000}{300.}$$

1
9420000 (31400 Superficies Sphæræ.
333300

Dieſe iſt nun accurat 4-mal gröſſer, als die Fläche des Circuls mit dem Semidiametro Sphæræ beſchrieben, welche war 7850. Denn dividiret beydes durch einander, ſo wird ſichs zeigen.

32
31400 (4.
7850

Ergo iſt die Kugel-Fläche 4-mal gröſſer, als die Circul-Fläche, die mit dem Semidiametro Sphæræ ge-

gezogen wird. Demnach verhält ſich die Kugel-Fläche zum gröſten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850. das iſt, wenn beydes mit 7850 dividiret wird, wie 4 zu 1. Q. e. d.

Corollarium.

Weñ man demnach die Peripherie mit dem gantzen Diameter multipliciret, 314 durch 100. ſo kommt die Kugel-Fläche heraus; Demnach iſt die Kugel-Fläche gleich einem Triangul, deſſen Baſis die Peripheria globi, die altitudo aber der Diameter Sphæræ iſt.

Theorema LIX.

Alle Prismata, Parallelepipeda, Cylindri, Pyramides, Coni, wenn ſie gleiche Höhen haben, verhalten ſie ſich wie ihre Grund-Flächen; Hingegen wenn ſie gleiche Grund-Flächen haben, verhalten ſie ſich wie ihre Höhen gegen einander.

Demonſtratio.

I. Die Prismata, Parallelepipeda und Cylindri verhalten ſich gegen einander wie die Producta aus ihren Höhen in ihre Grund-Flächen, das iſt, wenn man an einem Parallelepipedo 1) die Länge durch die Breite multipliciret, ſo bekömmt man deſſen Grund-Fläche; 2) Dieſe Grund-Fläche durch die Höhe des Parallelepipedi multiplicirt, giebt deſſen cörperlichen Innhalt. Item, wenn an einem Prismate die Grund-Fläche iſt ausgerechnet, und ſo auch an einem Cylindro, und es wird ſolche mit der Höhe multiplicirt, ſo erhält man den cörperlichen Innhalt des Prismatis und Cylindri.

Hingegen die Pyramiden und Kegel verhalten ſich, **wie die Producta aus dem dritten Theil ihrer Höhen in ihre Grund-Flächen**, nach dem Theorem. LIV. Coroll. I. & III. und wie in der Ausmeſſung der Cörper gewieſen werden ſoll. Demnach verhalten ſie ſich insgeſammt, **wenn ihre Höhen einander gleich ſind**, wie die Grund-Flächen ſich gegen einander verhalten, oder wenn die Grund-Flächen einander gleich ſind, ſo verhalten ſie ſich wie ihre Höhen: Denn wenn, nach dem Theoremate XXII. Partis I. Sect. II. zweyerley Gröſſen durch einerley Dritte dividiret werden, ſo verhalten ſich beyder Gröſſen ihre Quoti gegen einander, wie ſich die Gröſſen ſelbſt gegen einander verhalten. Q. e. d.

Corollarium.

Indeme derer Cylindrorum und Conorum ihre Grund-Flächen lauter Circuli ſind, von denen Circulis aber bekandt iſt, daß ſie ſich verhalten wie die Quadrata ihrer Diametrorum, ſo müſſen nothwendig diejenigen Cylindri und Coni, welche einerley Höhe haben, ſich verhalten wie die Quadrata ihrer Diametrorum, das iſt, wenn man Cylinders und Conos hat von einerley Höhe, ſo darff man nur die Diametros ihrer Grund-Flächen quadriren, und von einander ſubtrahiren, ſo erfähret man was für ein Verhältnüß ſolche Cylindri und Coni gegen einander haben.

Scholion.

Es iſt Coroll. III. Theor. LIV. geſagt worden, ein Conus ſey der dritte Theil eines Cylindri, dahero heiſt es auch in der Demonſtratione des gegenwärtigen Theorematis, die Pyramiden und Kegel hielten ſich gegen einander, wie die Producta aus dem dritten Theil ihrer Höhen in ihre Grund-Flächen. Ein Anfänger kan ſich auch dieſes auf folgende Art deutlich machen: Er formire ſich von Wachs drey Conos, die einerley Höhe und einerley Grund-Fläche haben. Er mache ſich auch

auch aus Wachs einen Cylinder von eben der Höhe und Grund-Fläche, hernach drücke er die 3. Conos zuſammen und mache einen Cylinder daraus, ſo wird er eben die Höhe und Grund-Fläche des erſtern Cylinders bekommen können, ob gleich dieß ſo gar accurat nicht, ſo ſind es doch ſpielende Dinge, welche die Stereometriam einiger maaſſen erklären können.

Theorema LX.

Die Kugeln verhalten ſich gegen einander, wie die Cubi ihrer Diametrorum.

Demonſtratio.

Es iſt gantz natürlich, wie ſich eine Kugel zu dem Cubo ihres Diametri verhält, nach dem Theoremate LVI. ſo verhält ſich auch die andere Kugel zu dem Cubo ihres Diametri: Demnach verhält ſich auch eine Kugel zu der andern Kugel, wie ſich verhält der eine Cubus Diametri zu dem andern Cubo des andern Diametri; das iſt: Um wie viel der eine Cubus des Diametri der einen Kugel gröſſer oder kleiner iſt, als der andere Cubus Diametri der andern Kugel, um ſo viel iſt auch die eine Kugel, **nach ihrem cörperlichen Innhalt** verſtanden, gröſſer oder kleiner, als die andere Kugel **nach ihrem cörperlichen Innhalt.** Q. e. d.

Theorema LXI.

Ein Cylinder, deſſen Höhe gleich iſt dem Diametro baſios, verhält ſich zu dem Cubo, der aus dem Diametro baſios gemachet wird, wie 785 zu 1000.

Demonſtratio.

Es ſey der Diameter A B. Tab. IV. Fig. 14. ex. gr.

100. Demnach wird die Baſis ſeyn 7850. nach dem Scholio II. Probl. CXXIII. Sect. II. Part. II. Weil nun die Höhe des Cylinders gleich iſt mit dieſem Diametro, denn ex hypotheſi, daß DC = AB. ſo muß der Cylinder am cörperlichen Innhalt haben 785000. Denn ein Cylinder wird ausgemeſſen, wenn deſſen Höhe, die hier iſt 100. mit der Grund-Fläche, die hier iſt 7850. multipliciret wird. Nun aber, wenn man aus dem Diametro Cylindri AB. einen Cubum machet, ſo hält er 1000000. Demnach verhält ſich der Cylinder ad Cubum Diametri wie 785 zu 1000. Q. e. d.

CAPUT III.

Von der Aufreiſſung derer Cörper.

Problema CLX.

Einen Cubum, oder Parallelepipedum, aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Ziehet einen Rhombum a b c d. oder Rhomboidem i k l m. nach dem Probl. LXXXVI. ſeq. Sect. II. Part. II. Vid. Tab. I. Fig. 24. 25.

II. Richtet aus dem Rhombo und Rhomboide aus den 4. Ecken perpendiculares auf, und traget in jede ein Latus Rhombi, ziehet die Puncta durch Linien zuſammen, ſo iſt der Cubus a b c d e f g h. aufgeriſſen.

III. Bey

III. Bey dem Rhomboide traget die gegebene Höhe des künfftigen Parallelepipedi in die blinde perpendiculares und ziehet die Puncta zuſammen, ſo iſt auch das Parallelepipedum i k l m n o p q. aufgezeichnet.

Problema CLXI.

Ein Prisma auf einem Plano aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Machet eine Baſin, ex. gr. einen Triangul a b c. wenn das Prisma ſoll drey-eckicht werden. Vid. Tab. I. Fig. 26.

II. Aus a. richtet eine perpendicularem auf mit a b. welche gleich ſey der künfftigen Höhe des Prismatis a d.

III. Traget eben dieſe Höhe aus c. herunter in e. mit einem Bogen gezogen, und aus b. in f. und ziehet aus c. und b. parallelas c e. und b f. ſo iſt das Prisma triangulare auf dem Papier gezogen.

Problema CLXII.

Eine Pyramiden auf dem Papier zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Beſchreibet die Baſin der zukünfftigen Pyramiden, ex. gr. wenn ſie drey-eckigt Tab. II. werden ſoll, ſo machet einen Triangul Fig. 1. a c b. doch alſo, daß das Latus a b. nicht in das Geſicht falle, ſondern die Spitze eines Winckels fornen ſtehe.

II. Richtet aus a c. und c b. mit der künfftigen Höhe der Pyramiden Triangul auf, welche in d. zu-

ſammen lauffen, und ziehet ſolche zuſammen, ſo iſt die Pyramis aufgeriſſen.

III. Oder richtet aus dem Mittel-Punct x. die künfftige Höhe der Pyramiden auf, in d. und ziehet dahin aus a. und c. und b. Linien, ſo iſt die Arbeit auch geſchehen.

Problema CLXIII.

Ein Netz zu beſchreiben, aus welchen man einen Cubum aufrichten kan.

Reſolutio.

I. Ziehet eine Linie, und traget in ſolche das Latus Cubi viermal, und dieß ſey ab. Vid. Tab. II. Fig. 2.

II. Aus a. und b. richtet perpendiculares auf, und traget darein das latus Cubi, ſo iſt das Parallelogramm a b d c. fertig.

III. Bey k. und m. ziehet die blinden Linien e f. und g h. ſo wird k f. und e i. deßgleichen m h. und g l. als latera Cubi darein getragen, und f h. und g e. zuſammen gezogen, ein richtiges Netz geben, welches in einen Cubum zuſammen gelegt werden kan.

Problema CLXIV.

Ein Netz zu beſchreiben, daraus ein Parallelepipedum kan aufgeſetzet werden.

Reſolutio.

I. Ziehet eine blinde Linie b d. und traget in ſolche 1) die Breite des künfftigen Parallelepipedi b h. 2) aus h. traget die künfftige Länge deſſen fort, h i. 3) aus i. traget noch- Tab. II. Fig. 3.

mah-

mahlen die Breite des Parallelepipedi fort i k. und 4) aus k. nochmahlen die Länge deſſen k d.

II. Aus b. richtet eine perpendicularem auf, die gleich ſey mit der Höhe des Parallelepipedi, und machet alſo damit die Parallelogramma a b h e, e h i f, i f g k, und g k d c.

III. Aus e f. und h i. hänget noch zwey ſolche Parallelogramma daran, deren Höhe e l. gleich ſey der Breite a c, ſo iſt das Netz verfertiget, aus welchem ein Parallelepipedum kan aufgerichtet werden.

Problema CLXV.

Ein Netz auf das Papier zu reiſſen, daraus ein Prisma kan formiret werden.

Reſolutio.

I. Soll das Prisma drey-eckicht ſeyn, ſo richtet einen Triangul, nach der begehrten Gröſſe der Grund-Fläche des Prismatis, auf, a b c. Solte es 4-eckicht oder mehr-eckicht werden, ſo richtet ein ſolch Viel-Eck auf zur Baſi, als das Prisma multangulare ſeyn ſoll. Tab. II. Fig. 4. 5.

II. Verlängert das latus a c. auf beyden Seiten in d. und e. alſo, daß d a = ab. und e c = c b. werde.

III. Richtet aus d. a. c. e. perpendiculares auf und traget darein die Höhe des künftigen Prismatis, und hänget ſie alle mit Linien zuſammen, ſo entſtehen die Parallelogramma, d g, a h, c i.

IV. Aus g. traget das latus Trianguli a b. mit einem Bogen in k, und aus h. das latus △ b c. mit dem an-

andern creutz-weiß ſich ſchneidenden Bogen, ſo iſt der △ gkh = △ abc. und das Netze iſt fertig, in ein drey-eckichtes Prisma ſolches zuſammen zu legen.

V. Eben ſo machet es, wenn ex. gr. ein fünff-eckichtes Prisma ſolte durch ein Netz aufgerichtet werden, wie die Figura 5. Tab. II. zeigen wird, und ſo mit allen andern viel-eckichten Prismatibus.

Problema CLXVI.

Ein Netz aufzureiſſen, aus welchen ein Cylinder zuſammen gerollet werden kan.

Reſolutio.

I. Machet mit dem Diametro a b. welchen die Grund-Fläche des Cylinders haben ſoll, einen Circul. Tab. II. Fig. 6.

II. Suchet deſſen Peripherie, nach der proportione wie 100. zu 314.

III. Traget die gefundene Circumferenz ausgeſtreckt von dem einen Ende des Diametri perpendiculariter auf b c.

IV. Aus b. traget die künftige Höhe des Cylindri b d. mit dem Diametro ab. in einerley Linie fort.

V. Hänget an d. den andern Circul d f = a b. als die obere Grund-Fläche, und richtet deſſen Circumferenz aus d. perpendiculariter auf, daß d g = b c. werde, und hänget c g. mit einer Linie zuſammen, ſo iſt das Netz zu einem Cylindro fertig.

Scho-

Scholion.

Einige hängen die eine Circul-Fläche auch wohl bey g. an, wie ich dahero mit blinder Linie angezeiget habe; allein es iſt alles einerley.

Problema CLXVII.

Ein Netz für eine Pyramide auf das Papier zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Geſetzt es wäre eine drey-eckichte Pyramide aufzurichten, ſo beſchreibet mit dem latere e b. der Pyramiden, als einem Semidiametro, einen Arcum a e b, Vid. Tab. II. Fig. 7. und traget darein das eine Latus der künftigen Pyramiden dreymal a d, d c, c b.

II. Auf d c. richtet ein Triangulum æquilaterum d f c. und ziehet die Lineas e d, und e c, und e a und e b. ſo iſt das Netz zu einer drey-eckigten Pyramide fertig.

III. Solte es eine fünff-eckigte Pyramide Tab. II. werden, ſo ziehet nur mit dem latere der Fig. 8. Pyramiden, als einem Semidiametro, einen Arcum, und traget die Breite einer Fläche der Pyramiden, als eine Chordam, fünffmal darein, und ziehet aus jedem Eck eine Linie auf das Centrum, hernach richtet an einer Seiten ein regulares Fünff-eck unten auf, deſſen latera gleich ſeyen, denen lateribus des arcus, ſo iſt einer fünff-eckichten Pyramiden ihr Netz aufgeriſſen. Und ſo mit allen übrigen viel-eckigten Pyramiden.

Scholion.

Wären es aber irregulare Pyramiden, die ungleiche Flächen hätten, ſo träget man nur deren ungleiche Flächen nach

der Ordnung in den gezogenen arcum, und machet ein Fünff-ecke nach der Ungleichheit derer Theile zur Grund-Fläche daran, ſo iſt es geſchehen.

Problema CLXVIII.

Ein Netz zu einem Cono recto auf das Papier zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Beſchreibet mit dem Diametro der Grund-Fläche des künftigen Coni einen Circul, und verlängert den Diametrum a b, in c, daß b c. gleich werde dem lateri Coni futuri. Tab. II. Fig. 9.

II. Suchet nunmehro zu der circularen Grund-Fläche a b. und zu dem latere Coni b c. zweymal genommen, und zu 360° die quartam proportionalem. Saget alſo: Wie viel Grad zu einem Bogen-Stück bekommt wohl b c. zwey mal genommen, als ein Diameter nemlich, da b c. der Semidiameter iſt, wenn 360. Grad der Diameter a b. hat.

III. Wenn dieſes nach der Regula de Tri durch Zahlen gefunden worden, ſo ziehet alsdann mit dem Semidiametro b c. aus c. einen un-determinirten Bogen, und traget in ſolchen die in der quarta proportionali gefundene Anzahl derer Graden, entweder durch Hülffe des Transporteurs, oder geſchwinder, durch den Proportional-Circul alſo: Traget den Semidiametrum b c. auf die Lineam Chordarum transverſim von 60. auf 60. und unverruckt nehmet die Weite dererjenigen Graden, die in der Regul de Tri herausgekommen, und tra-

traget ſolche in den mit b c. als dem Radio, gezogenen Bogen in d. und e. ſo iſt c d e. der Sector, welcher mit dem Circul a b. in einen Conum kan aufgeſtellet werden.

Scholion.

Will man einen Conum truncatum aufſtellen, und alſo deſſen Netz aufzeichnen, ſo reiſſet erſtlich ein völliges Netz eines Coni recti, nach dem Problemate: Alsdann traget aus b. das latus Coni truncati, um welche Gegend nemlich der Conus abgekürtzet werden ſoll; ziehet hierauf mit dem Semidiametro c f. den Bogen g h. ſo habt ihr den Sectorem c g h. zu welchen ihr nur nach der Regula de Tri die Grund-Fläche ſuchen dürffet. Saget nemlich: Was für einen Diameter bekommen wohl 360. Grad, wenn der Semidiameter f c. zweymal genommen; das iſt, der Diameter zu einem Bogen-Stück bekommet ſo und ſo viel Grad, als nun derer graduum arcus c g h. ſeyn mögen? Reſp. facta operatione kommt der Diameter zu einem Circul, welcher die Grund-Fläche des obern Coni c g f h. iſt, mithin den Conum c d a e, zerſchneidet, daß der Conus truncatus d a e g f h. heraus kommet.

Exempli gratia I.

Es wäre der Diameter a b, 4. Zoll, das latus Coni c b. wäre 12 Zoll, mithin der Diameter c b. 2-mal 24. Zoll, ſo ſaget:

24? — 360 — 4

4

1440

2

1440

244 (60 Grad kommen alſo zum Bogenſtück d. a. e.

2

Exem-

Exemplum II.

Den Conum truncatum zu formiren nach ſeinem Netze, ſo ſaget: 360°. müſſen den neuen Diametrum der Circul-Fläche Fi. geben, weil 60° den Diametrum, oder den Semidiametrum fc. 2-mal genommen, geben. Nun iſt der Semidiameter 8. der Diameter alſo 16. von fc, 2-mal genommen, demnach heiſſet es alſo: Was giebt 360°. vor einen Diametrum, da 60. Grad geben den Diametrum von 16. Zollen.

```
360°? —— 60° —— 16
                60
               ----
 22            960. Hänget im dividi-
 266.               ren mehr Nullen
 3444               an, um die Bruch-
 96000 ( 266 (3     Stücker zu erhal-
 36660              ten.
  33
```

Demnach iſt der neu-gefundene kleine Diameter 2. Zoll, 6. Gran, 6. erſte Scrupel, mit welchen man die obere Circul-Fläche des Coni truncati beſchreiben kan.

Problema CLXIX.

Ein Netz eines Tetraëdri auf dem Papier aufzureiſſen.

Reſolutio.

I. Machet ein Triangulum æquilaterum abc. Vid. Tab. II. Fig. 10.

II. Richtet auf jeden deſſen latere wieder ein Triangu-

gu-

gulum æquilaterum auf, a d b, a f c, c e b, ſo iſt das Netz fertig, welches in ein 4-Eck kan aufgeſtellet werden.

Problema CLXX.

Ein Netz eines Octaëdri auf das Papier zu zeichnen.

Reſolutio.

I. Verlångert an dem Tetraëdro das Latus a c. in g. um ſo viel, als die Långe eines ſolchen lateris Triangulorum antrifft, daß c g = c f. werde. Tab. II. Fig. 11.

II. Richtet aus d g. ein Triangulum æquilaterum auf, d l g. und in die Mitte hinein ſetzet das Triangulum æquilaterum c i h. ſo iſt das Netz zu einem Octaëdro gezogen.

Problema CLXXI.

Das Netz eines Icoſaëdri auf das Papier zu reiſſen.

Reſolutio.

I. Machet einen gleich-ſeitigen Triangul a b c. verlångert deſſen Baſin a b, und traget ſolche noch 4-mal darein. Tab. II. Fig. 12.

II. Richtet aus ſolchen noch 4. Triangula æquilatera auf.

III. Aus c. ziehet durch die Spitzen derer Triangul eine parallelam c e. mit a d. dieſe parallela ſey lang fünff ſolcher laterum.

IV. Richtet auf dieſen fünff lateribus der parallelæ c e. fünff gleich-ſeitige Triangul auf.

V. Eben ſo richtet auf a d. unter ſich annoch fünff ſolche gleich-ſeitige Triangul auf, ſo wird das Netz für ein Zwantzig-eck gezogen ſeyn.

Proble-

Problema CLXXII.

Ein Netz auf das Papier zu zeichnen, aus welchen ein Zwölff-eck kan aufgerichtet werden.

Reſolutio.

I. Machet ein regulares Fünff-eck durch Hülffe des Proportional-Circuls, welches geſchwind geſchehen, nach dem Prob. C. Sect. II. Part. II. Tab. II. Fig. 13.

II. Leget das Lineal an A. und D. und ziehet Linien, die einem lateri des Fünff-ecks gleich ſeyn, A G. und D F.

III. Thut dieß rings um das Fünff-eck herum, allezeit zwey gegen einander ſtehende Ecke nehmend.

IV. Ziehet hierauf mit der Weite A G. aus G. und L. creutz-weiß ſich ſchneidende Bögen in x. und das wieder rings-herum alſo.

V. Ziehet hierauf G x. und L x. zuſammen, und thut dieß abermal rings-herum, ſo iſt die Helffte des Dodecaëdri fertig.

VI. Eben ſo delineiret auch die übrigen Fünff-ecke, und gebt nur Achtung, daß ihr es bey k. wohl anhänget an die erſteren ſechs Fünff-ecke, ſo iſt das Netz für ein Zwölff-eck aufgeriſſen. Wie man aber die andere Helffte der Figur accurat anhänge, das zeigen die beyden blinden Linien m n. und o p. deutlich an, denn dadurch bekomme ich die 3. latera p q, q k, und k s. mit welchen ich leichtlich die zwey übrigen latera p r. und s v. durch creutzweiß ſich ſchneidende Bögen finden kan.

VII.

VII. Wenn das Fünff-eck pqrsk, gezeichnet, ſo richtet auf pr. einen Circul auf, der gleich ſey dem Circul ABCDE. darein das erſtere mittlere Fünff-eck gezogen worden, und in welchen pr. zugleich ein latus des darein zuſchreibenden Fünff-eckes ſey.

VIII. Hernach verrichtet alles, wie in der erſtern Helffte gewieſen worden.

Problema CLXXIII.

Alle Corpora Geometrica nach ihren bisher gezeichneten Netzen aufzurichten.

Reſolutio.

I. Nehmet Papier von etlichen zuſammen geleimten Bögen, und zeichnet darauf die Netze derer Geometriſchen Cörper.

II. Wenn die Netze gezeichnet, ſo ziehet alternative an denen Seiten Linien, um kleine Rähmlein Papier wechſels-weiß können ſtehen zu laſſen, die zum zuſammen-leimen dienen.

III. Schneidet alsdann dieſe Netze accurat mit einer Scheer von dem Papier heraus, und überziehet ſolche mit güldenen Papier.

IV. Leget ſie durch Hülffe eines Faltz-Beins accurat in die Falten, welche die Linien derer Netze anzeigen, und durch Hülffe eines Feder-Meſſerleins ſchiebet die daran gelaſſene Rähmlein, wenn ſie mit ſtarcken Leim überzogen worden, inwendig hinein, und leimet alſo dieſe Corpora zuſammen.

Scholion.

Man pfleget auch wohl auf jede Seiten derer Corporum

regularium Geometricorum Pyramiden von ſo viel Ecken, als Seiten die Grund-Flächen haben, zu leimen, und alſo gantze Sterne daraus zu machen, welches curieus und vor Anfängere luſtig iſt.

Problema CLXXIV.

Das Netz einer Kugel auf dem Papier aufzuzeichnen.

Reſolutio.

Ohnerachtet alleine fünff Corpora regularia ſind, ſo iſt doch gleichwohlen unter denen bucklichten und runden Cörpern die Sphæra ſo zu reden regular, als welche unter allen Cörpern der wunderbahrſte, der vollkommenſte, der einpärigſte, ſtärckſte und dennoch einfältigſte dabey iſt. Dieſe nun zu verfertigen erfordert ein wenig mehr Arbeit, als die vorigen Cörper. Es geſchiehet aber alſo, ohnerachtet es eben ſo gar accurat nicht iſt. Nemlich:

I. Nehmet eine Lineam rectam an A B. Tab. III. welche ſo groß ſey, als die Peripheria, Fig. 1. oder der gröſte Circul der zukünftigen Kugel, dahero, wenn ein Globus angegeben würde, entweder nach ſeinem Diametro, oder nach der Peripherie, ſo müſte man ſolche Circumferenz-Linie in eine ausgeſtreckte gerade Linie verwandeln, nach dem Problemate LV. Sect. I. Part. II.

II. Theilet dieſe Linie A B in 24. gleiche Theile und ziehet durch jeden Theil, einen überhupfft, nemlich durch 2. 4. 6. 8. 10. 2c. eine perpendicularem creutz-weiß, a a, b b, c c, d d, &c.

III.

III. Nehmet nunmehro die gantze Linie A B. als einen Semidiameter an, mit dem Hand-Circul, und ziehet auf der unten und oben verlångerten Linie A B. mit ſolcher Weite aus A. den Bogen 1 B 1. und aus m. den Contra-Bogen 1 x 1.

IV. Setzet den Hand-Circul mit unverruckter Weite in p. und ziehet den Bogen 2 x 2. und aus n. den Contra-Bogen 2 x 2.

V. Setzet den Circul in q. und ziehet den Bogen 3 x 3. und aus o. den Contra-Bogen 3 x 3.

VI. Machet es mit allen übrigen alſo, ſo wird das Netz vor eine Kugel gezogen, und A B. die Circumferenz-Linie ſeyn, welches Netz, wo es zuſammen gerollet wird, einen Globum giebt, deſſen Peripherie die Linie A B. iſt.

Scholion.

Es iſt dieſe Art zwar nicht vollkommen, jedoch zu unſern Anfangs-Gründen hinlånglich genug. Der bekandte Herr Profeſſor *Doppelmayer* hat in der dritten Eröffnung der neuen Mathematiſchen Werck-Schule des *Nicolai Bion*, Cap. 1. pag. 2. ſeqq. einen richtigern modum gewieſen, dahin ich den Leſer verweiſe.

CAPUT IV.

Von der Ausmeſſung derer Cörper.

Problema CLXXV.

Die äuſſere Fläche, und auch den cörperlichen Innhalt eines Cubi auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Will man eines Cubi cörperlichen Innhalt wiſſen, ſo meſſet die Seite des Cubi c b. und multipliciret ſolche durch ſich ſelbſt, ſo erfahret ihr die Grund-Fläche des Cubi. Multipliciret dieſe nochmahlen durch die Seite des Cubi, ſo kommt der cörperliche Innhalt deſſen heraus. Tab. I. Fig. 1.

II. Wolt ihr nun den ſuperficial-Innhalt der gantzen äuſſeren Fläche des Cubi rings-herum wiſſen, ſo quadriret eine Seiten des Cubi, dieß giebt die Grund-Fläche. Nun hat ein Cubus 6. ſolche Flächen, demnach multipliciret die Grund-Fläche mit 6. ſo iſt das Product der ſuperficial-Innhalt aller 6. Flächen des Cubi an Quadrat-Maaſſen.

Exempli

Exempli gratia.

A B. Latus Cubi	12,4(1	153,76(2 Baſis.
	12,4(1	12,4(1
	496	61504
	248	30752
	124	15376
Grund-Fläche	153,76(2 C.	1906,624(3 Cub.
	6	Innhalt Cubi.
Fläche des Cubi	922,56(2 □.	

Corollarium.

Gleichwie vor allen zu mercken, daß die Decimal-Rechnung Partis I. hier behalten wird, alſo giebt dieſe nun hier das Licht, warum 1000. Cubic-Schuh eine Cubic-Ruthen machen: Denn geſetzt es wäre das latus Cubi 10(1. ſo iſt die Grund-Fläche 100(1 □. dieſe nochmahlen mit dem latere Cubi multipliciret, giebt 1000(1 Cub. Demnach iſt in der Menſura Lineæ eine Ruthen 10. Schuh; in der Menſura Quadrati eine Ruthen 100. Schuh; in der Menſura Cubi eine Ruthen 1000. Schuh.

Hätte man aber gleichwohlen eine Rheinländiſche Ruthen von 12. Schuh Menſuræ Lineæ, ſo wäre die Grund-Fläche des Cubi 144 □ Schuh, und der cörperliche Innhalt 1728. Cubic-Schuh, das iſt die Cubic-Ruthe wäre 1728. da ſie nach der Decimal-Rechnung 1000. iſt.

Problema CLXXVI.

Den cörperlichen Innhalt eines Parallelepipedi, und auch ſeine Fläche auszumeſſen.

Reſolutio.

Tab. II. Fig. 14. I, Multipliciret die Länge des Parallelepipedi ab. durch die Breite deſſen da. ſo erhaltet ihr den ſuperficial-Innhalt der Grund-Fläche an Quadrat-Maaſſen.

II, Multipliciret dieſe Grund-Fläche mit der Höhe des Parallelepipedi, de. ſo habt ihr den cörperlichen Innhalt deſſen an Cubic-Maaſſen.

III. Wollet ihr aber die gantze Fläche des Parallelepipedi rings-herum wiſſen, ohne auf den innern Raum des Cörpers zu ſehen, ſo procediret alſo:

a) Multipliciret die Länge mit der Breite ab. mit da.

b) Multipliciret die Länge mit der Höhe, ab. mit de.

c) Multipliciret die Höhe mit der Breite, de. mit da. ſo bekommet ihr die drey Vier-eck des Parallelepipedi.

d) Addiret dieſe drey Flächen, und die Summam multipliciret durch 2. ſo kommt heraus der ſuperficial-Innhalt derer 6. Flächen des Parallelepipedi.

Exemplum

Exemplum I.

Die Länge: ab. 8,4(1
Breite ad. 6,8(1

672
504

57,12(2□ Innhalt der Grund-Fläche.
Die Höhe: d.e. 1,2(1

114 24
571 2

68,544(3 Cub. Innhalt des Parallelepip.

Exemplum II.

Länge ab. 8,4(1
Breite ad. 6,8(1

672
504

57,12(2□

Höhe d.e. 1,2(1
Breite a d 6,8(1

96
72

8,16(2□

Länge: a b. 8,4(1
Höhe d.e. 12(1

168
84

10,08(2□

□abcd. 57,12(2□
□dcef. 10,08(2□
□cbfg. 8,16(2□

75,36(2□
2

150,72(2□

Innhalt der 6. Flächen des Parallelepipedi.

Problema CLXXVII.

Den Innhalt eines jeden Prismatis und ſeiner Fläche zu finden.

Reſolutio.

I. Am aller-erſten meſſet die Grund-Fläche eines gegebenen Prismatis aus. Iſt es ein Vier-eck, ſo rechnet es als ein Quadrat, oder Parallelogramm aus. Iſt es ein Drey-eck, ſo rechnet es als einen Triangul aus; iſt es ein Rhombus, oder Rhomboides, ſo ſuchet deſſen Innhalt wie gewieſen worden; iſt es ein Fünff- Sechs- und mehr-Eck, ſo rechnet ſolches aus, wie bishero gezeiget worden.

II. Wenn ihr den ſuperficial-Innhalt der Grund-Fläche an Quadrat-Maaſſen habt, ſo multipliciret ſolchen durch die Höhe oder Länge des gantzen Prismatis, ſo bekommt ihr den cörperlichen Innhalt des Prismatis.

III. Wollet ihr aber die gantze Fläche des Prismatis wiſſen, ſo multipliciret die Grund-Fläche durch 2. denn ein Prisma hat zwey Grund-Flächen. Hernach ſuchet den Innhalt aller Seiten an Quadrat-Maaſſen, das iſt, rechnet alle Seiten des Prismatis als Parallelogramma aus, addiret ſolche, und zur Summa addiret die zwey Grund-Flächen, ſo habt ihr den Innhalt aller Flächen des gantzen Prismatis an Quadrat-Maaſſen.

IV. Oder addiret alle Seiten der Grund-Fläche, und damit multipliciret die Höhe des Prismatis, ſo erlanget ihr die gantze Fläche des Prismatis, wenn noch beyde Grund-Flächen addiret werden.

Exem-

Exemplum I.

Tab. II. Fig. 15. ſey ab. die eine Seite, als Baſis der Grund-Fläche, cd. ſey die Höhe dieſer dreyeckichten Grund-Fläche; jene hielte 8 (1. dieſe 6 (1. die Länge des gantzen Prismatis ae. ſey 1,5 (1. Nun nehmet ab. und multipliciret es durch die Helffte cd. nemlich 3 (1. ſo bekommt ihr den Innhalt des Trianguls abc. als der Grund-Fläche des Prismatis, welcher iſt 24 (2.

Multipliciret dieſe Grund-Fläche durch die Höhe 15 (1. ſo bekommt ihr den cörperlichen Innhalt des Prismatis, welcher iſt 360 (3. Cub.

Exemplum II.

Multipliciret die Grund-Fläche 24 (2. nemlich abc. durch 2. weil ein Prisma zwey Grund-Flächen hat, ſo kommt heraus 48 (2. Werdet ihr nun die drey Parallelogramma acei. abeh. und bchi. ausrechnen und addiren, und ihre Summam zu denen zwey Grund-Flächen, welche beyde 48 (2 □. halten, addiren, ſo habt ihr die gantze Fläche des Prismatis, 3,975 (3 □.

Exemplum III.

Addiret die drey Seiten der Grund-Fläche des Prismatis, bc. hält 91 (2. ba. hält 80 (2. ac. hält 62 (2. deren Summa iſt 233 (2. als die Peripherie der Grund-Fläche. Multipliciret dieſe Summam durch die Höhe des Prismatis ae. 1, 5 (1. ſo kommt in dem Product der ſuperficial-Innhalt der gantzen Fläche des Prismatis, wenn die zwey Grund-Flächen noch addiret werden.

```
     233(2
      15(1
   ---------
   1165
    233
   -----------
   3,495(3☐.  Innhalt der 3. Parallelogram-
                     mor. des Prismatis.

   3,495(3'
    480(3, Zwey Grund-Flächen.
   -----------
   3,975(3☐. Fläche des gantzen Prismatis.
```

Scholion.

Eben alſo machet es nun, wenn die Prismata mehr als drey Ecken hätten.

Problema CLXXVIII.

Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem Diametro deſſelben, ſeinen Innhalt und ſeine Fläche zu finden.

Reſolutio.

I. Am allererſten muß man die Grund-Fläche eines Cylinders ausrechnen; Suchet demnach zu dem Diameter der Grund-Fläche a b. die Peripherie durch die Proportion wie 100 zu 314.

II. Multipliciret die gefundene Peripherie durch den Semidiameter, das Productum halbiret, ſo iſt der ſuperficial-Innhalt der einen Grund-Fläche gefunden.

III. Multipliciret dieſes Factum mit 2. ſo bekommet ihr derer zwey Grund-Flächen ihren Innhalt.

IV. Nehmet die Peripheriam Circuli, als der Grund-Fläche, multipliciret ſolche durch die Höhe des Cylinders a. a. ſo habt ihr die gantze Fläche rings um den Cylinder her; addiret die 2 Grund-

Grund-Flachen, ſo wiſſet ihr den ſuperficial-Innhalt der gantzen Fläche des Cylinders an Quadrat-Maaſſen.

V. Woltet ihr aber den cörperlichen Innhalt des Cylinders wiſſen, ſo multipliciret die eine gefundene Grund-Fläche durch die Höhe des Cylinders a. a. ſo kommt der Innhalt des Cylinders an Cubic-Maaſſen.

Exemplum I.

Der Diameter ſey an dem Boden des Cylinders 38 (2. ſo wird die Circumferenz-Linie, nach der proportione 100. zu 314. dieſe ſeyn 1,1932 (4. Setzet es nach der Regul de Tri alſo: Tab. III. Fig. 2.

Diam.	Periph.	Diam.
100 ——	314 ——	38 (2.
	38 (2	
	2512	
	942	
	119,32 (2 / 1 00	1, 19 (2.

Oder behaltet die Zahlen alle mit dem Bruch-Zeichen 4.

Multiplicirt dieſe Peripherie, 1,1 932 (4. mit dem halben Diameter 19 (2. Das Product halbiret, ſo iſt die Grund-Fläche 11 □-Schuh, 33 □-Zoll, 54 □-Gran.

```
   1,1932(4
       19(2
 ----------
 107388
 11932
 ----------
 226708(6
 113354(6 □ Grund-Fläche des Cylindri.
```

Multipliciret dieſe gefundene Grund-Fläche mit 2. ſo erhaltet ihr die 2 Baſes des Cylindri, nemlich 226708(6.

Nun nehmet die Peripheriam Circuli, als des Bodens vom Cylindro, 1,1932(4. multipliciret ſolche durch die Höhe des Cylindri, welche ſey 4,6(1 ſo erhaltet ihr die Fläche, die rings um den Cylinder herum gezogen iſt.

```
   1,1932(4
      4,6(1
 ----------
   71592
  47728
 ----------
 5,48872(5 □-Fläche des Cylindri.
```

Addiret hierauf die 2 Grund-Flächen 226708(6 ſo erhaltet ihr die völlige Fläche des gantzen Cylinders.

```
 5,488720(6 □.
   226708(6 □.
 ------------
 5,715428(6 □. Fläche des gantzen Cylinders.
```

Exemplum II.

Den cörperlichen Innhalt des Cylinders zu finden, ſo multipliciret die eine Grund-Fläche 113354(6 □. mit der Höhe des Cylinders 4,6(1. ſo kommt der Innhalt des Cylinders an Cubic-

Maaſ-

Maaſſen, welcher iſt 521 Cubic-Schuh, 428 Cubic-Zoll, 400 Cubic-Gran.

```
 113354 (6.
    4,6 (1.
 ---------
 680124
453416
---------
5214284 (7. Cub. Innhalt des Cylinders.
```

Scholion I.

Solte man einen halben Cylinder unter die Hände bekommen, ſolchen auszurechnen, ſo tractiret man ihn entweder Anfangs als einen gantzen, und procediret nach dieſem Problemate, und halbiret alsdann die gantze Fläche des Cylindri, ſo erfähret man den flachen Innhalt des halben Cylinders an □-Maaſſen, oder den cörperlichen Innhalt des halben Cylinders an Cubic-Maaſſen, nachdeme eines von beyden ausgerechnet und zu wiſſen verlanget worden; Oder man halbiret gleich die Circul-Fläche des Bodens, und multipliciret alsdann die Höhe damit vom Cylindro, ſo bekommet man einerley Innhalt auf beyde Wege heraus. Tab. II. Fig. 16.

Scholion II.

Würde ein abgeſchnittenes Stück eines Cylindri gegeben, ſo rechnet ſolches alſo aus: 1.) Nehmet den Semidiametrum x a. als wenn nemlich das cylindriſche Stück ein völliger halber Circul wäre, und machet mit dem Winckel a. einen Triangul a x b. 2) Rechnet nunmehro den Innhalt des Sectoris a x b c. aus, wie gezeiget worden. 3) Rechnet auch den Triangul a x b. aus, und ſubtrahiret den Triangul vom Sectore, ſo erhaltet ihr das Segmentum der Grund-Fläche des cylindriſchen Stückes a e b c. 4.) Hierauf multipliciret ſolchen flachen Innhalt des Segmenti mit der Länge des cylindriſchen Stückes, ſo erhaltet ihr deſſen cörperlichen Innhalt an Cubic-Maaſſen. 5.) Woltet ihr aber die Fläche dieſes cylindriſchen Stückes wiſſen, ſo müſtet ihr das Bogen-Stück b c a. ſuchen, wie Problemate CXXIV. Sect. II. Part. II. iſt gelehret worden, Tab. II. Fig. 17. Num. 1. 2.

her-

hernach die Höhe des cylindriſchen Stuͤckes, mit dieſem Stuͤck der Peripherie multipliciren, zu dem Producto das Segmentum der Grund-Flaͤche doppelt addiren, und das Parallelogramm des Abſchnitts auch addiren, ſo waͤre die Flaͤche des cylindriſchen Stuͤckes bekandt.

Scholion III.

Haͤtte man ein ausgeſchweifftes cylindriſches Stuͤck, ſo wird 1) nach des Problematis CXXVIII. Reſolutione III. Sect. II. Part. II. die halbe Mond-formichte Figur der Grund-Flaͤche daran ausgemeſſen; 2) Hernach wird der Innhalt deren mit der Laͤnge des ausgeſchweifften cylindriſchen Stuͤckes multipliciret, ſo erlanget man deſſen coͤrperlichen Innhalt an Cubic-Maaſſen. Wolte man aber die gantze Flaͤche auſſen und innen, ſammt denen zwey Grund-Flaͤchen eines ſolchen Stuͤckes, wiſſen, ſo muͤſte die Hoͤhe des cylindriſchen Stuͤckes multipliciret werden, mit der Summa des inneren Bogen-Stuͤckes und des aͤuſſern Bogen-Stuͤcks. Zu dem Producto addiret die halbe-Mond-formichte Grund-Flaͤche zweymal, ſo waͤre die voͤllige Flaͤche des ausgeſchweifften cylindriſchen Stuͤckes bekandt an Quadrat-Maaſſen. Tab. III. Fig. 3.

Scholion IV.

Einen elliptiſchen Cylindroidem rechnet alſo aus: 1.) Rechnet die vordere elliptiſche Superficiem aus, nach dem Problem. CXXVII. Sect. II. Part. II. 2.) Multipliciret dieſe Flaͤche mit der Dicke, ſo erhaltet ihr den coͤrperlichen Innhalt der Cylindroidis. 3.) Woltet ihr aber die gantze Flaͤche deren wiſſen, ſo multipliciret erſtlich die gefundene elliptiſche Flaͤche mit 2. Hernach verwandelt die Cylindroidem in einen Cylinder, das iſt, ſuchet einen Circul, der ſo groß ſey als die Ellipſis, nach dem Problemate CXXVII. mit dieſem, als einer Baſi und der Dicke der Cylindroidis, als einer Hoͤhe, formiret einen Cylinder, und rechnet deſſen Superficiem am Rand herum aus. Endlich addiret dieſe zu der duplirten elliptiſchen Superficie, ſo erhaltet ihr die voͤllige aͤuſſere Flaͤche der Cylindroidis. Tab. III. Fig. 4.

Pro-

Problema CLXXIX.

Den Innhalt einer Pyramiden, ingleichen eines Kegels zu finden, und, wo es verlanget wird, deren Fläche auszurechnen.

Reſolutio.

I. Theoremate LIV. Sect. III. Part. II. und zwar Corollario III. iſt bewieſen worden, daß eine Pyramis das dritte Theil eines Prismatis, und ein Conus das dritte Theil eines Cylindri ſeye, von gleicher Höhe und Baſi. Demnach meſſet die Baſin, oder Grund-Fläche, einer ſolchen Pyramiden, oder Kegels, aus, nach ihrem ſuperficial-Innhalt, wie ſolches in Circul-Flächen, oder Polygonis ordinatis, Problemate CXXII. und CXXIII. Sect. II. Part. II. gewieſen worden.

II. Meſſet auch die Höhe der Pyramiden und des Kegels.

III. Hierauf multipliciret entweder **ein Drittel der Höhe mit der gantzen** Baſi, oder **ein Drittel der** Baſios **mit der gantzen Höhe**, oder **die gantze** Baſin **mit der gantzen Höhe**, und **das** Product dividiret **hernach mit** 3. nachdeme ſichs nemlich am beſten ſchicket, daß eines von dieſen dreyen ſich durch 3. dividiren läſſet, daß es gerad aufgehe. Was heraus kommt, iſt der cörperliche Innhalt der Pyramiden, oder Coni, an Cubic-Maaſſen.

IV. Die Superficies einer Pyramiden wird gefunden, wenn man alle Seiten der Pyramiden als Triangula ausrechnet, addiret, und ihre Summam zu der ſchon ausgerechneten Grund-Fläche hinzu thut.

V.

V. Eines Coni recti Superficiem findet man alſo: Multipliciret die halbe Peripherie, oder Circumferenz-Linie der Grund-Fläche, mit dem latere Coni, das Product addiret zu der ſchon gefundenen Grund-Fläche, ſo habt ihr was ihr ſuchen ſoltet.

Exemplum I.

Es wäre die Grund-Fläche der Pyramiden a b c d. ein Drey-Eck, deren □-Innhalt ſey 64 (3 □. das iſt 6 □-Schuh und 40 □-Zoll, oder 4 Riemen-Schuh, welches einerley, denn das latus Trianguli wäre 32 (2. die Höhe des Trianguli 4 (1. kommt zum halben Producto 64 (3 □. Tab. I. Fig. 7.

Dieſe Grund-Fläche multipliciret mit der Höhe der Pyramiden, welche ſey 9 (1. deren Drittel iſt 3 (1. ſo giebt das Productum 192 (3 Cub. den cörperlichen Innhalt der Pyramiden, nemlich 192 Cubic-Schuh.

Exemplum II.

Woltet ihr die äuſſere Fläche der Pyramiden an Quadrat-Maaſſen, ſo rechnet eine Seite derſelben als einen Triangul c d b. aus, die Baſis deſſen b c. hält 32 (2. die Höhe iſt 9 (1. giebt das Product 288 (3 □. halbirt 144 (3 □. zum Innhalt einer Seiten. Multipliciret dieß mit 3. denn ſo viel Seiten hat die Pyramide, ſo kommt 432 (3 □. und giebt dieß die Fläche der Pyramiden ohne die Baſin. Addiret dieſe darzu, welche 064 (3 □. ſo iſt die Summa 496 (3 □. die Fläche der gantzen Pyramiden.

Exem-

Exemplum III.

Der Diameter des Coni recti a c d. iſt Tab. I.
c d. welcher hält 6 (1. aus dieſem entſprin- Fig. 6.
get der Grund-Fläche ihre Peripherie, nach
der Regula de Tribus, mit der proportione 100. zu 314. nach ihrer Anzahl, 1,884 (3. aus deren Helffte 942 (3. und dem Semidiametro b c. welcher iſt 3 (1. erhaltet ihr die Grund-Fläche 2826 (4 □. Nun multipliciret mit dem Drittel der Höhe 4 (1. denn die gantze Höhe a b. iſt 1,2 (1. ſo bekommt ihr den cörperlichen Innhalt 11304 (5. Cub. demnach hält der Conus rectus 113. Cub. Schuh 40. Cubic-Zoll.

Exemplum IV.

Die Fläche dieſes Coni zu finden, ſo multipliciret die halbe Circumferenz Linie 942 (3. mit der Seiten des Coni a c. welche iſt 1,33 (2. Das Productum 1,25419 (5. □. iſt die Fläche des Coni ohne die Baſin: Addiret der Baſios Quadrat - Innhalt 2826 (4 □ ſo erhaltet ihr die Fläche des gantzen Coni 1,53679 (5 □.

Scholion I.

Wie man es nun mit einem Cono, oder einer Tab. III.
Pyramiden macht, ſo verfährt man mit allen. Fig. 5
Einen halben Conum rechnet man entweder als
einen gantzen aus, und halbiret denſelben entweder nach der Fläche deſſen, wenn man eines halben Coni äuſſere Fläche wiſſen wolte; oder nach dem Cubic Maaß, wenn der halbe Cörper ausgemeſſen werden müſte. Oder man nimmt gleich Anfangs nur den Semidiameter, und ſuchet damit des halben Circuls Peripherie, und rechnet alsdann der halben Baſios Quadrat-Innhalt aus, und multipliciret ſolchen mit dem

Drittel der Höhe, ſo erhält man auch eines halben Coni Innhalt.

Scholion II.

Tab. III. Fig. 6. Hat man nur ein Stück eines Coni, deſſen Baſis ein Segmentum Circuli, ſo rechnet das Segmentum baſios aus, wie Problemate CXXV. Sect. II. Part. II. gezeiget wurde; hernach multipliciret mit dem Drittel-Theil der Höhe, dieſes Segmenti Innhalt, ſo habt ihr den cörperlichen Innhalt des Stücks vom Cono nach Cubic-Maaſſen; die äuſſere Fläche deſſen erhaltet ihr, wenn ihr mit der halben Peripherie des Segmenti, das latus Coni (nicht aber die Höhe) multipliciret, und den Quadrat-Innhalt des Segmenti addiret.

Scholion III.

Tab. III. Fig. 7. Ein ausgeholtes oder ausgeſchweifftes Stück eines Coni, deſſen Baſis nur ein Ring iſt, formirt wie ein halber Mond, rechnet alſo aus: 1) Suchet den ſuperficial-Innhalt der Mond-formigten Grund-Fläche, nach dem Probl. CXXVIII. Reſolut. III. Sect. II. Part. II. 2) Multipliciret damit das Drittel von der Höhe dieſes Coniſchen Stückes, ſo habt ihr deſſen cörperlichen Innhalt. Wollet ihr aber die gantze Fläche deſſen wiſſen, ſo nehmet 1) die Helffte von der äuſſern Peripherie und multipliciret es mit dem latere dieſes Coniſchen Stückes. 2) Nehmet die Helffte von der innern Peripherie, und multipliciret damit das latus des innern hohlen Coni. 3) Addiret beydes zu der Mond-formigten Baſi, ſo erhaltet ihr die gantze Fläche des ausgeſchweifften Coniſchen Stücks.

Problema CLXXX.

Abgekürtzte Pyramiden, item abgeſchnittene Conos auszumeſſen, nach ihrer äuſſeren Fläche und nach ihrem cörperlichen Innhalt.

Problema

Reſolutio.

I. Ergäntzet vor allen die abgenommene Pyramiden A. mit blinden Linien, daß zu ihrer Höhe b a, die übrige Höhe b L darzu komme. Tab. III. Fig. 8.

II. Rechnet hierauf die gantze Pyramiden aus, nach dem modo, wie es gewieſen worden.

III. Rechnet alsdann beſonders die mit blinden Linien angezeigte obere Pyramide h f g x L. aus.

IV. Subtrahiret dieſe kleinere von der gantzen Pyramide, ſo bleibt im Reſt die Pyramis decuſſa.

V. Eben ſo machet es mit Conis truncatis, verlängert ihre Höhe, bis der gantze Conus daraus werde, hernach rechnet den gantzen Conum aus, alsdann ſuchet den cörperlichen Innhalt des kleinen obern Coni, h m i. ſubtrahiret dieſen von jenen, der Reſt giebt den Conum truncatum am cörperlichen Innhalt. Tab. III. Fig. 9.

VI. Wollet ihr die Flächen derer Pyramidum truncatarum, oder Conorum truncatorum haben, ſo berechnet ihre Flächen, als wenn es gantze Coni, oder gantze Pyramiden wären, hernach berechnet auch die Flächen der obern kleinern Pyramide, oder Coni, ſammt der Baſi. Endlich ſubtrahiret dieſe von jener, ſo giebt der Reſt die Fläche des Coni truncati, oder der abgekürtzten Pyramiden.

Weilen nun aber dieſes etwas wichtiges in der Stereometrie iſt, ſo will ich einen Conum beſonders ausrechnen.

I. Die Fläche eines Coni truncati.

Tab. III. Fig. 9. I. Wenn man einen Conum truncatum hat, ſo meſſet den Diametrum der obern Fläche c d. und den Diametrum der untern Fläche a b.

II. Suchet mit dieſen Diametris, nach der Regula de Tribus, mit der proportione wie 100. zu 314. die Circumferenz Linien derer zwey Flächen.

III. Nehmet die Höhe des Coni truncati c h. und multiplicitet ſie mit ſich ſelbſt zu einem Quadrat.

IV. Nehmet die halbe Differenz der beyden Radiorum c g. und a f. welche iſt a h. denn wenn der Radius c g. von dem Radio a f. ſubtrahiret wird, ſo bleibt im Reſt die Differenz a h. und b x. dieſe halbiret, und machet aus der Helffte a h. ein Quadrat, mit ſich ſelbſt nemlich multiplicirend.

V. Addiret beyde Quadrata, und aus der Summa extrahiret den Radicem, ſo bekommt ihr die Seite a c. den a h c. iſt ein recht-winckl ichter Triangul, an welchen das Quadratum hypothenuſæ a c $=$ □□ Catheti C H. und Baſios a h. iſt.

VI. Hierauf nehmet die Helffte einer jeden Circumferenz-Linie, der obern und untern Flächen des Coni truncati, und multipliciret durch ſolche das latus a c. ſo bekommet ihr die Superficiem Coni truncati, worzu man zuletzt annoch die obere und untere Fläche addiret.

Exem-

Exemplum.

Diam. ab = 1,3(1. Diam. cd = 56(2. Altitudo ch = 9(1. ſo wird c d. von ab. ſubtrahiret, zur differenz den Reſt 24(2. laſſen, nemlich ah. und bx. Nun ſuchet die obere und untere Peripherie, nach der Regula de Tribus, alſo:

100 — 314 — 1,3(1

13(1

942

314

4,082(3 Peripheria major.

Nun quadriret die Höhe des Coni truncati 9(1. kommt 81(2□. Quadriret auch die Helffte der Differenz ah. 37(2. ſo kommt 1369(4□. addiret beyde Quadrata und extrahiret Radicem quadrati.

81 (2□

1369(4□

9469(4□.

```
1 3    1
      071
9 4 6 9 0 0 0 0 (8  (9730(4 Latus ac.
8 1
 187
   7
1309
   1
 19 43
     3
 5829
    1
   19460
```

Nun ſuchet die obere Circumferenz-Linie,

```
100 —— 314 —— 56(2
               56(2
             ------
              1884
             1570
           --------
           1,7584(4 Peripheria minor.
```

Addiret beyde Peripherien, und von der Summa nehmet die Helffte.

```
4,082(3 Periph. maj.
1,7584(4 Periph. min.
---------------------
5,9202(4 Summa
2,9202(4 Semi-Summa.
```

Nun

Nun multipliciret das Latus a c. mit dieſer Semi-Summa.

2,9202 (4 Semi-Summa.
973 (3 Latus a c,

87606
204414
262818

2,8413546 (7 □ ſuperficial. Coni trunc.

Rechnete man die obere und untere Fläche annoch aus, welches gar leicht, denn die Peripheriæ und Semidiametri ſind bekandt, und addiret dieſelbigen zu der ſuperficie Coni truncati, ſo erhält man die gantze Fläche.

4082 (3 Periph. maj.
65 (2 Semidiam.

20410
24492

2,65330 (5 □
1,32665 (5 ſuperfic. inferior.

1,7584 (4. Periph. min.
28 (2 Semidiam.

140672
35168

492352 (6 □
246176 (6 ſuperfic. ſuperior.

1,32665 (5 □ ſuperfic. Inferior.
246176 (6 □ ſuperf. ſuperior.

1,572826 (6 □ Summa.
2,8413546 (7 □ ſuperf. Coni trunc.

4,4141806 (7 □ ſuperf. totius Coni truncati.

II. Den cörperlichen Innhalt eines Coni.

Tab. III. Fig. 9. I. Den cörperlichen Innhalt des Coni truncati zu bekommen, ſo ſaget: Wie ſich verhält a h. die Differenz derer beyden Semidiametrorum a f. und c g. zu der Höhe des Coni truncati c h, alſo verhält ſich der gröſſere Semidiameter a f. zu der Höhe des gantzen Coni f e.

II. Von dieſer gefundenen Höhe f e. ſubtrahiret die Höhe des Coni truncati c h = g f. ſo bleibt im Reſt die Höhe e g.

III. Rechnet beyder Conorum c e d. und a e b. ihren cörperlichen Innhalt aus, und ſubtrahiret jenen von dieſem, ſo giebt der Reſt den Conum truncatum an Cubic-Maaſſen.

Exemplum.

Es ſey der vorige Conus wiederum, ſo ſtehet die Rechnung alſo:

```
Differenz a h.        Höhe c h.          Semid. a f.
   37(2 ——————————     9(1 ——————————      65(2
                                            9(1
                                          ————————
                                           585(3
   3
   66
  2.104
  5850 (4   (1,58(2 Höhe des gantzen
  3777 (2            Coni.
    33
```

Die

Die Raiſon iſt auch gar leicht zu finden, denn der Triangul a h c. und a f e. ſind einander ähnliche Triangul, demnach ſind auch ihre latera homologa proportionalia.

Subtrahiret von dieſer gantzen Höhe des Coni f e. die Höhe des Coni truncati c h.

158 (2 f e.
90 (2 g f.
68 (2 g e.

So iſt 68 (2. die übrige Höhe g. e. die nemlich dem Cono iſt abgeſchnitten worden.

Rechnet nun den Conum a c b. und c e d. jeden beſonders aus:

4082 (3 Periph. maj.
65 (2 Semidiam.
20410
24492
2,65330 (5 □
1,32665 (5 □ inferior Baſis Coni.
1,32665 (5 □. Baſis Coni.
1,58 (2 Altitudo totius Coni. f. e.
1061320
663325
132665
2,0961070 (7 Cub.

Dividiret dieſes Productum durch 3. weil ſich weder die Höhe des Coni, noch die Grund-Fläche hat durch 3. wollen theilen laſſen.

222 11
2,0961070 (7 (6987023 ⅓ (7. Cub.
3333333 Innhalt des gantzen Coni a e d.

Ferner der kleinere Conus c e d. ſtehet ausgerechnet alſo:

1,7584(4. Periph. min.
28(2. Semidiam. c. g.

140672
35168

492352(6 □.
halb. 246176(6 □. Baſis Coni c e d.
68(2 Altitudo Coni g e.

1969408
1477056

16739968(8

1222221
16739968(8 (5579989⅓(8.
3333333

Jnnhalt des kleinen Coni c e d. nemlich 55 Cubic-Schuh, 799 Cubic-Zoll, 890 Cubic-Gran.

Nun ſubtrahiret beyde Conos von einander.

69870230 (8 Conus maj. a e d.
5579989 (8 Conus min. c e d.

64290241 (8 Conus truncatus an Cubic-Maaß.

Demnach hält der Conus truncatus 642 Cubic-Schuh, 902 Cubic-Zoll, und 410 Cubic-Gran.

Scholion.

Mit denen Pyramiden macht man es nun eben alſo.

Problema CLXXXI.

Einer Kugel ihren cörperlichen Jnnhalt zu finden, wenn deren Diameter gegeben worden;

den; Jngleichen ihre gantze Fläche auszu- rechnen.

Reſolutio I.

I. Suchet wie groß die Circumferenz-Linie des gröſten Circuls der Sphæræ ſey, das iſt, nehmet den Semidiametrum Sphæræ, und beſchreibet damit einen Circul, und mit der proportione 100 zu 314. ſuchet per Regulam de Tri, die Peripheriam deſſen.

II. Multipliciret die gefundene Circumferenz mit dem Diameter, ſo wird das Productum die völlige äuſſere Fläche des Globi ſeyn an Quadrat-Maaß.

III. Multipliciret dieſe Fläche der gantzen Kugel mit dem 6ten Theil des Diametri, ſo erhaltet ihr den cörperlichen Innhalt der Kugel an Cubic-Maaß.

Exemplum.

Tab. I. Fig. 9. Es ſey der Diameter Globi a b. 12 (2.

100 — 314 — 12 (2

12 (2
628
314
3768 (4. Peripheria Circuli.
12 (2. Diam.
7536
3768
45216 (6□. Superfic. Sphæræ.

Demnach hält die Sphæra an ihrer Fläche 4□-Schuh, 52□-Zoll, 16□-Gran. Nun dieß multipli-

tipliciret mit dem ſechſten Theil des Diametri, oder mit dem gantzen Diametro, und dividiret das Product durch 6. ſo kommt der cörperliche Innhalt des Globi heraus.

4521(6 Superficies Coni.
12(2 Sexta pars diametri.

0009043.2(8 Cub. Innhalt der Sphæræ.

Demnach hält die Sphæra an Cubic-Maaß 904 Cubic-Zoll, 320 Cubic-Gran.

Reſolutio II.

I. Machet aus dem Diametro Globi a b. 12(2. einen Cubum, welcher iſt 1728(6 Cub.

II. Nehmet nach dem Theorema LVI. Sect. III. Part. II. die Proportion wie 300. zu 157. und ſuchet zu dieſen dreyen 300. 157. und 1728(6. als den gefundenen Cubum, die quartam proportionalem.

300 — 157 — 1728(6. Cub.
157

12096
8640
1728

271296(6.

271296(6. (904(6 Solidĭtas Globi, neml.
33300 (904 Cubic-Zoll.

Wolte man aus dem übergebliebenen $\frac{96}{300}$ auch noch genauer den Cubum heraus bringen, ſo hänget, weil von Cubis die Rede iſt, 3 Nullen an, und dividiret nochmahlen.

271296000 (904320 (6 Soliditas
33333300 (Globi.

Es kommt alſo auf beyde Arten einerley heraus vor den cörperlichen Innhalt des Globi, nemlich 904 Cubic-Zoll, 320 Cubic-Gran

Scholion.

Man kan auch die gefundene Superficiem Sphæræ mit dem Semidiametro multipliciren, und das Product mit 3. dividiren, ſo erhält man auch den cörperlichen Innhalt der Kugel, nachdeme zu weilen dieſe oder jene Zahl ſich beſſer ſo oder ſo zertheilen läſſet.

Problema CLXXXI.

Die fünff regulairen Cörper auszumeſſen, ſo wohl nach ihrem cörperlichen Innhalt an Cubic-Maaß, als auch nach ihrer äuſſern Superficie an Quadrat-Maaß.

Reſolutio.

I. Der Cubus iſt ſchon ausgemeſſen worden nach ſeiner Fläche, und nach ſeinen cörperlichen Raum.

II. Das Tetraëdrum iſt eine drey-eckichte Pyramide, das Octaëdrum eine gedoppelte vier-eckichte Pyramide, deren Baſes communes ſind; Das Dodecaëdrum und Icoſaëdrum ſind nichts anders, als lauter Pyramiden, deren Spitzen in dem Centro Sphæræ zuſammen gehen, und deren Baſes die Flächen ſolcher regulairen Cörper ſind. So viel demnach ein Cörper Flächen hat, in ſo viele Pyramiden kan er zerſchnitten werden: Ex. gr. Das Dodecaëdrum kan in 12. fünff-eckichte Pyramiden, das Icoſaëdrum in 20 drey-eckichte Pyramiden zertheilet werden.

III.

III. Wenn man demnach eine Pyramide von einem derer regulairen Cörper ausgemeſſen hat, ſo multipliciret nur diejenige Pyramide mit 12. oder 20. wenn das Corpus ein Dodecaëdrum, oder Icoſaëdrum iſt, oder mit 4. oder 8. wenn es ein Teтraëdrum, oder Octaëdrum war, ſo erhaltet ihr den cörperlichen Innhalt derer regulairen Cörper an Cubic-Maaß.

IV. Woltet ihr nun den ſuperficial-Innhalt eines regulairen Cörpers wiſſen, ſo rechnet nur eine flache Seiten des Cörpers aus, ex. gr. nur einen Triangul des Icoſaëdri, oder nur ein Fünff-Eck des Dodecaëdri. Hernach multipliciret deſſen gefundenen Innhalt mit der Anzahl der Seiten des Cörpers, mit 12. oder 20. ꝛc. ſo erfähret man, wie groß die Fläche des gantzen Corporis regularis ſey.

Problema CLXXXII.

Eines jeden irregulairen Cörpers ſeinen Innhalt auszumeſſen.

Reſolutio.

Tab. III. Fig. 9. I. Leget das irregulaire Corpus in ein Parallelepipedum cavum, und füllet alsdann daſſelbe mit Waſſer, oder klaren ſubtilen Sand, an, bis der Sand oder Waſſer juſt über die äuſſerſte Ungleichheit des Cörpers hingehe.

II. Bemercket die Gegend, wo der Sand oder Waſſer am erſten über die äuſſerſte Ungleichheit des Cörpers hingehet, mit einem Punct, es ſey nun ab, oder ac.

III. Ziehet den Cörper wieder heraus, und laſſet ihn erſtlich wohl abtropffen, wenn man Waſſer genommen hat, oder bringet den Sand alle wohl vom Cörper hinweg in das Parallelepipedum, und ebnet ihn ordentlich horizontal wieder zuſammen, und ſehet, wie hoch es noch in dem hohlen Kaſten ſtehe, es ſeye nun in x. oder y.

IV. Hierauf meſſet nun das Parallelepipedum aus, welches b x. oder c y. formiret, als der Platz, darinnen gleichſam das Corpus irregulare gelegen, wenn es ein ordentlich Parallelepipedum geweſen wäre.

V. Der Innhalt an Cubic-Maaſſen giebt den cörperlichen Innhalt des irregulairen Cörpers aufs nächſte.

Scholion I.

Sind es Cörper, die ſich nicht ins Waſſer legen, oder vom Platz bewegen laſſen, ſo müſte man von Brettern ein Gehäuß um ſie herum machen, in accurater Form des Parallelepipedi, und alsdann nach dem Problemate procediren, wiewohl dergleichen Arbeiten ſelten fürkommen.

Scholion II.

Der Haupt-Nutz deſſen iſt, daß man dadurch ſich eine gantze Tabulam gravitatum unterſchiedlicher Cörper zuſammen machen kan, nach denen Pfunden, wie viel ein Cubic-Schuh von jeder Materie, Gold, Silber, Kupffer, Marmor, ꝛc. halte.

Scholion III.

Hohle Kugeln, hohle Priſmata, hohle Parallelepipeda, hohle Cubos auszurechnen, wird einem jeglichen nun von ſelbſt einfallen, wie er es machen ſoll: Man rechnet erſtlich dieſe Corpora nach ihrer äuſſern gantzen Gröſſe aus, hernach rechnet man ihre Cavität als ein Corpus aus, und ſubtrahiret

ret dieſes von jenem, ſo giebt der Reſt den hohlen Cörper an Cubic-Maaſſen.

CAPUT V.

Von der Verwandlung derer Cörper.

Problema CLXXXIII.

Ein Prisma in ein anderes von gleichen Innhalt zu verwandeln, daß eine Baſin von einer andern eckichten Figur habe.

Reſolutio.

I. Es ſey das Prisma a b c d e f. dieß ſoll in ein Prisma von 4 Ecken, als ein Parallelepipedum geſtaltet, oder in ein drey-eckichtes Prisma verwandelt werden.

II. Verwandelt demnach die Baſin des 6-eckichten Prismatis in eine drey-eckichte gleichen Innhaltes, und behaltet die Höhe, ſo habt ihr ein Prisma triangulare æquale Prismati ſexangulari.

III. Solte ein vier-eckichtes Prisma daraus werden, ſo verwandelt die 6-eckichte Baſin in ein Quadrat, oder Parallelogramm, gleiches Innhaltes, und behaltet die Höhe, ſo iſt das Parallelepipedum gleich dem Prismati ſexangulari. Es iſt aber dieſe Verwandlung derer Grund-Flächen aus dem Capite IV. Sect. II. Part. II. wieder nachzuleſen.

Exem-

Exempli gratia.

Tab. III. Fig. 10. Num. 1. 2. 3. 4. Die Baſis des Sechs-eckichten Prismatis o. ſey verwandelt in x. in ein Triangulum, aus dieſem und der Höhe machet das Prisma triangulare ABCDEFx = Sexangulari Ocdefghik. Nun verwandelt dieß Triangulum æquale ſexangulo in ein Parallelogramm, und richtet darauf die Höhe des Prismatis, ſo iſt das Parallelepipedum y = x = o. Machet aus dem Parallelogramm ein Quadratum rectangulum, und ſetzet die Höhe des Prismatis ſexanguli darauf, ſo iſt das Prisma quadrangulum rectangulum z = y = x = o.

Problema CLXXXIV.

Ein Prisma in einen Cylinder zu verwandeln gleiches Innhalts.

Reſolutio.

I. Behaltet das Prisma o. in dem vorhergehenden Problemate, oder, welches leichter, das Quadrangulum z = o. und verwandelt deſſen Grund-Fläche, als ein Quadrat, in einen Circul, nach dem Problemate CXII. Num. IV. Sect. II. Part. II.

II. Richtet die vorige Höhe wieder darauf, ſo habt ihr einen Cylinder, der = z = y = x = o.

III. Verkehrt aus einem Cylinder ein Parallelepipedum, Prisma &c. zu machen, ſo dürfft ihr nur die Circul-Fläche des Cylinders in eine ſolche eckichte Fläche verwandeln, als das Corpus futurum haben ſoll, und die Höhe darauf richten, ſo iſt es geſchehen.

Scholion.

Eben dieß gehet auch an, wenn man aus einer Pyramiden einen Conum, oder aus einem Cono eine Pyramiden machen wolte von gleichen cörperlichen Innhalt. Exempli gratia:

I. Hat man eine Pyramide, aus welcher ein Conus werden ſoll, ſo verwandelt die Grund-Fläche deſſen, wenn ſie mehr als 3-eckicht wäre, in einen Triangul, nach dem Problemate CX. Sect. II. P. II. Hernach machet aus dieſem Triangul ein Quadrat, nach dem Problemate CVIII. Sect. II. endlich aus dem Quadrat einen Circul, nach dem Problem. CXII. Num. IV. Sect. II. und richtet auf dieſer Circul-Fläche mit der Pyramiden Höhe einen Conum auf, ſo wird dieſer der Pyramiden gleich ſeyn.

II. Solte aber ein Conus in eine Pyramide verwandelt werden, ſo machet aus der circularen Grund-Fläche des Coni ein Quadrat, nach dem Problem. CXII. richtet darauf die Höhe des Coni, ſo habt ihr eine Vier-eckichte Pyramide; machet aus dem Quadrat einen Triangul, nach dem Probl. CVI. ſo habt ihr eine Drey-eckichte Pyramide, wenn ihr die Höhe des Coni darauf traget: Wollet ihr aber aus dieſer irregularen Drey-eckichten Pyramiden eine förmliche lauter gleiche Seiten habende Pyramiden machen, ſo verwandelt dieſen Triangul, als die Grund-Fläche, in einen gleich-ſeitigen △. nach dem Problem. CII. und traget die Höhe des Coni wieder darauf, ſo habt ihr eine gleiche Seiten habende Pyramiden, die am Innhalt gleich iſt dem Cono, und ſo ferner.

Problema CLXXXV.

Aus einem Prismate, Parallelepipedo, Cylindro; eine Pyramide oder Conum gleiches Innhalts zu machen.

Reſolutio.

I. Entweder machet die Baſin, oder Grund-Fläche des Prismatis, Parallelepipedi, Cylindri, dreymal gröſſer und behaltet hernach die Höhe; oder behaltet

tet die Baſin des Priſmatis, und nehmet die Höhe dreymal.

II. Verwandelt die Baſin, ſie mag nun vorhero dreymal gröſſer worden ſeyn, oder nicht, wie dieſes durch Hülffe des Probl. CXXX. Sect. II. Part. II. geſchiehet; verwandelt, ſage ich, alsdann die Baſin in einen Circul, nach dem Problemate CXII. ſo könnet ihr einen Conum aufrichten, mit der Höhe des Priſmatis dreymal genommen, wenn die Baſis unvergröſſert geblieben, oder mit der Höhe des Priſmatis behalten, wenn die Baſis dreymal gröſſer worden, welcher Conus gleich ſeyn wird dem Priſmati.

III. Solte eine Pyramide aus dem Priſmate werden, ſo nimmt man ebenfals entweder die Grund-Fläche dreymal ſo groß, und verwandelt ſie alsdann in eine Viel-eckigte andere Grund-Fläche, und richtet die Höhe darauf zu einer Pyramiden, wenn die Pyramide mehr Ecken haben ſoll, ſonſt giebt die Grund-Fläche des Priſmatis ſelbſt eine eckichte Figur zu einer Pyramiden, oder man behält die Baſin des Priſmatis und tripliret die Höhe, ſo erhält man auch eine Pyramide gleiches Innhalts mit dem Priſmate.

Problema CLXXXVI.

Auf eine gegebene Baſin ein ſolches Priſma oder Cylindrum zu ſetzen, welches einem andern gegebenen Priſmati gleich ſey.

Reſolutio.

I. Rechnet beydes, des gegebenen Priſmatis Tab. III. C. Baſin, und die gegebene andere Baſin Fig. II. B. nach ihrem ſuperficial-Innhalt aus,

und ſehet wie ſich beyde gegen einander verhalten.

II. Meſſet ferner die Höhe des gegebenen Cylindri, oder Prismatis, aus, und ſuchet alsdann, nach der Regula de Tribus inverſa, die quartam proportionalem alſo: **Um wie viel meines gegebenen Cylindri, oder Prismatis, Baſis kleiner oder gröſſer iſt, als die mir gegebene Baſis zu dem neuen Cylindro oder Prismate, um ſo viel muß des gegebenen Cylindri oder Prismatis Höhe gröſſer oder kleiner ſeyn, als die Höhe des zukünfftigen Prismatis oder Cylindri.**

III. Richtet mit der alſo gefundenen Höhe auf die gegebene Baſin einen Cylindrum, oder Prisma, auf, ſo wird ſolches mit dem gegebenen gleichen cörperlichen Innhalt haben.

Exempli gratia.

C. ſey das gegebene Parallelepipedum, B. ſey die gegebene Baſis, auf welche ein anders Parallelepipedum A. gleiches Innhalts mit C. aufgerichtet werden ſoll. Geſetzt nun die Baſis in C. hielte, nach geſchehener Ausrechnung, 21. Quadrat-Schuh; die Höhe ſey 8. Schuh, die gegebene Baſis hielte an Quadrat-Maaß 14 (1 □. So ſaget nach der Regula de Tri inverſa: Die Baſis C. 21 (1 □. giebt die Höhe C. 8 (1. was giebt die Baſis B. 14 (1 □. Reſp. 12. Schuh vor die Höhe zur Baſi.

14? — 21 — 8(

8

168

2

168 (12(1

144

1

Richtet man nun auf die Baſin B. ein Parallelepipedum A. auf deſſen Höhe 12(1. ſo wird A = C. ſeyn.

Scholion.

Auf gleiche Weiſe verfahret auch mit Pyramiden, Conis, &c. welches eines jeden Curioſi eigener Arbeit überlaſſen wird.

Problema CLXXXVII.

Prismata, Parallelepipeda, Cylindros, Pyramides, Conos, in Summa alle Cörper, ſie ſeyen welche ſie wollen, in Cubos Arithmeticè zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Es iſt, mit Unterlaſſung aller anderer Neben-Wege, der modus durch die Arithmetic der beſte. Rechnet nemlich eines gegebenen Cörpers Innhalt aus, nach denen bisherigen Problematibus.

II. Aus dem gefundenen Innhalt des Cörpers, er ſey gleich Pyramis, oder Conus, &c. extrahiret Radicem Cubi, ſo habt ihr die Seite eines Cubi, welcher alsdann aufgerichtet werden kan, und welcher gantz gleich ſeyn wird dem gegebenen Cörper.

Exempli gratia.

Tab. III. Fig. II. Es hielte jedes Corpus A. und G. 168(1. Cubic-Schuh, aus dieſem Prismate einen Cubum gleiches Innhaltes zu machen, ſo extrahiret nur den Radicem Cubi, und damit man deſto näher und accurater denſelben bekomme, ſo hänget 2. mal 3. Nullen an, und extrahiret, ſo wird der Radix ſeyn 551(3.

1715
49'6.2'5.849
168000000000 (9 (5513

125

15
75 :
5 :

375 :
375
125

41375
: :
: : 165
9075 :
1 :

9075 :
165
1

909151

Richtet mit dieſem Radice Cubi einen Tab. III.
Cubum auf D. ſo wird dieſer gleich ſeyn ei- Fig. 12.
nem jeden Prismati C. und A.

Scholion.

Geometricè durch Circul und Lineal kan dieſes auch verrichtet werden, doch viel mühſamer, und iſt hauptſächlich zu mercken, daß man unter denen Corporibus ſelbſt einen vernünfftigen Unterſcheid machen muß, welchen ich dahero in etlichen Problematibus zeigen will.

Problema CLXXXVIII.

Prismata, Parallelepipeda und Cylindros Geometricè in gleich-haltige Cubos zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Nehmet die Baſin dieſer Cörper, ver- Tab. III.
wandelt ſolche in ein Quadrat, nach Fig. 10.
dem Capite IV. Sect. II. Part. II. Fig. 2.

II. Machet nunmehro mit der behaltenen Höhe erſtlich ein Parallelepipedum Z. gleiches Innhalts mit dem gegebenen Y, oder dem Prismate x. und o.

III. Nun iſt Problemate CVIII. Sect. II. P. II. gewieſen worden, wenn man ein Parallelogrammum rectangulum zu einem Quadrat gleiches Innhalts machen wolle, ſo ſey die media proportionalis zwiſchen der langen und kurtzen Seiten des Parallelogrammi dasjenige Latus, welches ein Quadratum gleiches Innhalts giebt. Nun iſt ferner bekandt, daß, gleichwie die Quadrata und in genere alle ähnliche Figuren und Flächen, gegen einander in ratione duplicata laterum homologorum ſeyen, da nemlich die Länge einer Figur gegen der Län-

Länge der andern Figur, und die Breite der einen Figur, gegen der Breite der andern Figur betrachtet wird. Alſo iſt in denen Corporibus eine Ratio triplicata unter denen correſpondirenden Seiten, denn es müſſen dreyerley Rationes beyſammen seyn: I. Die Länge eines Cörpers gegen der Länge des andern Cörpers. II. Die Breite des einen Cörpers gegen die Breite des andern Cörpers. III. Die Dicke eines Cörpers gegen der Dicke des andern Cörpers. **Demnach muß man zu denen Cubis und Corporibus zwey medias proportionales ſuchen, gleichwie man zu denen Quadratis nur eine mediam proportionalem erforderlich hat.**

IV. Wenn man demnach ein Parallelepipedum, Priſma, Cylinder, in einen Cubum verwandeln will, ſo machet 1) die Baſin des gegebenen Cörpers in ein Quadrat, und behaltet hernach die Höhe des Corporis dati. 2) Suchet zwiſchen dem latere des Quadrati und der behaltenen Höhe zwey medias proportionales, welches durch Hülffe des Proportional-Circuls Problem. XXXII. Sect. I. Part. II. geſchwind geſchehen, ſo bekommet ihr die nächſt-gröſſere und nächſt-kleinere zwiſchen dem einem latere der Quadrat-Fläche und der Höhe, mithin kan ich aus ſolchen beyden diejenige annehmen, die mich düncket am nächſten zu kommen, und damit einen Cubum aufrichten, der gleich-haltig mit denen gegebenen Cörpern sey.

Exempli gratia.

Nehmet das vorhergehende Parallelepipedum Y. Figuræ 10. Num. 3. Tabulæ III. Machet aus deſſen Grund-Fläche ein Quadrat, nach dem Problemate CVIII. richtet damit aus einer bey-behaltenen Höhe ein Parallelepipedum Z. auf, wodurch es eigentlich ein viereckichtes Prisma worden. Suchet nunmehro zur Seite a b. und a c. zwey medias proportionales, und nehmet die nächſt-kleinere b d. damit machet einen Cubum D. Tab. IV. Fig. 1. dieſer wird am cörperlichen Innhalt gleich ſeyn dem Parallelepipedo Z. und Y. jedes beſonders verſtanden, und da dieſe auch denen Prismatibus x. & o. gleich, ſo wird auch D = x = o ſeyn.

Scholion.

Mit Prismatibus und Cylindris machet es nun eben alſo, verwandelt 1) ihre Grund-Fläche in eine Quadrat-Fläche; alsdann ſuchet 2) zu dem latere Quadrati und der Höhe des Prismatis, oder Cylindri, zwey medias proportionales. 3) Diejenige unter beyden mediis proportionalibus, welche die nächſte Aehnlichkeit mit dem latere Quadrati hat, nimmt man als eine Seite an, mit welcher ein Cubus von gleichen Innhalt mit dem Prismate, oder Cylindro, kan aufgerichtet werden.

Problema CLXXXIX.

Pyramides und Conos in Cubos gleiches Innhalts zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Verwandelt der Pyramiden eckichte Grund-Fläche, oder des Coni Circul-Fläche, nach dem Capite IV. Sect. II. Part. II. in ein Quadrat.

II. Nehmet ein latus dieſes neuen Quadrati, und das Drittel der Höhe der Pyramiden, oder Coni, und ſuchet darzu zwey medias proportionales, nach dem Probl. XXXII. Sect. I. Part. II.

III. Mit der dem lateri Quadrati novi nächſt-ähnlichſten media proportionali richtet einen Cubum auf: Dieſer wird der Pyramiden, oder Cono, am Innhalt gleich ſeyn.

Problema XC.

Einen Cubum in ein Parallelepipedum zu verwandeln gleiches Innhalts, und welches dennoch darbey eine gewiſſe gegebene Höhe bekomme.

Reſolutio

I. Es ſey der gegebene Cubus D. Tab. IV. Fig. 1. Dieſer ſoll verwandelt werden in ein Parallelepipedum, deſſen Höhe ſey B C. Demnach ſuchet zu einem latere des Cubi D. und zu der gegebenen Höhe B C. die tertiam proportionalem, und zwar, wenn die gegebene Höhe gröſſer iſt, die dritte kleinere, wenn die gegebene Höhe kleiner iſt, die dritte gröſſere proportionalem, nach dem Problemate XXXIII. & XXXIV. Sect. I. Part. II.

II. Aus dieſer gefundenen Tertia proportionali e f. und dem einen latere des gegebenen Cubi D. machet ein Parallelogrammum rectangulum, richtet darauf in gegebener Höhe B C. ein Parallelepipedum auf E. ſo wird ſolches Tab. IV. dem Cubo D. am Innhalt gleich ſeyn. Fig. 2.

Scha-

Scholion.

Solte aus einem Cubo ein Cylinder gleiches Innhalts gemacht werden, ſo machet erſtlich aus dem Cubo ein Parallelepipedum; Hernach verwandelt deſſen Fläche in einen Circul, aus ſolchen machet mit der gegebenen Höhe den begehrten Cylinder, gleiches Innhaltes mit dem Cubo.

Problema XCI.

Einen Cubum in eine Pyramiden oder Conum zu verwandeln, gleiches Innhalts, und einer gleichwohl dabey gegebenen Höhe.

Reſolutio.

I. Man verfähret eben-ſo, wie in vorhergehenden Problemate, nur muß die Baſis tripliret werden. Ex. gr. Nehmet den vorigen Cubum D. Tab. IV. Fig. 1. verwandelt dieſen in eine gleich-groſſe Pyramiden, welche aber die gegebene Höhe B C. habe, auf ſolche Weiſe:

II. Suchet zu dem Latere Cubi b d. und der gegebenen Höhe B C. die dritte kleinere proportionalem, weil die gegebene Höhe gröſſer iſt, denn latus Quadrati; Dieſe iſt e f.

III. Nun nehmet entweder dieſe tertiam proportionalem e f. und das latus Cubi b d. dreymahl genommen f g. oder nehmet das latus Cubi b d. und die quartam proportionalem e f. dreymahl genommen, und machet ein Parallelogrammum rectangulum e f g h.

Tab. IV. Fig. 3. IV. Richtet aus deſſen Mitte c. die gegebene Höhe B c. auf, und formiret damit die vier-eckichte Pyramide e f g h B. welche gleich iſt dem Cubo A.

V. Woltet ihr einen Conum daraus machen, ſo ver-

verwandelt nur die vier-eckichte Baſin e f g h. in einen Circul, behaltet die Höhe B c. machet damit einen Conum, welcher der Pyramiden und Cubo gleich ſeyn wird.

Problema XCII.

Einen Cubum in ein Parallelepipedum zu verwandeln gleiches Innhalts, welcher eine angegebene Baſin behalten ſoll.

1. Reſolutio Arithmetica.

I. Es ſey der gegebene Cubus D. die gegebene Baſis aber, auf welche ein Parallelepipedum gleiches Innhalts gerichtet werden ſoll, ſey F. Tab. IV. Fig. 1. Fig. 4.

II. Saget nach der Regula de Tribus inverſa: **Um wie viel die Baſis F. gröſſer iſt, als die Baſis am** Cubo D. **um ſo viel muß die Höhe des** Parallelepipedi **kleiner werden, als die Höhe am** Cubo.

III. Demnach ſuchet beyder baſeon Innhalt. Das Quadrat des Cubi D, ſey 4096 (4 □. mithin iſt das latus Quadrati 64 (2. Das Quadrat der gegebenen Baſios F. ſey 1,44 (2 □. demnach iſt das latus, als eines Quadrati, 1,2 (1. Saget nunmehro alſo: Was bekommt das Quadrat F. 144 (2. für ein Latus zur Höhe des Parallelepipedi, wenn des Cubi D. 4096 (4. Latus 64 (2 iſt. Reſpondetur, es bekommt, facta operatione, 1 Schuh, 8 Zoll, 2 Gran zur Höhe m n.

□. F.

□. F.	?	□. D.	Latus bd.
1,44(2 □		4096(4 □ —	64(2

$$
\begin{array}{r}
4096(4\,\square\\
64(2\\
\hline
16384\\
24576\\
\hline
262144(6\,\square.
\end{array}
$$

```
     3 2
    1 6 1
  1 2 8 9 6
  2 6 2 1 4 4   (6 ⎛ 1820(4   Latus novi Paralle-
  1 4 4 4 4 4   (2 ⎝          lepipedi.
    1 4 4 4
      1 1
```

IV. Richtet nun mit dieſer Höhe mn. 1820 (4. auf die Baſin F. ein Parallelepipedum, ſo wird dieſes dem Cubo D. am Innhalt gleich ſeyn, und die vorgeſchriebene Baſin F. behalten haben.

II. Reſolutio Geometrica.

I. An ſtatt die Flächen zu proportioniren, ſo gebrauchet die Linien, welche eben diejenige Proportion gegen einander haben, die zwiſchen beyden Flächen iſt.

II. Da nun die beyden Flächen, oder Baſes, Quadrata ſind, ſo ſind ſie auch in ratione duplicata ihrer Seiten; Das iſt: Man ſuchet zur Seiten der Fläche des Cubi D. und zur Seiten der Fläche F. als der gegebenen Baſi, die dritte proportionalem, und zwar die gröſſere, weil es hier bequehmer. Tab. IV. Fig. 1. Fig. 4. Fig. 5.

III. Zwiſchen dieſer tertia majore proportionali C. und dem latere Cubi D. iſt nun ratio duplicata,

nem-

nemlich es verhält ſich das latus D. zu dem latere F. wie ſich F. verhält zu C. und iſt alſo eine zweymahl genommene Ration, und dahero eben die Ration, die zwiſchen der Fläche D. und der gegebenen Fläche F. iſt.

IV. Nun verfahret ferner mit Linien hier, wie ſonſt mit Zahlen, ſuchet zu der gefundenen tertia majore C. und dem latere Cubi D. die tertiam proportionalem minorem auf dem Proportional-Circul, das iſt, ſaget alſo: Wie ſich C. zu D. verhält, ſo verhält ſich D. zu H. welches die Höhe des neuen Parallelepipedi F. H. giebt.

V. Richtet mit dieſer gefundenen Höhe F. H. auf die gegebene Fläche F. ein Parallelepipedum, ſo wird dieſes am Innhalt gleich ſeyn dem Cubo D. Ja es wird ſich zeigen, daß beyde Parallelepipeda F. und F. H. einerley ſeyen, deren eines arithmeticè, das andere Geometricè gefunden worden. Tab. IV. Fig. 6.

Scholion I.

Ich habe mit Fleiß das Parallelepipedum F. zweymahl geſetzt, damit eines des andern Probe ſeyn, und man ſehen kan, daß beyde Arbeiten, ſo wohl die arithmetiſche mit Zahlen, als auch die geometriſche mit Linien, richtig ſeyen.

Scholion II.

Wäre die gegebene Baſis, worauf das Corpus hätte ſollen geſetzt werden, damit es dem Cubo gleich würde, eine irregulaire Figur, oder hätte wenigſtens mehr Ecken, als 4. ſo verwandelt man nur vorhero ſolches zu einem gleich-groſſen und am Innhalt einerley bleibenden Quadrat. Alsdann verfahret, wie in Problemate gewieſen worden, ſo erhält man die wahre Höhe, welche hernach dennoch auf die irregulaire Baſin kan aufgetragen werden, alſo, daß der irregulaire Cörper zuletzt dennoch gleich wird am Innhalt dem Cubo D.

Scholion III.

Wolte man aber auf die Baſin F. eine Pyramidem oder Conum ſetzen, ſo procediret nach dem Problemate, wie zuvorhero, nur daß man zuletzt die gefundene Höhe H. dreymahl nimmt, und formiret mit ſolcher um die gegebene Fläche herum eine Pyramide oder Conum, &c. ſo werden auch dieſe gleich ſeyn dem Cubo D.

Problema XCIII.

Aus einer Sphæra einen Cylindrum, mithin auch einen Cubum, allerhand Priſmata, Parallelepipeda, Pyramides und Conos zu machen.

Reſolutio.

I. Es iſt nach dem *Archimede*, in ſeinen zwey Büchern de Sphæra & Cylindro, demonſtriret worden, daß, wenn eine Sphæra und Cylinder einerley Baſes haben, und beyde Corpora gleiches Innhalts ſind, ſo verhalte ſich des Cylinders Höhe gegen der Kugel ihrer Höhe oder axin, wie 2 zu 3. das iſt: Die Höhe eines ſolchen Cylinders iſt juſt $\frac{2}{3}$ aus der axe einer Kugel, deren Diameter oder Axis mit dem Diametro der Baſios Cylindri gleich iſt. So offt nun dieſes zwiſchen einem Cylindro und Globo eintrifft, ſo offt ſind beyde einander gleich, nach dem Theoremate LV. Sectionis hujus III. Part. II.

II. Wenn demnach eine Sphæra gegeben wird, man ſoll einen Cylinder gleiches Innhalts daraus machen, ſo verfahret nur alſo: Nehmet den Diametrum der Kugel A. und machet daraus eine Circul-Fläche B. Vid. Tab. IV. Fig. 7. Num. 1. 2. 3.

III. Richtet auf dieſer Circul-Fläche einen Cylinder B. welcher $\frac{2}{3}$ hoch ſey, von dem Diametro Sphæræ A. ſo wird der Cylinder B, am Innhalt gleich ſeyn dem Globo A.

IV. Aus dieſem Cylindro machet alsdann Parallelepipeda, Priſmata, Cubos, Conos, Pyramides, &c. ſo iſt die Sphæra verwandelt.

Problema XCIV.

Einen Cubum in eine Sphæram gleichen Innhalts zu verwandeln.

Reſolutio.

I. Es ſey der gegebene Cubus D. ſo verfahret alſo: Machet erſtlich einen andern Globum willkührlich: Dieſer ſey der vorige Globus A. Vid. Tab. IV. Fig. 1.

II. Machet aus dem Globo A. einen Cylindrum B. nach dem Problemate præcedente. Vid. Fig. 7. Num. 1. & 2.

III. Machet aus dem Cylindro B. einen Cubum C. wie auch ſchon gewieſen worden. Tab. IV. Fig. 8.

IV. Nun ſaget alſo: **Die Seite des Cubi C. giebt eines gleich-groſſen Globi Diametrum B. was giebt die Seite meines gegebenen Cubi D. für einen Diametrum Globi futuri?** Reſp. x = Cubo D. Denn die Diametri derer Globorum verhalten ſich eben ſo gegen einander, wie die latera derer Cuborum. Fig. 9.

Exempli gratia.

Die Seite des neuen Cubi C. ſey 578 (3. Der Diameter des freywillig-angenommenen Globi A. = Cubo C. ſey 72 (2. Die Seite des Cubi dati iſt 92 (2. Fragt ſichs nun, was kommt für ein Diameter heraus zu einem neuen Globo x, welcher dem Cubo D. gleich ſey? Reſp.

578

578(3 —— 72(2 —— 92(2

72(2

184

644

6624(4

2

3.6

8.7.

19.46

6624(4 (1,1(1 Diam ab. oder, wenn

5788(3 Nullen in der Diviſione

57 angehänget werden, ſo kommt der Diameter genauer heraus 1,146(3

Mit dieſem Diametro einen Globum x. gemacht = Cubo D.

Scholion.

Wer viel mit dergleichen Verwandlungen umgehen muß, der kan Arithmeticè weit eher fertig werden, als Geometrice, wiewohl durch den Proportional-Circul ſolches noch geſchwinder geſchiehet. Ich hätte zwar untermiſcht ſollen, wie bis hieher, den Proportional-Circul allenthalben gleich anführen; alleine die meiſten Verwandlungen derer Cörper müſſen wenigſtens erſtlich nach ihren Grund-Flächen, durch Hülffe der Lineæ Tetragonicæ, in andere Flächen verwandelt werden: Nun aber habe für die Anfängere den kleineren Proportional-Circul bishero nur eingemiſcht, auf welchen dieſe Linie ausgelaſſen wird, ſo übergehe ich hier dieſes, und will mit Anführung nur einiger Problematum dieſes Capitul ſchlieſſen.

Problema CXCV.

Wenn ein Parallelepipedum, oder Prisma, gegeben worden, die Seite eines Cubi zu finden, durch Hülffe des Proportional-Circuls, daß der

Cubus gleich ſey dem Parallelepipedo, oder Priſmati.

Reſolutio.

I. Suchet auf dem Proportional-Circul, und zwar auf der Linea planorum, eine mediam proportionalem zwiſchen der kurtzen und langen Seiten der Baſios des Parallelepidedi, nach dem Problemate XXX. Sect. I. Part. II.

II. Wenn ihr dieſe habt, ſo ſuchet auf der Linea Solidorum, zwiſchen der gefundenen media proportionali und der Höhe des Parallelepipedi, abermahlen die erſte von denen zwey mediis proportionalibus, welche die Seite eines Cubi geben wird, der dem Parallelepipedo am Innhalt gleich iſt.

Exempli gratia.

Es wäre die kurtze Seite des Parallelogrammi A. als der Baſios 12 (2. die lange Seite wäre 27 (2. die Höhe 63 (2. Hier verlangte ich nun eine Seite eines Cubi B. der am Innhalt gleich wäre dem Parallelepipedo dato A. Demnach traget die Linie 27. in die Lineam planorum, auf die 27ſte Fläche transverſim. Hernach nehmet auf dem unverruckten Proportional-Circul die Weite von 12. zu 12. transverſim durch einen Hand-Circul. Tab. IV. Fig. 10. Fig. 11.

Meſſet dieſe Weite alsdann auf der Linea Arithmetica aus vom Centro an, ſo wird ſie juſt in 18. einſchlagen; und dieß iſt die media proportionalis x y. Nun nehmet dieſe mediam proportionalem x y. und die gegebene Höhe des Parallelepipedi 63 (2. tra-

traget erſtlich xy. nemlich 18. in die Lineam Solidorum, oder Cubicam, in das 18. Solidum transverſim; Hierauf nehmet auf unverruckten Proportional-Circul die Weite zwiſchen dem 63. und 63ſten Solido, als der Höhe des Parallelepipedi, und meſſet ſolches auf der Linea Arithmetica, ſo wird es in 27¼. einſchlagen; damit machet einen Cubum B. welcher gleich ſeyn wird dem Parallelepipedo A.

Problema CXCVI.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls einen Cylinder, oder ein anderes Corpus, nach einer gegebenen Höhe zu formiren, damit es doch mit einem andern gegebenen Cylinder, oder andern Corpore gleichen Innhalt bekomme.

Reſolutio.

I. Es wäre gegeben der Cylinder A. deſſen Höhe 36. Zoll ſey, die Weite 12. Zoll. Es wird begehrt einen andern Cylinder zu formiren, der 16. Zoll hoch, und am Innhalt doch ſo viel habe, als der Cylinder A. Demnach fragt ſichs, wie weit wird er werden? Tab. IV. Fig. 12. 13.

II. Suchet zwiſchen der Höhe c d. 36. und der Höhe e f. 16. die mediam proportionalem g h. auf der Linea Planorum, dieſe wird ſeyn 24.

III. Nun ſuchet zu dieſen dreyen die vierdte proportionalem alſo: Saget: Wie ſich verhält g h. 24. zu c d. 36. ſo verhält ſich c b. 12. zu dem neuen Diametro Cylindri e k. 18. Traget demnach 36. in 24. transverſim auf die Lineam partium æqualium, und nehmet unverruckt die Wei-

te zwiſchen 12. transverſim, welches die quarta proportionalis ſeyn wird, die auf der Linea arithmetica ausgemeſſen giebt 18.

IV. Richtet nun mit dem Semidiametro 9. eine Circul-Fläche zur Baſi auf, und mit der Höhe 16. Zoll formiret einen Cylinder B = A.

Problema CXCVII.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls zwey Cylindros ungleicher Höhe und Dicke, ob-gleich einerley cörperlichen Innhalts, in zwey andere zu verwandeln, die einander gleich an der Höhe und Dicke, und die auch am Innhalt mit denen vorigen wieder gleich bleiben.

Reſolutio.

Tab. IV. Fig. 12. 13. I. Es ſeyen die zwey Cylindri A & B. wiederum, aus beyden nun ſolche Cylindros C. und D. zu machen, die einerley Höhe und Dicke bekommen, und doch gleiches Innhaltes bleiben, ſo ſuchet zwiſchen der Höhe cd. 36. und der Weite db. 12. zwey medias proportionales auf der Linea Solidorum, das iſt, ſtellet db. 12. transverſim in die Lineam Cubicam zwiſchen 12. und 12. und unverruckt nehmet die zweyte zwiſchen 36. und 36. giebt die Lineam ac. $17\frac{1}{4}$. als den Diametrum des Cylindri C. der dem Cylindro A. am Innhalt gleich iſt. Vid. Tab. V. Fig. 1.

II. Machet es eben alſo mit dem Cylindro B. nehmet die Lineam ek, 18. und ſtellet ſolche transverſim

ſim in die Lineam Cubicam zwiſchen 18. und 18. und nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 16. und 16. ſo giebt es wiederum bey nahe 17¼. zum Diametro des Cylinders D. der dem Cylindro B. am Innhalt gleich iſt; Tab. V. dabey auch beyde Cylindri C. und D. Fig. 2. einerley Höhe und Dicke haben, und alſo C = D. = A = B am cörperlichen Innhalt.

Problema CXCVIII.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls einen Cubum in ein Priſma oder Parallelepipedum, vorgegebener Höhe und Breite, zuverwandeln.

Reſolutio.

I. Es ſey der Cubus x. deſſen Seite 54 (2. Tab. V. hält; aus dieſem ſoll ein Parallelepipe- Fig. 3. dum o. von einer gegebenen Höhe und Fig. 4. Breite, gemacht werden, die Breite deſſen ſey 36 (2. die Höhe 54 (2.

II. Nehmet das latus 54. ſtellet ſolches transverſim in die Lineam Arithmeticam zwiſchen 36. und 36. und unverruckt nehmet die Weite zwiſchen 54. und 54.

III. Meſſet die Weite vom Centro aus in der Linea Arithmetica, ſo wird ſie in 81. einſchlagen.

IV. Formiret demnach ein Parallelepipedum o. deſſen Höhe 54 (2. die Breite 36 (2. die Länge 81 (2. ſey, ſo wird dieſes o = x. ſeyn.

Problema CIC.

Auf dem Proportional-Circul eine Sphæram in einen Cylinder zu verwandeln.

Reſolutio.

Tab. IV. Fig. 7. Nehmet mit einem Taſter-Circul den Diameter einer Sphæræ ab. ſtellet ſolchen in die Lineam cubicam transverſim zwiſchen 30. und 30. Nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 20. und 20. ſo giebt dieß die Höhe oder Dicke zu einem Cylinder, deſſen Diameter gleich bleibt mit der Axe Globi a b. und dieß muß man um der Cubiſchen Viſir-Stäbe willen mercken.

Problema CC.

Mit dem Proportional-Circul einen Caliber, oder Kugel-Maaßſtab, zu verfertigen.

Reſolutio.

I. Man hätte eine bleyerne Kugel, welche 5. Pfund wiegt; ich ſolte nach dieſer fünff-pfündigen Kugel einen Caliber machen, ſo nehmet den Diametrum der Kugel durch einen Taſter-Circul, und traget ſolchen in die Lineam Cubicam, oder Solidorum, transverſim zwiſchen 5. und 5. ſo habt ihr alle Pfund in dieſer Oeffnung des Proportional-Circuls von 1. Pfund bis auf 64. Pfund, nach dem kleinen Proportional-Circul, darinnen die Linea Solidorum nur auf 64. gehet. Erſtrecket ſich dieſe Linea Cubica auf 100. ſo habt ihr es auch bis auf 100.

II. Demnach traget nur transverſim von 1. zu 1. von 2. zu 2. von 3. zu 3. ꝛc. die Weiten der Lineæ Cubi-

Cubicæ auf einen darzu verfertigten Stab, ſo iſt der Caliber fertig.

Scholion I.

Verlangete man den Caliber über 100. Pfund zu extendiren, ſo nehmet die Weite zwiſchen 100. und 100. des unverruckt-gebliebenen Proportional-Circuls; hierauf verrücket das Inſtrument, und traget dieſe Weite auf die Lineam Cubicam von 50. zu 50. und unverruckt nehmet die Weite zwiſchen $50\frac{1}{2}$. und $50\frac{1}{2}$. ſo giebt es den Diametrum einer Kugel von 101. Pfund; ferner die Weite zwiſchen 51. und 51. giebt den Diametrum der Kugel von 102. Pfund, und ſo fort.

Scholion II.

Wolte man die Loth auf den Caliber getragen wiſſen, ſo nehmet den Diametrum der Kugel von 1. Pfund, ſtellet ſolchen in die Lineam Cubicam tranſverſim von 32. zu 32. denn ſo viel Loth machen 1. Pfund: Laſſet das Inſtrument in dieſer Oeffnung, und traget von 1. zu 1. die Weite, tranſverſim genommen, als den Diametrum einer löthigen Kugel, auf den Caliber; die Weite von 2. zu 2. als den Diameter einer zwey-löthigen Kugel, ꝛc.

Scholion III.

Solten die Sechzehn-Theilgen auf den Caliber getragen werden, ſo nehmet die Weite eines Loths tranſverſim auf dem bißher unverruckt-gebliebenen Inſtrument, und ſtellet ſolches von 16. auf 16. in die Lineam Cubicam, ſo giebt die Weite von 1. zu 1. einen ſechzehenden Theil des Loths, die Weite von 2. zu 2. giebt $\frac{2}{16}$, von 3. zu 3. giebt $\frac{3}{16}$ ꝛc. Dieſes hat auch in andern cörperlichen Sachen groſſen Nutzen.

Scholion IV.

Wenn eine allzugroſſe Kugel begehret würde, ſo findet man deren Diameter alſo: Ex. gr. Ich ſolte den Diametrum zu einer Kugel von 512. Pfund finden, und es iſt mir der Diameter von einer pfündigen Kugel bekandt, von

 eben

eben derſelbigen Materie, ſo ſetze ich den bekandten Diametrum von 1. Pfund auf die Lineam Cubicam zwiſchen 1. und 1. laſſe das Inſtrument unverruckt liegen, hernach nehme die Weite zwiſchen 64. und 64. denn 512. läſſet ſich mit 8. dividiren, daß der Quotus 64. wird: Die gefundene Weite zwiſchen 64. und 64. dupliret, ſo giebt ſie den Diametrum von 512. Pfund.

CAPUT VI.

Von der Additione, Subtractione, Multiplicatione, Diviſione, und der Proportione Corporum unter ſich.

Problema CI.

Cubos, item Sphæras, zu Cubis und Sphæris zu addiren.

Reſolutio.

I. Geometricè iſt dieſe addition ſehr mühſam: Wer Luſt hat überflüſſige Mühe ſich zu machen, der kan den Herrn *Martium* in ſeinem Europæiſchen Ingenieur nachleſen in dem XV. Cap. ſeiner andern Haupt-Abtheilung, und wer das vorhergehende Capitul recht einſiehet, der wird auch leicht dieſe Geometriſche additionem Corporum machen können. Ich will nur arithmeticè kürtzlich den beſten Weg weiſen.

II. Rechnet nemlich aller Cuborum ihren cörperlichen Innhalt aus, wie Capite IV. hujus Sectionis

nis gewieſen worden. Addiret aller ihren Innhalt, aus der Summa extrahiret den Radicem Cubi, und damit richtet einen Cubum auf, der gleich ſeyn wird allen Cubis addendis.

III. Eben ſo gehet es auch mit denen Sphæris: Machet aus allen Diametris Globorum addendorum Cubos, addiret alle dieſe Cubos, aus der Summa extrahiret Radicem Cubi, dieſer iſt ein Diameter zu einem Globo, der gleich ſeyn wird allen denen kleineren Sphæris, die addiret werden ſolten.

IV. Mit irregulairen andern Cörpern gehet es auch ſo, man miſſet ihren cörperlichen Innhalt ſo genau, als man kan, addiret ſie alle zuſammen, und extrahiret aus der Summa den Radicem Cubi, welcher Cubus alsdann gleich iſt allen irregulairen Cörpern zuſammen genommen. Conf. Probl. LII. Sect. IV. Part. I.

Problema CCII.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls Cubos zu Cubis zu addiren.

Reſolutio.

I. Es ſeyen die drey Cubi a b c. gegeben, Tab. V. Fig. 5. die ſolten in einen Cubum addiret werden. Dieſer Cuborum ihr Innhalt, oder ihre Seiten, auf der Linea Cubica wären 27. 64. 125. denn wenn ich den Radicem Cubi 3. multiplicire, kommt 9. und nochmalen multiplicirt, giebt 27. So auch mit den übrigen, und iſt der Verſtand dieſer: Wenn ich das latus Cubi a. welches 3. iſt, nehme, und trage es in die Lineam Cubicam auf 27. als den Tab. V. Fig. 6.

Cubum von 3. und laſſe den Proportional-Circul alſo unverrückt, ſo wird das latus Cubi b. welches 4 iſt, in 64. als dem Cubo ſelbſt, einſchlagen, und wenn die Linea Cubica bis auf 125. ſich erſtreckete, ſo würde das latus Cubi c. welches 5. iſt, in dem Cubo ſelbſt 125. eintreffen.

II. Addiret nun dieſe Zahlen, kommt 216. Wenn ich nun könte die Weite von 216 zu 216. auf der Linea Cubica nehmen, ſo wäre dieß gleich ein latus zu einem Cubo, ſo groß als 6. daraus ein Cubus 216. ſo groß als die drey Cubi addendi, könte gemacht werden.

III. Da nun aber die Linea Solida zu kurtz iſt, ſo dividiret 216. mit einer beliebigen Zahl, ex. gr. mit 4. ſo giebt der Quotient 54. Von denen drey Cubis nehmet die Seite b. 64. dividiret mit 4. giebt 16. Stellet b. in die Lineam Cubicam zwiſchen 16. nehmet unverrückt die Weite zwiſchen 54. ſo giebt es das latus d. von 6. zum Cubo 216.

Problema CCIII.

Mit dem Proportional-Circul ungleich-förmige Corpora zu addiren.

Reſolutio.

I. Man ſolte den Globum A. und Cubum a. addiren, Tab. V. Fig. 7. & 8. ſo verwandelt vorhero den Globum in einen gleich-haltigen Cubum, wie gezeiget worden, ſo iſt des neuen Cubi latus a b.

II. Nun ſuchet die Proportion deren auf der Linea Cubica, geſetzt es ſey das latus Cubi dati a. 12. und die Seite a b. ſey 15. NB. auf der Linea Cubica.

III.

III. Addiret beydes, kömmt 27. Nun nehmet die Linie a b. ſtellet ſolche in die Lineam Cubicam transverſim aus 15. auf 15. und nehmet unverrückt die Weite zwiſchen 27 und 27. dieſe giebt das Latus c d. zu einem Cubo, welcher ſo groß iſt, als der Globus A. und Cubus a. zuſammen addiret.

IV. Probiret es nur, meſſet das Latus a b. als des Cubi, darein der Globus A. verwandelt worden, auf einem tauſend-theiligen Maaß-Stab: Dieß hielte 100 (2. Das Latus des Cubi dati a. ſey 90 (2. Cubiret beydes, und addiret die Cubos und extrahiret die Radicem Cubi, welche seyn wird 120 (2. Und ſo viel hält juſt die gefundene Linie c d. wenn ſie auf eben dem 1000-theiligen Maaß-Stab gemeſſen wird.

Problema CCIV.

Gleich-förmige Cörper von gleich-förmigen zu ſubtrahiren.

Reſolutio.

I. Geometricè iſt die Sache ziemlich ſchwehr, und weil auf dem Proportional-Circul es weit geſchwinder gehet, ſo will es nur arithmeticè zeigen, indeme doch, wenn man keinen Proportional-Circul zur Hand hat, niemand ſo leicht Geometricè es verrichten wird, der arithmeticè die Corpora zu ſubtrahiren weiß.

II. Rechnet demnach die zwey Corpora nach ihren Cubic-Jnnhalt aus, ſubtrahiret das kleinere von dem gröſſern, aus dem Reſt extrahiret Radicem Cubi, ſo giebt dieſer ein latus zu einem Cörper, welcher übrig bleibt nach der Subtractione.

III.

III. Hierbey muß das Problema LIII. Sect. IV. Partis I. nachgeleſen werden.

IV. Will man Kugeln von Kugeln ſubtrahiren, ſo müſſen erſtlich die Diametri Sphærarum cubicè multipliciret werden, alsdann ſubtrahiret dieſe Cubos von einander, aus dem Reſt extrahiret Radicem Cubi, dieſer iſt ein Diameter zur Sphæra die übrig bleibet.

Problema CCV.

Auf dem Proportional-Circul gleich-förmige Cörper von gleich-förmigen Cörpern zu ſubtrahiren.

Reſolutio.

I. Es wären gegeben die Seite des Cubi a. Fig. 8. Tab. V. und die Seite des Cubi c d. jene hielte 12. dieſe 27. und ſolten von einander ſubtrahiret werden.

II. Demnach nehmet die Seite c d. und ſtellet ſie in die Lineam Cubicam transverſim zwiſchen 27 und 27.

III. Nehmet mit unverrückten Proportional-Circul die Weite zwiſchen 15 und 15. denn ſo viel bleibt im Reſt, wenn 12 von 27. ſubtrahiret werden, ſo giebt dieſe Weite die Lineam a b. welche 15 hält, ſo auf der Linea Cubica muß gemeſſen werden.

IV. Geſetzt nun, man miſſet das latus c d. es hielte 120(2. auf einem tauſend-theiligen Maaß-Stab, ſolches cubiret, giebt 1728000(6. Geſetzt, das latus Cubi a. hielte 90(2. cubiret es auch, kömmt 729000(6. Nun ſubtrahiret einen

Inn-

Innhalt von dem andern bleibt 999000 (6. Hieraus extrahiret Radicem Cubi, kömmt 99 (2. ja noch etwas drüber, welches beynahe 1,0 (1. iſt, das Latus a b. Cubi reſidui poſt refractionem.

Scholion I.

Ich will dieſe Subtractionem Corporum mit einigen Exempeln annoch beſſer erläutern: Wenn zwey gleich-förmige und an Cubic-Maaß ungleiche Gröſſe habende Cörper gegeben werden, ſo findet man das dritte, welches nach der Subtractione übrig bleibt, und wieder gleich-förmig iſt, alſo: Es mag ein Cubus, ein Parallelepipedum, ein Priſma, ein Cylinder, Pyramis, Conus, &c. ſeyn.

I. Traget eine Seite, welche ihr wollet, von einem derer gegebenen Cörper in eine Oeffnung zwiſchen einem Solido, in welches ihr wollet.

II. Nehmet das Latus homologum des andern Cörpers, traget ſolches in den unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul, und ſehet in welchem Solido dieſes eintreffe.

III. Subtrahiret hierauf die zwey gefundene Zahlen auf der Linea Solidorum von einander.

IV. Die Differenz, welche überbleibet, giebt, wenn man ſolche auf dem unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul nimmt, das latus tertium homologum zu einem dritten Cörper, der der Differenz derer zweyen gegebenen Cörper gleich iſt.

V. Wie man es nun mit dem einem latere gemachet, ſo machet man es mit denen übrigen allen, wenn es Parallelepipeda oder dergleichen ſind, ſo kommt endlich das völlige Corpus tertium, æquale differentiæ duorum datorum, heraus; Hat man aber Cubos, Sphæras, &c. ſo iſt es mit einer Arbeit geſchehen, ſo bald ich das eine latus homologum nur gefunden habe.

Exempli gratia I.

Mit Cubis & Sphæris.

1.) Nehmet die Seite a b. des Cubi A. traget ſolche in die Lineam Solidorum, ex. gr. in 2 zu 2. Tab. V. Fig. 15.

2.) Laſſet nun den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und traget das latus e d. des Cubi B. auch auf die Lineam Solidorum, und ſehet in welchem Solido dieſes eintreffe; wird hier ſeyn in 5.

3) Ziehet 2 von 5. ab, bleibet 3. nehmet alſo auf dem unverruckt-geblieben en Proportional-Circul die Weite von 3 zu 3. auf der Linea Solidorum, ſo giebt dieſe Weite ein Latus e f. zu einem Cubo C. welcher gleich-förmig mit denen zweyen gegebenen, und ihrer Differenz gleich iſt.

4.) Mit denen Sphæris gehet es eben alſo: Wenn ich a b. zu einem Diametro annehme einer Kugel, welcher in das 2te Solidum getragen worden; und c d. den Diametrum einer Kugel, der hernach in das fünffte Solidum auf der Linea Solidorum gienge, und ſubtrahirte es von einander, ſo käme e f. als der dritte Diameter zu einer Kugel, heraus, welche der Differenz 3. zwiſchen 2. & 5. als denen Kugeln A & B. gleich wäre, und hätte alſo die dritte Kugel C. Tab. V. Fig. 16.

Ex. gr. II.

Mit Parallelepipedis machet man es eben wieder alſo, nur daß ich alle latera homologa alſo proportioniren muß, nehmet nemlich: Tab. V. Fig. 17.

1.) Die Länge a b. des Parallelepipedi A. traget ſolche in die Lineam Solidorum nach Belieben, ex. gr. in 5. und laſſet hernach den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung bleiben.

Nehmet nur erſtlich die Länge a b. welche alſo 5. iſt; traget die Länge e f. des andern Parallelepipedi auch in den alſo unverrückt-bleibenden Proportional-Circul, welche in dem 10. Solido eintreffen wird. Subtrahiret 5. von 10. ſo habt ihr 5. zur Differenz, welche in der Linea Solidorum genommen, das latus homologum zum dritten Parallelepipedo giebt, welches der Differenz beyder laterum a b. & e f. gleich iſt, nemlich i k. die neue Länge.

2.) Nehmet nunmehro auch die Breite b c. traget ſolche in den unverrückt-ſtehend-bleibenden Proportional-Circul, ſo wird ſolche in dem 1. Solido einſchlagen. Nehmet die Breite des andern Parallelepipedi f g. Dieſe Weite wird in der Linea

nea Solidorum in 5. eintreffen, ſubtrahiret das kleinere von dem gröſſern, ſo bleibt zur Differenz 4. Nehmet nun mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen 4 zu 4. auf dem unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul in der Linea Solidorum, ſo giebt dieſe das latus homologum zu der Breite des dritten Parallelepipedi.

3.) Endlich nehmet die Höhe des Parallelepipedi primi c d. traget dieſe in den noch immer alſo unverrückt-gebliebenen Proportional-Circul, in die Lineam Solidorum, ſo kommt ſolche in 10. zu ſtehen. Nehmet alsdann auch die Höhe des andern Parallelepipedi g h. dieſe wird in 46. einſchlagen. Subtrahiret wiederum das kleinere von dem gröſſern, bleibt 36. Nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von 36 zu 36. auf der Linea Solidorum des annoch unverrückten Proportional-Circuls, ſo giebt dieſe das latus homologum zu des dritten Parallelepipedi Höhe.

4.) Richtet man nun aus dieſer gefundenen Differential-Länge, und Breite, und Höhe, ein Parallelepipedum auf, ſo wird ſolches cum duobus datis gleich-förmig, und der Differenz der zweyen gegebenen gleich ſeyn.

Scholion II.

Es iſt eben nicht nöthig, daß der Proportional-Circul nach allen drey Proportionirungen, der Länge, Breite und Höhe durchaus einerley unverrückte Oeffnung habe, ſondern wenn er nur bey der Länge zwiſchen denen zwey Subtrahendis einerley Oeffnung hat, hernach bey der Breite beyder Corporum wieder einerley, nachdeme ſichs eben ſchicken will.

Problema CCVI.

Gleich-förmige Cörper mit gleich-förmigen Cörpern zu multipliciren.

Reſolutio.

I. Suchet eines gegebenen Cubi ſeinen cörperlichen Innhalt an Cubic-Maaſſen.

II. Multipliciret ſolchen durch diejenige Zahl, welche anzeiget, wie vielmal gröſſer er ſeyn ſolle, ex. gr. 4.

III. Aus dem Producto extrahiret den Radicem Cubi, ſo habt ihr ein latus zu einem Cubo, der 4-mal ſo groß iſt, als der erſte.

IV. So machet es nun, wenn auch 6. 8. und mehr-mal ein gleich-förmiger Cörper ſolte vermehret werden.

V. Wenn Globi zu multipliciren wären, ſo cubiret man den Diametrum Globi, alsdann multipliciret die Cubic Zahl mit der Zahl, als vielmal gröſſer die Sphæra werden ſoll, und aus dem Producto extrahiret Radicem, ſo habt ihr einen Diametrum zur Kugel, die multiplicirt worden iſt.

VI. Sind es andere Cörper, die multiplicirt werden ſollen, ſo nimmt man eine Seite eines ſolchen Cörpers und cubirt ſolche, hernach multiplicirt man ſie mit der Zahl, als vielmal gröſſer der Cörper werden ſoll, und extrahiret radicem Cubi, ſo erhält man die neue Seite des künfftigen Cörpers, der multiplicirt werden ſoll. Die übrigen Seiten eines ſolchen Cörpers können hernach alle mit einander nach der Regula de Tribus, eine um die andere, gefunden werden, wenn man nur erſtlich zu denen zwey erſtern Seiten, nemlich zur Seiten der angegebenen ähnlichen Figur, und zu der Radice Cubi, als der neuen vermehrten Seiten, die tertiam proportionalem ſuchet, hernach zu dieſen dreyen die quartam proportionalem ausrechnet, dann von dieſen 4. gefundenen die erſte hinweg-läſſet, und zu denen drey hinteren wieder die vierdte proportionalem ſuchet, und ſo fort, bis das ähnliche Corpus nach allen ſeinen Seiten multipliciret worden. Pro-

Problema CCVII.

Durch die Lineam Cubicam auf dem Proportional-Circul alle gleich-förmige Cörper zu vermehren.

Reſolutio.

I. Es ſoll Ex. gr. ein Cubus gegeben ſeyn, man wolte einen andern auffſetzen, der zweymal ſo groß wäre, ſo traget die Seite des gegebenen Cubi auf die Lineam Solidorum, zwiſchen eine beliebige Zahl transverſim, Ex. gr. zwiſchen 20. und 20.

II. Nehmet die Weite zwiſchen einer Zahl, die noch einmal ſo groß, Ex. gr. 40. und 40. ſo wird dieſe Weite ein latus zu einem Cubo geben, der zweymal ſo groß iſt, als der gegebene Cubus.

III. Geſetzt es wäre eine Sphæra gegeben, die ſolte dreymal gröſſer werden, ſo traget den Diametrum Sphæræ zwiſchen 10. und 10. in die Lineam Cubicam; nehmet auf unverruckten Inſtrument mit einem Hand-Circul die Weite zwiſchen 30. und 30. auf der Linea Solidorum, ſo habt ihr einen Diameter zur Sphæra, die dreymal gröſſer iſt.

IV. Geſetzt man hätte ein Parallelepipedum, dieß hielte am cörperlichen Innhalt 3. Metzen: Ich ſolte aus dieſem einen andern Kaſten machen, darein 5. Metzen giengen; ſo traget die Länge von der Baſi in beliebiger Oeffnung in das 30ſte Solidum, nehmet die Weite des 50ſten Solidi (denn 30. und 50. verhalten ſich wie 3. Metzen zu 5. Metzen,) zum latere homologo an, ſo

habt ihr die lange Seiten des neuen Parallelepipedi.

Ferner nehmet die breite Seiten der Baſios von dem gegebenen Parallelepipedo, welches 3. Metzen hält, traget dieſe Oeffnung auch in das 30ſte Solidum und nehmet die Weite des 50ſten Solidi, ſo habt ihr das latus homologum novum der künftigen Breite an dem Parallelepipedo, welches 5. Metzen halten ſoll. Machet nun aus dieſen zwey neuen Seiten ein Parallelogrammum; endlich nehmet auch die Höhe des angegebenen Parallelepipedi von 3. Metzen, traget dieſe in das 30ſte Solidum und nehmet die Weite zwiſchen dem 50ſten Solido, ſo iſt das dritte latus homologum gefunden zu dem Parallelepipedo von 5. Metzen. Richtet dieſe gefundene Höhe auf dem gezogenen Parallelogrammo auf, ſo iſt der Kaſten fertig der 5. Metzen halten wird.

Scholion I.

Wenn die Linien zu groß ſind, daß ſie bey einer Oeffnung des Proportional-Circuls nicht können angebracht werden, ſo nimmt man ſo wohl von der Länge, als Breite und Tieffe, entweder den halben, oder dritten Theil, ꝛc. der verlangten Vermehrung, und operiret wie in dem Problemate gewieſen worden, zuletzt dupliret, oder tripliret man die gefundene neue latera wieder, ſo iſt die Arbeit geſchehen.

Scholion II.

Eben ſo gehet es auch mit der Verminderung derer Cörper, oder diviſione, wie bald gezeiget werden wird.

Problema CCVIII.

Einen Cörper zu zertheilen in gewiſſe gleiche Theile, oder auch in ungleiche Stücke, nach gewiſſer Proportion.

Reſoluio.

I. Rechnet einen gegebenen Cubum, oder an einer Sphæra den Cubum Diametri an cörperlichen Innhalt aus, dividiret denſelben mit der Zahl, in wie viel gleiche Stücker er zergliedert werden ſolle. Aus dem Quotienten ziehet den Radicem Cubi, ſo giebt dieſer das latus zu ſo viel kleinern Cubis, oder den Diametrum zu ſo viel kleinern Sphæris, als viel Stück das groſſe Corpus bekommen ſolte.

II. Solte ein Cubus oder Sphæra in ungleiche Theile zergliedert werden, daß gleichwol jeder Theil die ähnliche Figur behalte, ſo zertheilet nur den Cörper nach ſeinem Innhalt in die proportionirte Theile, die er bekommen ſoll, Ex. gr. in $\frac{1}{3}$. in $\frac{2}{3}$. durch die Arithmetic, welches leicht iſt; extrahiret alsdann aus jedem Theil den Radicem Cubi, ſo habt ihr ein latus zu denen kleinern proportionirten Cubis, oder einen Diameter zu denen proportionirten kleinern Sphæris.

III. Mit einer Seite aus einem Parallelepipedo, Cylindro, Pyramide, Cono, verfahret eben alſo: Hernach proportioniret die übrigen Seiten, nach der einen ſchon gefundenen und der einen angenommenen Seiten, wie gewieſen worden, daß ihr erſtlich zu dieſen beyden die dritte proportionalem, hernach zu denen dreyen die vierdte pro-

portionalem, nach der Regula de Tri ſuchet, und wenn noch mehrere Seiten vorhanden, ſo laſſet ihr die erſtere hinweg, und ſuchet zu denen drey übrigen die vierdte proportionalem, &c. ſo können auch ſolche Corpora dividiret werden.

Scholion.

Wie ſchon erwähnet, ich laſſe die Geometricam diviſionem hinweg, weil der Proportional-Circul einen ſolchen Vortheil giebt, daß man der anderen Mühe ſich billig darbey überhebet.

Problema CCIX.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls einen Cörper in kleinere Theile zu zertheilen.

Reſolutio.

I. Es wäre ein Kaſten, als ein gerad-linichtes Parallelepipedum, das hielte 12. Metzen, und ich wolte einen Kaſten haben, der nur 4. Metzen hielte, mithin einen 4-metzigten und 8-metzigten daraus machen, ſo traget die Länge des gegebenen Kaſtens in 36. und 36. transverſim der Lineæ Solidorum, nehmet hernach mit unverrückten Inſtrument die Weite vom 12. und 24. Solido transverſim. Eben ſo machet es mit der Breite und Höhe des 12-metzigten Kaſten, ſo bekommet ihr eine Länge, Breite und Höhe zu einem 4-metzigten Kaſten, wie die Fig. 9. Tab. V. anzeiget, und durch die Weite von 24. zu 24. einen 8-metzigten Kaſten, vid. Fig. 10. & 11.

II. Wären es Cubi, Globi, ſo iſt die Arbeit noch leichter: Ex. gr. Es wäre eine Kugel, deren Semidia-

diameter ſey a b. ſoll dieſe Kugel $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$-mal kleiner werden, ſo nehmet den Semidiameter a b. ſtellet ſolchen in die Lineam cubicam zwiſchen das 4te Solidum, und nehmet auf dem unverruckten Inſtrument die Weite zwiſchen 3. und 3. zwiſchen 2. und 2. zwiſchen 1. und 1. ſo habt ihr die Semidiametros zu denen kleinern Kugeln. Vid. Tab. V. Fig. 12. Num. 1. 2. 3. 4.

Problema CCX.

Wenn zwey gleich-förmige Solida gegeben, zu finden, was ſie vor ein Verhältniß gegen einander haben, und zwar durch Hülffe der Lineæ Cubicæ gar behende.

Reſolutio.

I. Nehmet von beyden Cörpern ein latus homologum, traget das eine latus des einen Solidi auf eine beliebige Zahl transverſim in die Lineam Cubicam.

II. Laſſet das Inſtrument unverruckt und probiret mit einem Hand-Circul das andere latus homologum des andern Cörpers, in welchem Solido es transverſim in einerley Zahl einſchlage.

III. Beyde Zahlen, nemlich die Zahl der einen Seiten des erſtern Cörpers in die Lineam Cubicam freywillig getragen, und die andere Zahl der andern Seiten des andern Cörpers, die ſich alsdann durch probiren zeiget, werden das Verhältniß anzeigen, welches dieſe zwey gleich-förmige Cörper gegen einander haben.

Exempli gratia.

Tab. V. Fig. 6. Fig. 8. Es träffe die Seite des einen Cörpers in dem 10ten Solido, freywillig eingeſetzt, ein; das latus homologum des andern gleich-förmigen Cörpers ſchlüge in 31. ein, ſo wäre das Verhältniß dieſer zwey gleich-förmigen Cörper wie 10. zu 31.

Scholion.

Geſchiehet es, daß, wenn das eine Latus des einen Cörpers freywillig Ex. gr. in 10. iſt eingetragen, und es wolte das latus homologum des andern Cörpers in keiner Zahl recht einſchlagen auf der Linea Cubica; ſo muß die Seite des erſtern Cörpers auf ein ander Solidum transverſim getragen werden, hernach probiret man, ob etwa das latus homologum des andern Cörpers auch accurat zwiſchen einerley Zahl zu ſtehen komme, und dieß thut man ſo lange, bis endlich das latus homologum des andern Cörpers auch auf einerley Zahl eines Solidi eintrifft.

Problema CCXI.

Auf der Linea Cubica zu zweyen Cörpern den dritten zu finden.

Reſolutio.

Tab. V. Fig. 13. I. Es wären die zwey Seiten zweyer Cuborum gegeben, des einen Seite a b. wenn man ſie in die Lineam Cubicam transverſim zwiſchen 27. und 27. ſtellete, zeigete an, daß des andern Cubi latus c d. zwiſchen 36. und 36. einſchlüge. Den dritten Cubum nun zu dieſem zu finden, ſo machet es alſo:

II. Stellet die Seite c d. 36. in die Lineam Cubicam transverſim, zwiſchen 27. und 27. und nehmet un-

unverruckt die Weite zwiſchen 36. und 36. ſo habt ihr das Latus e f. 48. des dritten gröſſern Cubi.

III. Stelletet ihr aber das Latus a b. 27. transverſim zwiſchen 36. und 36. und nehmet unverruckt die Weite zwiſchen 27. und 27. ſo bekommet ihr die Seite g h. 20$\frac{1}{4}$. des kleinen Cubi.

Scholion.

Der Verſtand iſt dieſer: Wenn man zwey Cubos A. und B. hat, und ſoll zu dieſen den dritten proportionalem Cubum ſuchen, ſo ſuchet man erſtlich das Verhältniß der beyden gegebenen Cuborum, demnach nehme ich des Cubi A. latus a b. trage ſolches freywillig in die Lineam Cubicam, Ex. gr. in 27. und 27. hernach trage ich des andern Cubi B. ſein latus c d. in die Lineam Cubicam, und finde, daß dieß in dem 36ſten Solido einſchlägt. Demnach verhalten ſich beyde Cubi wie 27. zu 36. ſoll ich nun den dritten gröſſern Cubum darzu ſuchen, alſo daß, wie ſich 27. zu 36. verhält, ſo ſoll ſich 36. zu dem dritten Cubo verhalten, ſo nehme ich das latus c d. 36. und trage es in 27. transverſim, hernach nehme ich auf unverruckten Inſtrument die Weite zwiſchen dem 36ſten und 36ſten Solido, und zeichne mir dieſe Weite e f. auf, alsdann trage das latus Cubi a b. wieder in das 27ſte Solidum, und probire darauf, in welchem Solido die gefundene Weite einſchlage, dieß wird ſeyn von dem 48ſten Solido zu dem 48ſten. Demnach verhält ſich 27. zu 36. wie 36. zu 48. Demnach iſt die Weite e f. 48. das latus zu dem dritten gröſſeren Cubo. Es trifft auch dieſes mit der Probe überein, denn wenn man zu 27. und 36. die tertiam proportionalem ...orem ſuchet, ſo iſt ſolche 48.

27. 36
36
———
216
108
———
1296

2.8
41
1296
277 (48.
2

Wird man nun des Cubi latus a b. nach einem verjüngten Maaß-Stab meſſen, und die Zahl cubiren, auch eben dieß mit dem latere c d. und e f. thun, ſo werden ſich auch die Cubiſchen Zahlen in der Proportione wie 27. zu 36. und 48. verhalten. Eben dieſen Verſtand hat es nun, wenn man den dritten kleineren Cubum ſuchet.

Problema CCXII.

Auf der Linea Cubica zu dreyen Cörpern den Vierdten zu finden.

Reſolutio.

Tab. V. Fig. 14. I. Das Scholion des Problematis præcedentis wird dieſe Reſolution leicht machen. Ich hätte 3. Diametros dreyer Kugeln, a b. ſtellete ich in das 6te Solidum, c d. träffe alsdann in dem 10. Solido ein, und e f. in dem 15. Solido. Wie ſich nun der Diameter a b. zu c d. verhält, ſo verhält ſich e f. zu dem vierdten Diametro, den man verlanget, g h.

II. Stellet demnach e f. in die Lineam Cubicam transverſim zwiſchen 6. und 6. und unverrückt nehmet die Weite zwiſchen 10. und 10. ſo habt ihr den vierdten Diametrum majorem g h. 25.

III. Es muß dieß hier wieder darbey in Obacht genommen werden, daß, wenn ihr die Weite gh. auf der Linea Cubica bekommen, und wiſſen wolt, ob ſie in 25. einſchlage, ſo müſſet ihr alsdann den Diametrum ab. wieder zwiſchen das 6te Solidum ſtellen, und hernach eure gefundene Weite gh. probiren, ſo wird ſie zwiſchen dem 25ſten Solido einſchlagen.

IV. Woltet ihr den quartum minorem diametrum 4. haben, ſo machet es alſo: Stellet ab. in das 10te Solidum, und nehmet mit unverrücktem Inſtrument die Weite zwiſchen dem 6ten Solido, zeichnet euch dieſe Weite auf, hernach ſtellet ab. wieder in das 6te Solidum, ſo wird die bemerckte Weite ik. in dem 4ten Solido eintreffen, welches der 4te kleinere Diameter iſt, ik.

Scholion I.

Hierbey iſt zu mercken, daß was ich auf dem verjüngten Maaß-Stab an denen tauſend Theilgen nehme, oder von der Linea Arithmetica vom Centro aus als einen Maaß-Stab annehme, und in die Lineam Cubicam ſtelle, ſo viel iſt, als wenn ich durch Rechnung die Zahlen cubirte, und daß im Gegentheil wiederum, wenn von der Linea Cubica eine Zahl genommen, und auf dem verjüngten Maaß-Stab oder der *Linea Arithmetica* ausgemeſſen wird, durch Rechnung eben ſo viel iſt, als Radicem Cubi extrahiren. Ex. gr. Ich finde eine Weite zwiſchen 27. auf der Linea, dieſe auf den Maaß-Stab getragen, ſchläget in 3. ein, ſo iſt es ein Anzeigen, daß 3. der Radix 27. der Cubus ſey.

Scholion II.

Dieß ſey nun genug von der Stereometria generali. Es wird ein jeder aus dieſen Gründen, wenn er ſie anderſt alſo durchgehen wird, wie ich rathe, daß er allenthalben wenigſtens eine Figur ſelbſt aufreiſſet und nachmachet, ſo viel Un-

terricht bekommen, daß er die übrigen Stücke, wiewohlen der nöthigſten keines glaube ausgelaſſen zu haben, leichtlich aus anderen weitläufftigern Büchern wird verſtehen können. Nun will ich noch von der Stereometria ſpeciali etwas anhängen.

CAPUT VII.

Von der Ausmeſſung allerhand flüſſiger und anderer, einen gantzen Hauffen machender Cörper.

Problema CCXIII.

Gantze Heuſtöcke aufs nächſte, nach ihrem cörperlichen Innhalt, auszumeſſen und nach Landes-Maaß auszuſprechen.

Reſolutio.

Es iſt dieß etwas ungewiſſes, und kan man nur in deren Berechnung auf das nächſte kommen, denn es ſind ſolche Heu-Hauffen meiſtens gantz irregulair geſetzt, hernach hat man auch faſt an einem jeglichen Ort ein ander Maaß oder Gewicht darzu. Verfahret demnach alſo:

I. Suchet, wie viel aufs nächſte an Cubiſchen Schuhen und Zollen auf 1 Pfund, oder ein Bünd Heu gehen.

II. Beſchauet die Figur des Heuſtocks mit bedächtlichen Augen, ob ſie etwa einem Cubo, oder einem Parallelepipedo, oder einem Cono truncato, oder Pyramidi truncatæ, gleich ſey. Meiſtentheils

theils ſind ſie in der Form gerad-linichter Parallelepipedorum, offt Pyramidum truncatarum, auf dem Feld haben ſie figuram Conorum truncatorum, gleichwie man ex. gr. in der Unteren Pfaltz die höchſten Heuſtöſſe als abgeſtutzte Conos aufrichtet, auch Sommer und Winter in dem Feld ſtehen läſſet.

III. Nachdeme nun die Figur des Heuſtockes ausſiehet, nachdeme verfahret in Ausmeſſung deren, nach denen bisherigen Problematibus.

IV. Geſetzt, es ſähe der Heuſtock einer Pyramidi truncatæ gleich, ſo meſſet 1) die Höhe dieſes Heuſtocks, NB. nicht von der Seiten hinauf, ſondern von der Mitte der Grund-Fläche an gerechnet, welches leicht iſt, ohnerachtet man nicht unten auf die Mitte des Heuſtocks kommen kan. Dieſe Höhe wäre nun 1,169 (3. unter denen Buchſtaben a x. angezeiget.

2.) Der untern Fläche d b h i. ihre Länge d b. wäre 1,1 (1. Ihre perpendiculariter genommene Breite h m. ſey 7 (1. Der oberen Fläche ihre Länge n o. iſt 5 (1. Die wahre Breite r s. 31 (2.

3.) Die Diſtanz unten vom Centro bis zu dem äuſſerſten Ende oder Eck einer Seiten a b. iſt 53 (2. Tab. VI. Fig. 1.

4.) Die obere Diſtanz x o. ſubtrahiret von der unteren Diſtanz a b. durch die Linie o e. wie in der Figur angezeiget, ſo bleibet im Reſt e b. 3 (1.

5.) Mit dieſem Reſt verfahret nach der Regula de Tri alſo: Wie ſich verhält der Reſt e b. 3 (1. zu e o = a x. der Höhe der Pyramidis truncatæ

1,169(3. So verhält ſich ab. 53(2. zu der ganzen Höhe der Pyramiden, wenn der Heuſtock zu einer völligen Pyramiden angeſpitzet wäre. Das Facit nach der diviſione iſt:

ax.
eb co. ab.
3(1 = 1,169(3 = 53(2?

1,169(3
53(2
3507
6845
61957(5

1 1
61957(5. (20652(4.
33333(1. Altitudo a. c. totius Pyramidis.

6.) Rechnet nunmehro die gantze Pyramiden aus, hernach rechnet die kleinere Pyramiden oben aus, dann ſubtrahiret dieſe von jener, ſo bleibet im Reſt die Pyramis truncata. Ich will die Rechnungen kürtzlich hieher ſetzen: Wer das, was bishero von Ausmeſſung der Cörper gelehret worden, ſich bekandt gemacht, der wird ſich leicht darein finden:

Länge. db. 1,1(1.
Breite. hm. 7(1.
77(2☐. Grund-Fläche der Pyramiden.
6884(4. Tertia pars altit. ac.
48188
48188
.530068(6. Cörper-Innhalt der gantzen Pyramiden. Die

Die kleinere obere Pyramide wird ferner eben alſo ausgerechnet:

Länge. no. 5 (1.	
Breite. v. s. 31 (2.	
155 (3 □.	Baſis der obern Pyramiden.
3 (1	Tertia pars altitudinis x c.
0465 (4.	Cub. Innhalt der kleinen Pyramiden.

Nun ſubtrahiret dieſe Pyramide von jener, ſo bleibt der Heuſtock, als eine abgekürtzte Pyramide figuriret, in dem Reſt.

Gantze Pyramide.	530068 (6.
Kleine Pyramide.	046500 (6.
Abgekürtzte Pyramide.	483568 (6.

Demnach hält der Heuſtock an Cubic-Maaſſen 483 Cubic-Schuh, 568 Cubic-Zoll. Wenn man nun ausgerechnet weiß, wie viel Cubic-Schuh, Zoll, ꝛc. auf ein Pfund Heu, oder ein Bund Heu gehen, nachdeme es nemlich in einem Land gewöhnlich iſt, ſo verfahret zuletzt nur nach der Regula de Tribus alſo: **Ein Cubic-Schuh hält ſo und ſo viel Pfund, wie viel Pfund machet der gantze Heuſtock von 483. Cubic-Schuhen, und 568. Cubic-Zollen aus?** So erfahret ihr die Pfund, und alsdann könnet ihr leicht ſagen, wie viel Centner der Heuſtock halte.

Problema CCXIV.

Allerhand Frucht-Hauffen nach ihrem cörperlichen Innhalt auszumeſſen, und nach Landes-Maaſſen auszuſprechen.

Reſolutio I.

Es ſind die Frucht-Hauffen entweder in Form eines niedrigen Kegels aufgeſchůttet, oder ſie liegen zwiſchen gerade-ſeitigen Brettern auf denen Speichern guter Haußhålter verwahret. In dem letztern Fall iſt es gar leicht einen Frucht-Hauffen auszurechnen. Nemlich:

I. Ebnet ſo viel als mőglich, auf dem Frucht-Boden, die Frucht, daß ſie gleich-hoch liege.

II. Tractiret alsdann ſolche Korn-Hauffen entweder als Parallelepipeda, wenn die Bőden accurata Parallelogramma ſind; oder tractiret den Frucht-Hauffen als ein Pris ma, nachdeme nemlich die Figur des Frucht-Hauffens geſtaltet iſt.

III. Wenn ihr nun den cőrperlichen Innhalt an Cubiſchen Maaſſen habt, ſo examiniret, wie viel Cubic-Schuh, Zoll, ꝛc. auf eine Metzen des Landes gehe.

IV. Wenn ihr dieſes habt, ſo verfahret nach der Regula de Tribus alſo, daß ihr es durch einander dividiret, ſo erhålt man den Innhalt eines Frucht-Hauffens an Land-űblichen Maaſſen.

Reſolutio II.

Wåre aber der Frucht-Hauffen auf einen ſpitzigen Coniſchen runden Hauffen zuſammen geſchůttet, ſo procediret alſo:

Tab. VI. Fig. 2. I. Es ſey der Frucht-Hauffen A. laſſet ſolchen mit einem Beſemin die Runde zuſammen ſpitzig hinauf kehren, ſo rund als mőglich, und ſo viel die immer wieder herunter fallende Kőrnlein erlauben.

II.

II. Hierauf ſuchet den Diametrum Baſios, oder die Circumferenz-Linie des Frucht-Hauffens, welches von beyden ihr am leichteſten haben könnet, denn wenn man nur eines hat, ſo kan das andere durch Rechnung gefunden werden Hier iſt die Baſis a b, 1,4 (1. Demnach iſt die Circumferenz-Linie nach der proportione wie 100 zu 314. dieſe 4,396 (3.

100 —— 314 —— 1,4 (1.
14(1.
1256
314
4,396 (3. Circumferenz.

III. Nehmet hiervon die Helffte, 2,198 (3. und den Semidiametrum 7 (1. Multipliciret es mit einander, ſo bekommt ihr die Circular-Grund-Fläche des Korn-Hauffens an □-Maaß.

2,198 (3. Halbe Periph.
7 (1. Semidiam. a d.
1,5386 (4 □. Baſis des Frucht-Hauffens.

IV. Endlich multipliciret dieſe Grund-Fläche mit der Höhe des Korn-Hauffens c d. 44 (2. und das Product dividiret mit 3. ſo erhaltet ihr den cörperlichen Innhalt des Korn-Hauffens an Cubic-Maaſſen.

1,5386(4 □ Baſis
44(2 Altitudo cd.

61544
61544

676984(6

676984(6(225661(6.
333333

Demnach hält der Frucht-Hauffen 225. Cubic-Schuh, 661. Cubic-Zoll. Nunmehro ſuchet wie viel Cubiſche Schuh auf eine Metze gehen, nachdeme die Landes-Metze mit ſich bringet, und ſaget alsdann Exempli gratia: 2. Cubic-Schuh gehen auf eine Metze, wie viel Metzen machen 225. Cubic-Schuh und 661. Cubic-Zoll aus? Weil nun in dem dritten Satz Zoll darbey ſtehen, ſo müſſen die 2. Cubic-Schuh auch in Zoll verwandelt werden; da nun bekandt daß eine Cubic-Ruthen 1000. Cubic-Schuh, ein Cubic-Schuh 1000. Cubic-Zoll hat, ſo machen dieſe 2. Cubic-Schuh 2000. Cubic-Zoll. Demnach ſtehet es alſo.

Cubic-Zoll		Metzen		Cubic-Zoll.
2000	—	1	—	225661(6. Cub.

225661(6(112 Metzen.
222000.

Ergo

Ergo macht der Korn-Hauffen 112. Metzen. Wolte ich aus dem Bruch $\frac{1661}{2000}$ auch wiſſen, wie viel an einer Metzen es austrüge, und wie viel Viertel-Metzen etwa darinnen ſtecketen, ſo ſaget alſo:

Cub. Zoll.		Vierling-Metzen.		Cub. Zoll.
2000	—	4	—	225661
				4
				902644

1
902644 (451 $\frac{644}{2000}$ von einem Vierling.
222000

Nun reduciret dieſe Vierling mit 4. zu Metzen, ſo erfahret ihr auch wie viel Viertel-Metzen darüber ſind.

13
451 (112 Metzen und $\frac{3}{4}$ Metzen.
444

Schließlichen, wenn dieſe Metzen mit 8. zu Maltern gemachet werden, wie hier zu Land gebräuchlich, oder mit der Anzahl eines jeden Landes Malter, ſo wird der gantze Frucht-Hauffen in ſich halten 14. Malter und $\frac{3}{4}$ einer Metzen.

3
112 (14 Malter.
88

Scholion.

Ich habe unterſchiedliche mal gefunden bey Ausmeſſung derer Kornhauffen, daß man die Höhe derer Korn-Hauffen o d. nicht ſo obenhin nehmen darff, denn die Frucht läſſet ſich nicht in *Linea recta* zuſpitzen, wie man auf dem Papier es hinreiſſen mag, ſondern ſie gehet etwas convex hinauf. Wenn ich demnach zwiſchen der wahren Höhe o d. und der ſich zeigenden Höhe c d. die mediam proportionalem genommen habe, ſo bin ich allezeit aufs nächſte mit dem Innhalt des Frucht-Hauffens hingekommen, wenn ich ihn Cubiſch ausgemeſſen, zu Land-Metzen reduciret, und dann ordentlich mit einer Metzen habe nachmeſſen laſſen.

Problema CCXV.

Aus einer Land-üblichen Metze einen Cubum zu machen, und aus der Seite eines ſolchen Cubi einen Maaß-Stab zu verfertigen, durch deſſen Hülffe alle Getrayd-Hauffen, welche in einer Vierung geſchüttet liegen, behend können ausgemeſſen werden.

Reſolutio.

I. Es wäre der Cylinder oder Metze A. dieſer hielte 10. Zoll im Diametro, und 8. Zoll in der Höhe, und darein gieng accurat eine Land-übliche Metze. Dieſe in einen Cubum zu verwandeln, ſo machet aus deſſen circularen Grund-Fläche ein Quadrat, wie Problemate CXII. Sect. II. P. II. gewieſen worden.

II. Geſetzt nun das latus Quadrati novi hielte 886(3. ſo ſuchet zwiſchen dieſem latere Quadrati und der Höhe der Metzen 8. Zoll, zwey medias proportionales, das iſt: Nehmet von der Linea Arithmetica 886, ſtellet ſolche in die Lineam Cubicam

cam transverſim zwiſchen 88.6 und 88.6 und unverruckt nehme ich die Weite zwiſchen 80. u. 80. giebt directe auf der Linea Arithmetica ausgemeſſen 856 (3. welches bey nahe die Seite des Cubi B. iſt

III. Es iſt ſchon offt geſagt, wenn entweder die Linien zu lang, oder die Zahlen zu ſtarck, daß ſie nicht auf den Proportional-Circul können getragen werden, was alsdann zu thun ſey, dahero wird man ſich an dieß Problema nicht ſtoſſen.

IV. Durch Hülffe dieſes Cubi, welcher einer Metzen gleich iſt, machet nun einen Maaß-Stab alſo: Traget darauf dieſe Länge etlichmal hinaus, und theilet den erſten Theil in 10. Theile, ſo könnet ihr einen Hauffen Getrayds, welcher in eine Vierung geſchüttet, abmeſſen.

V. Exempli gratia: Es hielte ein Getrayd-Hauffen 12. ſolcher Cubiſchen Metzen auf dem Maaß-Stab in die Länge, 10. deren in die Breite und 2. in die Höhe; Multipliciret dieſe in einander, ſo erfahret ihr den Innhalt aller Metzen des Korn-Hauffens, welcher iſt 240. Metzen, welches ohngefähr eintreffen wird.

Problema CCXVI.

Einen gantzen langen Holtz-Stoß auszumeſſen, und nach Land-üblichen Maaß auszuſprechen.

Reſolutio.

I. Rechnet an dem gegebenen Holtz-Stoß B. eine Superficiem deſſen aus, nach der Breite und nach der Höhe, Tab. VI. Fig. 3.

und zwar nach dem Claffter-Maaß, wie bey Holtz gewöhnlich; dieß ſey hier 8. Claffter breit und 10. hoch.

II. Wenn man nun ſolches durch einander multipliciret, ſo iſt der einen Superficies ihr Innhalt an Clafftern 80.

III. Nun ſehet wie viel ſolcher Reyhen hinter einander ſtehen, das iſt, wie lang die er Holtz-Stoß ſey; dieſe ſey Exemp. gr. 12. Claffter, ſo multipliciret die Superficiem 80. mit 12. ſo erhaltet ihr 960. Claffter Holtz, ſo viel der gantze Holtz-Stoß halten wird.

Problema CCXVII.

Einen groſſen Hauffen gebackene Steine auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Mit dieſen gehet es ſehr leicht an, denn ſie haben noch darzu ihr eigenes Maaß in ſich ſelbſt: Es ſey demnach der Hauffen gebackener Steine C. darinnen liegen 36. Steine in die Breite, 18. in die Höhe: Demnach liegen in der erſten Reyhe 648. Tab. VI. Fig. 4.

II. Nun zehlet man dieſer Reyhen 24. hinter einander, welche die Dicke des Steinhauffens ausmachen. Ergo multipliciret 648. mit 24. kommt zum Innhalt aller gebackenen Steine heraus 15552.

Scholion I.

Dieß dienet vor Baumeiſtere, welche ſich hierbey dieſes Vor-

Vortheils b.dienen können, daß ſie ſich ausdingen, die verbrochene auswerffen zu dörffen.

Scholion II.

Dasjenige, was im täglichen Leben beſtändig nach der Stereometrie auszumeſſen vorkommt, iſt die Ausrechnung derer mit Geträncke angefüllten Fäſſer, und wird dieſe Arbeit dahero auch κατ᾽ ἐξοχὴν das Viſiren genennet. Ehe ich nun zu der Viſir-Kunſt ſelbſt ſchreite, ſo bitte folgende Puncte ſich wohl fürzuſtellen.

I. Es kan ein Cylinder und ein Prisma auf zweyerley Weiſe gröſſer werden, als ein anderer Cylinder, oder anderes Prisma: Entweder können ſie einerley Baſin behalten, an der Höhe aber kan eins 2. 3. 4 = und mehrmal gröſſer werden, als das andere; oder es können Cylindri, Prismata, einerley Höhe haben, und eines kan 2. 3. 4 = und mehrmalen an der *Baſi* gröſſer anwachſen, als das andere.

Exempli gratia.

A f. ſey accurat eine Maaß-Kanne, behaltet die Höhe oder Länge deren f. Die Baſis aber a. vermehre ſich in b. zweymal, in c. dreymal, in d. viermal, in e. fünffmal ſo groß, als in a. ſo wird auch der Cylinder mit der groſſen Baſi e l. fünffmal ſo groß ſeyn, als der kleine Cylinder a f. Tab. VI. Fig. 5.

Hingegen es bleibe die Baſis, allein die Höhe oder Länge der Kanne f. werde in g. zweymal ſo groß, in h. dreymal, in i. viermal, ꝛc. ſo groß, ſo iſt wieder Sonnen-klar, daß auch a g. zweymal, a h. dreymal, ꝛc. ſo groß ſeyen, als a f. Da nun dieß die leichte Wahrheit, ſo iſt auch wahr, daß c l. dreymal ſo groß ſey, als a f. und c n. muß dreymal drey, das iſt 9=mal ſo groß ſeyn, als a f. Tab. VI. Fig. 6.

Item e l. iſt fünff=mal ſo groß als a f. weil nun e p. fünff=mal ſo groß iſt als e l. ſo muß es auch fünff=mal fünff=mal, das iſt 25=mal gröſſer ſeyn, als a f. und ſo ferner.

II. Bilde man ſich dieſes deutlich ein, daß aus dem erſten betrachteten Punct dieſer richtige Schluß zu ziehen ſey:

Wenn ich einen accuraten Cylindriſchen Cörper hätte, in welchen juſt eine ſolche Maaß-Kanne gieng, nach welcher die Fäſſer ſolten viſiret werden, ich ſage einen ſolchen Cylinder, deſſen Baſis ein Circul iſt, die Höhe aber nett ſo groß wäre, daß ein Maaß darein geſchüttet den Cylinder geſtrichen voll machete, und ich wolte nach dem Capite VI. Sect. II. Part. II. de Additione & Multiplicatione Superficierum, und nach dem Capite VI. Sect. III. P. II. de Additione & Multiplicatione Corporum, dieſe Cylindriſche Maaß Kanne immer vermehren, höher und höher, gröſſer und gröſſer machen, und ſolche Vermehrung, welche gar ungleich fallen, auf einen ſaubern guten langen Stab auftragen, ſo hätte ich einen Viſir-Stab, damit alle Höhen eines Cylindriſchen Bodens viſirt werden können, wie vielmal nemlich in dem runden Boden des Cylinders, die runde Baſis einer Kanne ſtecke. Träget man hernach die Länge einer ſolchen Cylindriſchen Maaß auf die andere Seite eines ſolchen Stabs vielmal hintereinander, ſo könte man auch meſſen, wie viel ſolcher Kannen Maaß, nach der Länge hinter gerechnet, in einem Cylindriſchen groſſen Gefäß enthalten wären.

Scholion III.

Wird man beyde Puncten ſich recht einbilden, ſo wird alles folgende leicht zu begreiffen ſeyn; und demnach will ich auf die Viſir-Stäbe und deren Zubereitung kommen.

Problema CCXVIII.

Einen accuraten Quadratiſchen Viſir-Stab zu machen.

Reſolutio.

I. Nehmet eine Maaß-Kanne des Orts, wo ihr wohnet, und laſſet euch einen niedrigen Cylinder machen, je breiter die Grund-Fläche und je niedriger die Höhe, je beſſer, Ex. gr. es ſey der Diameter der runden Baſis 1 (1.

II. Rich-

II. Richtet die Höhe dieſes Cylinders H. also, daß juſt eine Maaß-Kanne voll Waſſer hinein gehe, von welcher der Cylinder geſtrichen voll werde, oder bemercket, wo die Maaß Waſſer mit ihrer Höhe daran ſtehe. Tab. VI. Fig. 7.

III. Nehmet den Diameter dieſes Cylindri 1 (1. und traget dieſen in zwey ad angulos rectos aufgerichtete Linien aus A. in B. und aus A. in 1. ſo iſt die Linea B 1. ein Diameter zu einer zwey-mäſſigen Cylindriſchen Kanne, welche einerley Höhe mit der erſten Kanne behält. Tab. VI. Fig. 8.

IV. Meſſet B 1. und traget dieſe Weite aus A. in 2. ſo iſt B 2. der Diameter eines drey-mäſſigen Cylindri von gleicher Höhe mit der einen Maaß, und A 2. iſt der Diameter zu einer zwey-mäſſigen Kannen.

V. Machet alſo fort, meſſet B 2. und traget es aus A. in 3. ſo iſt B 3. die Hypothenuſa, ein Diameter zu einer 4-mäßigen Kannen, gleicher Höhe mit der erſten Kannen, und A. 3. iſt ein Diameter zu einer drey-mäßigen Kannen. Meſſet B. 3. und traget es aus A. in 4. ſo iſt B 4. ein Diameter einer fünff-mäſſigen Kannen. Meſſet B. 4. und traget es aus A. in 5. meſſet B. 5. und traget es aus A. in 6. meſſet B. 6. und traget es aus A. in 7. und das thut ſo lange ihr wollet und die Länge des Stabs erlaubet, ſo iſt die eine Seite des Viſir-Stabs fertig, mit welcher man die Höhe eines Faſſes ausmeſſen und behend ſagen kan, wie

viel Maaß-Kannen nach ihren Grund-Flächen in dem Boden eines jeglichen Cylinders ſtecken.

VI. Auf die andere Seiten des langen Stabs, traget die Höhe der erſten niedrigen angenommenen Cylindriſchen Kannen, nach der Länge fort, ſo vielmal es der Stab erlaubet, nach ſeiner Länge, NB. in einerley Diſtanz, da in der vorigen Seiten die Diſtanzien derer Grund-Flächen gar ungleich und immer enger hinauf-wärts ſteigend zuſamen kamen: Und ſo iſt der Viſir-Stab fertig, nur daß man ihn bey e g. ſcharff, wie ein Meſſer, zuſpitze.

Scholion I.

Jeden Theil vor ſich alleine betrachtet, ex. gr. A 1. 1. 2, 2. 3, &c. kan man wieder in 10 Theile theilen, um deſto ſchärffer damit meſſen zu können, wovon nachgeleſen werden können, Hrn. *Wolffii* Elementa Geom. Solid. pag. 208. ſeq.

Scholion II.

Wenn man einen veritablen hohlen Cylinder mit Getränck angefüllet nimmt C, ſo kan man alſo bald ſagen, wie viel Maaß er hält: Denn, geſetzt, mein gemachter Viſir-Stab wäre e f, g h. auf der Seiten e f. ſtünden diejenigen Quadrat-Maaß, mit welchen man die runde *Baſin* des Cylindri ausmeſſete. Stelle ich nun dieſen Viſir-Stab an den Boden des Cylindri x o. ſo finde, daß er bey der Zahl fünff einſchlägt, mithin fünff Grund-Flächen der vorigen angenommenen cylindriſchen einfachen Kannen in ſich begreifft. Legete ich dieſen Viſir-Stab auf der Seiten g h. an den auszumeſſenden Cylinder, nach der Länge o y. an, ſo befindet ſichs, daß er 6. Kannen-Längen in ſich habe, nemlich dergleichen Längen, als die einfache angenommene Cylindriſche Maaß hatte: Demnach ſtecken in dieſem auszumeſſenden Cylindro gleichſam 6 Reyhen derer kleineren Kannen von einerley Höhe, da jeder Reyhe ihre Baſis fünffmal gröſſer iſt, als der einfachen

Tab. V. Fig. 1.

Kan-

Kannen Baſis. Ergo multiplicire ich die Baſin 5. mit der Länge 6. kommt 30. das iſt, 30 Kannen ſtecken in dem Cylindro.

Scholion III.

Bildet euch ein, der Cylinder C. hätte gefrohrnes Waſſer in ſich, man ſchneidete ſolchen nach der Länge o y. in 6 gleiche Scheiben, mit der Baſi parallel, ſo würde jede Scheibe die Höhe der erſten angenommenen Cylindriſchen Kannen haben. Eine jede Grund-Fläche aber dieſer Scheiben wäre fünffmal gröſſer, als die Grund-Fläche der erſten Cylindriſchen Maaß, ſo iſt es am deutlichſten zu verſtehen, daß der Cylinder A B. 30. Maaß halten müſſe. Tab. V Fig. 1.

Scholion IV.

Nachdeme nun aber die Fäſſer keine accurate Cylindri seyn, ſo will nöthig ſeyn jetzo zu zeigen, wie man gleichwohlen auch in denen bauchigten Fäſſern die Viſirung anſtellen könne.

Scholion V.

Dieſer Maaß-Stab wird der *Quadratiſche* genennet, weil er durch Extraction des Radicis Quadrati verfertiget wird. Man nennet ihn auch den *Cylindriſchen* Maaß-Stab, weil meiſtens Cylinder und Fäſſer damit ausgemeſſen werden.

Problema CCXIX.

Ein gegebenes Faß zu viſiren, das iſt, zu finden, wie viel Kannen ein Faß halte.

Reſolutio.

I. Es ſey das Faß a b c d. meſſet daran den vordern Boden a b. und den hinderen c d. mit der Seite e f. eures Viſir-Stabs, worauf nemlich die Kannen-Boden gezeichnet ſtehen, und geſetzet der vordere Boden a b. hielte, ohne die Holtz-Dicke und die Reiffe oben und unten gerechnet, 9 Kannen, der Tab. VI. Fig. 9.

hintere Boden aber c d. hielte 11. Kannen.

II. Æquiret dieſe zwey Böden mit einander, das iſt, addiret ſie, und ihre Summam halbiret, ſo kommt 10 zur wahren æquirten Boden-Tieffe.

III. Stecket hierauf euren Viſir-Stab durch das Spund-Loch, und ſehet wie hoch daſelbſt, ohne die obere Holtz-Dicke, das Faß nach euren Quadrat-Maaſſen auf der Seiten e f. des Viſir-Stabs ſey, ex gr. 14 Kannen.

IV. Nun addiret dieſe Höhe 14. mit der æquirten Höhe 10. derer beyden Böden, und die Summam halbiret, ſo machet ihr damit aus dem ausgebauchten Faß einen ordentlich gleichſam gleichlauffenden Cylinder, deſſen Boden-Tieffe wäre 12. Kannen.

10. Boden-Tieffe.
14. Spund-Tieffe.

24
12 Halbe wahre Faß-Tieffe.

V. Meſſet nunmehro mit der andern Seiten des Viſir-Stabs g h. die Länge des Faſſes b c. ohne die Zarchen gerechnet, und ohne die Holtz-Dicke derer zwey Böden, und zwar ſo accurat, als man es nur nehmen kan: Geſetzt die Länge a c. hielte 14 Kannen.

VI. Multipliciret dieſe Länge 14. mit der wahren Tieffe des Faſſes 12. ſo bekommet man auf das beyläuffigſte den Innhalt des gantzen Faſſes, als eines æquirten Cylinders a b c d, an 168 Kannen heraus.

14. Länge des Faſſes.
12. Tieffe des Faſſes.

28
14

168 Innhalt des Faſſes an Kannen.

Scholion I.

Einige æquiren alſo: Sie nehmen gleich auf dem Viſir-Stab den Unterſcheid derer beyden Böden halb, ſo weiſet die Linie das æquirte Maaß; Allein, daran iſt gar nichts accurates, denn die aufſteigende Kannen, nach ihrer Grund-Fläche, auf dem Viſir-Stab e f. ſind gar ungleich, mithin kan und läſſet ſich durch ein ſolches æquiren die wahre Helffte nicht finden.

Scholion II.

Wenn man alle Umſtände genau unterſuchet, ſo wird ſichs geben, daß, ohnerachtet die Ausrechnung derer Fäſſer durch dieſen Viſir-Stab nicht accuratiſſimè eintreffe, gleichwolen dieſer Modus der richtigſte ſeye. Zwar machet er ein klein wenig mehr Mühe, als der gemeine Modus die Fäſſer zu viſiren, deſſen man ſich in Franckreich, Holland, am Rhein und Nieder-Sachſen, ja offt auch bey uns bedienet; alleine da die Arbeit doch nicht ſo gar ſchwehr und groß iſt, verdienet die dadurch gleichwohl erhaltene gröſſere Richtigkeit gar wohl dieſer Mühe.

Scholion III.

Der gröſte Fehler bey dieſem Viſiren iſt, daß die Handwercks-Leute ſo gar ſehr mit der Form derer Fäſſer variiren, und haben ſchon viele Mathematici gewünſchet, und für ſehr nützlich gerathen, daß Obrigkeiten denen Büttnern, oder Küfern, eine gemeſſene Figur in aufſteigender und abnehmender Gröſſe fürſchreiben ſolten, gleichwie die Holländiſchen und Frantzöſiſchen Fäſſer meiſt einerley Figur haben, da dann durch den Cubiſchen Viſir-Stab es freylich weit geſchwinder ausgemeſſen iſt. Alleine ſo findet man bey unſern Fäſſern, unter vielen andern Fehlern, 1.) daß ſie nicht gleich und richtig

tig ausgebauchet werden, ſondern gemeiniglich gegen einem Boden ſpitziger zugehen, als gegen dem andern. 2.) Daß unſere Fäſſer nicht gleich aus einerley Dicke oder Aushöhlung von innen haben, ſondern es iſt das Holtz gemeiniglich an einem Ende dicker. 3.) Sind ſie ſo unterſchieden unſere Fäſſer an der mittlern Convexität, daß einige hoch-erhaben gehen, andere Faſſen einem gleich-lauffenden Cylinder gleich ſehen. Wenn man Fäſſer von dieſen und noch andern Fehlern durch den Cubiſchen Viſir-Stab ausrechnen will, ſo müſſen die gröſten Fehler entſtehen, wie bald beſſer erhellen ſoll, wenn vorhero gezeiget werden wird, die Auftragung eines Cubiſchen Viſir-Stabs.

Problema CCXX.

Einen Cubiſchen Viſir-Stab, die Fäſſer damit zu berechnen, aufzutragen.

Reſolutio.

I. Es iſt Theoremate LXI. demonſtriret worden, daß ein Cylinder, deſſen Höhe gleich iſt dem Diametro ſeiner Grund-Fläche, ſich verhalte zu dem Cubo ſeines Diametri, wie 785. zu 1000. das iſt: Wenn man einen Cylinder nach ſeinem cörperlichen Maaß ausrechnet, an welchen die Höhe und der Diameter einerley Gröſſe haben, ſo kommt, mit genommener Proportion 100 zu 314. zum Innhalt des Cylinders 785. Wenn man eben dieſes Cylinders ſeinen Diametrum nimmt, und multipliciret ſolchen Cubicè, nach der Proportion wie 100 zu 314. ſo kommt 1000000. und nach Hinwegwerffung dreyer Nullen, weil von 785000. auch 3. Nullen können weggeworffen werden, 785 zu 1000. zur Proportione, die ein Cylinder gleicher Höhe und gleiches Diametri mit dem Cubo ſeines Diametri hat.

II.

II. Nun werden alle Fäſſer, wenn ſie mit einem Cubiſchen Viſir-Stab gemeſſen werden, als ein Cylinder angeſehen, der gleiche Höhe mit dem Diametro ſeiner Grund-Fläche hielte: Und demnach **nimmt man die** Diagonalem **einer Kanne als eines** Cylinders **von gleicher Höhe und** Diametro, **für den** Indicem **an**, ex hypotheſi, **damit man ins künfftige** viſiren **will**; und es iſt dieſes auch gar vernünfftig, denn wenn ich mir einbilde, eine Maaß-Kanne wäre ein Cylinder, der einerley Gröſſe an der Höhe und an dem Diametro Baſios habe, und mache hernach aus dieſem Diametro einen Cubum, ſo hat der Cubus und der Cylinder einerley Diagonalem.

III. Damit man nun finde, wie groß der Diameter werden würde, wenn eine Kanne eines Orts in einen Cylinder, deſſen Höhe und Diameter einander gleich wären, verwandelt würde; ſo nehmet die ſchon gefundene Proportion eines ſolchen Cylinders 785. und des Cubi von dem Diametro Cylindri aufgerichtet 1000. und ſetzet den cörperlichen Innhalt einer Kannen darzu, und ſuchet die quartam proportionalem, welche der Cubus des Diametri des zu ſuchenden Cylinders von einer Maaß ſeyn wird, welches Cylinders Höhe und Diameter auch einander gleich ſeyn wird und muß. Saget demnach alſo: **Wenn ein** Cylinder, **deſſen Höhe und** Diameter **einander gleich, 785. hält, ſo hält der auf ſolchen** Diameter **aufgerichtete** Cubus 1000. **Nun**

was

was bekommt wohl meine Cylindriſche Kanne vor einen Cubum? Reſp. Einen Cubum, deſſen latus ein Diameter ſey zu einem Cylinder, an welchen dieſer Diameter und die Höhe des Cylinders einerley wären an dieſer einen Maaß.

IV. Wenn man nun alſo aus dem durch die Regulam de Tri gefundenen Cubo den Radicem Cubi extrahiret, ſo giebt der Radix einen Diameter zu einem Cylindriſchen Gefäß, welches eine Kanne Wein hält, und daran der Diameter und die Höhe gleich groß ſind, dergleichen Fig. 14. Tab. IV.

V. Weilen nun die Höhe A E. und der Diameter A B. einer ſolchen nach Cubiſchen Maaß gerechneten Cylindriſchen Kannen gleicher Gröſſe; Weilen ferner ex hypotheſi die Diagonalis B E. vor das Maaß einer Cylindriſchen Kannen angenommen; So kan man erfahren, wie groß denn dieſe Diagonalis B E. ſey, wenn man nemlich die Höhe dieſer Cylindriſchen Maaß-Kannen A E, und deſſen Diameter A B. jedes quadriret, die Quadrata addiret, und aus der Summa den Radicem extrahiret, ſo bekommt man die hypothenuſam des recht-wincklichten Trianguls B A E. welche hypothenuſa das freywillig-angenommene Cubiſche Maaß zu einem Cylinder iſt, deſſen Höhe und Diameter einander gleich ſind.

VI.

VI. Damit man nun die Diagonales von einem zwey-kannigten Cylinder, deſſen Höhe und Diameter einander gleich, bekomme, ſo ſupponiret Exemp. gr. die Diagonalis BE. hielte 1000. gleiche Theilgen, demnach wäre deren Cubus 1000 000000. Nehmet alſo den doppelten Cubum 2000 000 000. und extrahiret Radicem Cubi, ſo bekommt ihr Diagonalem eines cubice gerechneten Cylindriſchen zwey-mäſſigen Gefäſſes, deſſen Höhe und Diameter einander gleich.

VII. Nehmet ihr nun die Cubos 3000000000, 4000000000, 5000000000, 6000000000. ꝛc. und extrahiret aus jeden den Radicem Cubi, ſo könnet ihr die Diagonales zu 3. 4. 5. 6 ꝛc. Kannen haltenden Cylindris, deren Höhe und Diameter einander gleich ſind, finden.

VIII. Nehmet zuletzt der erſten Cylindriſchen Kannen, deren Höhe und Diameter einander gleich waren, und worein juſt ein Maaß Getränck gehet, ihre Diagonalem, und theilet ſolche, als einen Maaß-Stab, auf einem beſondern Platz in tauſend Theile accurat ein, ſo könnet ihr alsdann auf den bereiteten Viſir-Stab, aus dem tauſend-theiligen Maaß-Stab, die vor jede Diagonalem gehörige Theile hinübertragen, und der Cubiſche Maaß-Stab wird fertig ſeyn.

IX. Weilen man nun ein Faß ſich einbildet, als beſtünde es aus zwey an einander geſetzten Cylindris, deſſen Höhe gleich wäre der halben Summæ derer beyden Diametrorum des hintern Faß-Bodens A B. und der Spund-Tieffe G H. ſo kan man den Innhalt eines Faſſes gar leicht wiſſen, wenn man durch das Spund-Loch G. mit dem Viſir-Stab ſchieff hinüber bis unten an den Boden b. ſtöſſet, wie bald beſſer ſoll gewieſen werden.

Scholion I.

Zu mehrerer Deutlichkeit will hier die auch in denen Elementis Geometriæ des Herrn Prof. *Wolffs* angeführte Tabulam Diagonalium anhängen.

I.

Menſur.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

Tab.

… die eine G B, und ſaget, ſo d …

IX. Weilen man nun ein Faß ſich einbildet, als beſtünde es aus zwey an einander geſetzten Cylindris, deſſen Höhe gleich wäre der halben Summæ derer beyden Diametrorum des hintern Faß-Bodens A B. und der Spund-Tieffe G H. ſo kan man den Innhalt eines Faſſes gar leicht wiſſen, wenn man durch das Spund-Loch G. mit dem Viſir-Stab ſchieff hinüber bis unten an den Boden b. ſtöſſet, wie bald beſſer ſoll gewieſen werden.

Scholion I.

Zu mehrerer Deutlichkeit will hier die auch in denen Elementis Geometriæ des Herrn Prof. *Wolffs* angeführte Tabulam Diagonalium anhängen.

I.

Menſur.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

… gleich die eine C B. und ſaget, ſo

2. Tab.

Dieſe Diagonales werden nun alſo in einen Viſir-Stab getragen, daß allezeit in einerley unterſten Punct die Weite hinaufwärts getragen werde. Es gehet auch an, daß man den Quadratiſchen Viſir-Stab durch eine Tabelle der Radicum Quadrati auftragen kan, welches ſehr leicht aus der Tabula II. zu erſehen.

Problema CCXXI.

Mit dem Cubiſchen Viſir-Stab ein Faß auszumeſſen, nach dem Innhalt derer Maaſſe.

Reſolutio.

I. Stoſſet den Viſir-Stab in das Faß Tab. VI. ABCD. durch das Spund-Loch G. Fig. 9. in die gerad gegen-über ſtehende Böden B. und D. dahero muß auch der Stab unten zu Ende ſcharff-ſchneidend, oder ſpitzig zugehen, damit er ſich deſto genauer in die Ecken der Faß-Böden ſchicke.

II. Beſehet was ohne die Holtz-Dicke die Diagonal-Linien des Faſſes GB. und GD, betragen; ſolten ſie zweyerley Maaß anzeigen, ſo wären die Böden ungleich, demnach æquiret, das iſt, addiret, was der Viſir-Stab an der Diagonali GB. und GC. anweiſet, die Summam halbiret, ſo habt ihr den Innhalt des Faſſes an Maaſſen.

III. Solten beyde Diagonales eintreffen, ſo behaltet nur gleich die eine GB. und ſaget, ſo viel Maaß

hält das Faß, als die Zahl des Cubiſchen Viſir-Stabs ausweiſet.

Scholion I.

Wenn die Richtigkeit in der Praxi ſo gut wäre, als vollkommen dieſer Viſir-Stab in ſeiner Behendigkeit und geſchwinden Fertigkeit wäre, ſo ſolte dieſer Viſir-Stab wohl mit Recht den Preiß vor allen andern davon tragen.

I. Haben nicht alle Fäſſer einerley Form und Figur, ſteigen auch nicht in einerley Aehnlichkeit ihrer Figur. Es iſt bekandt, daß faſt ſo viele Fäſſer, ſo viele Veränderung an der ablangen Figur anzutreffen.

II. Iſt dieſer Cubiſche Viſir-Stab nach einer gewiſſen Figur angenommen, da allezeit der Diameter des Bodens mit der Höhe oder Länge des Cylinders gleich-groß ſeyn ſoll. Demnach ſchicket er ſich nur zu denen Fäſſern von ſolcher Art, als dasjenige war, wornach er iſt gemachet worden. So bald eine andere Figur kommt, ſo gleich iſt dieſer Cubiſche Viſir-Stab nicht mehr gültig, und wer damit ausmiſſet, wird ſich hart irren. Ja wenn dieß in der Welt auszurichten wäre, daß alle Büttner oder Küfers lauter Fäſſer macheten, deren Diameter mit der Höhe einerley, und alſo ihre Diagonales richtig wären, ſo wäre dieſer Cubiſche Viſir-Stab univerſell, und könte mit viel Vortheil gebraucht werden.

Der Herr *Martius* erläutert dieſes in ſeinem angeführten Buch gar deutlich mit einer Figur. Es ſind 3. Fäſſer aufgeriſſen, deren jedes ſo viel am Innhalt hat, als das andere, nemlich 40. Kannen, a b. hat in der Baſi 10. Kannen, und in der Länge 4. mithin 40. Ferner a c. hat in der Baſi 20. und in der Länge 20, und alſo auch 40. Kannen; das dritte Faß a d. hat in der Baſi 40. und iſt nur einer Kannen lang. Nun betrachtet dieſer drey Cylindrorum ihre Diagonales a g, a h, a m, ſo werdet ihr deut- Tab. VI. Fig. 10.

deutlich wahrnehmen, daß ihre Baſes und Catheti nicht einerley ſeyen, das iſt, ihre Höhe und Diametri nicht einerley Gröſſe haben, mithin können auch ihre Diagonales nicht einerley ſeyn. Da nun aber der Cubiſche Viſir-Stab allda, wo er am Spund-Loch anſtehet, die Anzahl aller Maaſſe des Faſſes anzeiget, ſo müſte nach dieſem Cubiſchen Viſir-Stab der Cylinder a d. faſt noch einmal ſo viel halten, als der Cylinder a b. welches doch falſch.

Scholion II.

Gleichwolen iſt zu wundern, daß man ſich faſt allenthalben derer bedienet, und dieß geſchiehet wohl eines Theils darum, weilen es ſo gar geſchwind, und faſt ohne alle Mühe gehet; Andern Theils, weilen die wenigſte in denen Städten, die zum Viſiren beſtellt, den wahren Grund verſtehen; Drittens die Frantzöſiſche Faſſe und am Rhein in einerley Proportion aufs nächſte gemachet werden, in welchen Ländern man den geringen Fehler alsdann nicht mehr æſtimiret. Dieß machen wir nun in unſern Land unwiſſend nach, und ſind wenige, die den groſſen Unterſcheid, und die dahero kommende Fehler überlegen mögen.

Scholion III.

Es weiſet *Martius* l. c. noch einen andern Weg, einen Cubiſchen Viſir-Stab zu verfertigen. *Bion* in ſeiner Mathematiſchen Werck-Schule pag. mihi 70. führet des Herrn *Sauveur*, der Könige in Spanien und Engelland, wie auch der Königlichen Printzen von Franckreich Informatoris in der Mathematic, curioſen Viſir-Stab an, durch welchen man nur mit addiren den Innhalt aller Gattungen von Fäſſern erfahren kan; dahin ich den begierigen Anfänger verweiſe. Anno 1723. hat Herr *M. Chriſtianus Martini*, ſub Præſidio *Johannis Matthiæ Haſii*, Prof. Mathem. Witteb. eine Theoriam Novam Pithometriæ, ſive Doliorum Menſuræ, in forma Diſputationis heraus gegeben; Alleine, gleichwie ſolche nova vor neue Gemüther gehören, die vorhero in denen

alten Anfangs-Gründen das erſte Licht haben müſſen, alſo laſſe ich die Anfängere dergleichen Methoden ſelbſt leſen, wenn ſie vorhero den Anfang der Stereometriæ ſpecialis eingeſehen haben.

Scholion IV.

Zuletzt iſt dieſes noch anzumercken, daß man bißher noch keine dem rigori mathematico gleich-kommende Methode erfunden, die Fäſſer zu viſiren: Noch mehr mangelt an der Vollkommenheit, wenn Fäſſer, die nicht voll ſind, und welche nicht auf ihrem Boden ſtehen, zu viſiren vorkommen. Wenn die Fäſſer dörfften aufgeſtellet werden, die nicht voll ſind, ſo könte man die Höhe des Weins abmeſſen, ſolche vor die Länge annehmen, und hernach mit dem æquirten Boden, als der Semi-ſumma des Bodens und der Spund-Tieffe verfahren, ſo brächte man den Innhalt aufs nahe heraus; alleine die Fäſſer umzuwenden, iſt nicht erlaubt.

Wollet ihr aber nun gleichwohl die Höhe des Weins in einem nicht vollem Faß wiſſen, welches nach der Länge ordentlich lieget, ſo ſtecket eine Röhre in das Spund-Loch, und mercket wie hoch der Wein den Stab habe naß gemacht, alsdann appliciret dieſe Höhe unter der Geſtalt, als wenn das Faß ein Cylinder wäre, an den Boden, und verfahret mit dem halb-vollen Faß, als wenn es ein Cylinder, der nicht gröſſer, als der Wein ihn erfüllet, wäre.

Der Hr. Profeſſor *Wolff* gehet hierinnen gar deutlich und hinlänglich, ſo weit als es bishero in Stereometricis möglich iſt, in ſeinen Elementis Geometriæ Solidæ, pag. 212. ſeqq.

Beutel, in ſeinem Geometriſchen Luſt-Garten, verdienet auch hiervon geleſen zu werden, als welcher, pag. 470. ſeqq. eine Methode weiſet, ein Faß zu viſiren, 1) wenn es noch über die Helffte voll, 2) wenn es weniger als die Helffte voll.

Problema CCXXII.

Durch Hülffe des Proportional-Circuls eine

Viſir-

Viſir-Ruthen zu machen, damit allerhand vier-eckichte Gefäſſe mit Getränck angefüllet, auszumeſſen.

Reſolutio.

I. Laſſet euch aus Holtz ein vier-eckichtes Käſtlein machen, und meſſet mit einem tauſend-theiligten Maaß-Stab eines Schuhes daſſelbige, nach der Länge, Breite und Tieffe, aus; Ex. gr. die Länge des Käſtleins wäre 800. die Breite 400 die Tieffe 300.

II. Schüttet in das Käſtlein ein Maaß Waſſer, und meſſet, wie hoch es ſteige, in dem NB. orizontaliter geſtellten Käſtlein; Dieß wäre 200. an der Tieffe.

III. Verwandelt dieß in einen Cubum alſo: Multipliciret die Länge 800. mit der Breite 400. thut 320000. Dieß Quadrat multipliciret mit der Tieffe 200. kommt 64000000. zu dem Cubo der Waſſer-Maaß.

IV. Extrahiret daraus Radicem Cubi, welcher iſt 400. das iſt, 4 Decimal-Zoll, formiret damit einen Cubum, 4 Zoll lang, breit und tieff, ſo habt ihr einen Cubum, der eine Kanne Waſſer hält.

V. Will ich nun einen Cubum haben, der einen Eymer halte, ſo ſtellet das latus Cubi 4. in das erſte Solidum der Lineæ Cubicæ, laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von 64 auf 64. in der

der Linea Solidorum, ſo giebt dieſe ein Latus zu einem Cubo, der einen Eymer hält, wenn 64. Maaß ſolten einen Eymer ausmachen. Wären aber 120. Maaß ein Eymer, ſo nehmet die Weite von 60 zu 60. auf dem unverrückten Proportional-Circul, ſo habt ihr das Latus zu einem Cubo, der einen halben Eymer hält. Stellet alsdann die gefundene Weite des halben Eymers zwiſchen 30 und 30. und nehmet auf dem unverrückten Inſtrument die Weite zwiſchen 60 und 60. nochmahlen, ſo erhaltet ihr ein Latus eines Cubi, darein ein gantzer Eymer von 120. Maaſſen gieng.

VI. Traget nun die Länge des Lateris eines Eymers entweder von 64. oder 120. Maaſſen auf einen ſchon in Bereitſchafft ſtehenden Stab etlich mal hinaus, und theilet eine Länge davon in 100. Theile, die andern aber in 10. Theile, ſo kan man alle Waſſer-Käſten, alle Brunnen-Tröge und was ſonſten ins Gevierdte formiret iſt, behend viſiren.

Exempli gratia.

Ich meſſete einen Waſſer-Trog, deſſen Länge wäre nach meinem Viſir-Stab 200. die Tieffe 20. die Breite 30. Multipliciret 200. durch 20. kommt heraus 4000. dieß multipliciret durch 30. kommt 120000. dividiret dieß durch 1000000. (denn ein Eymer hat 100. ſolche in ſich ſelbſt Cubicè multiplicirte Theilgen, wie geſagt worden, man ſoll ein

Latus

Latus eines Eymers in 100. Theile theilen. Ergo iſt der gantze Cubus eines ſolchen Lateris von 100. Theilen 1000000.) nach der Diviſione wird heraus kommen $\frac{12|0000.}{100|0000.}$ das iſt, $\frac{12}{100}$. Weilen nun 100. einen Eymer machen, und der Eymer hält 64. Maaß, ſo multiplicire ich 12. mit 64. giebt 768. dividiret dieß mit 100. giebt 7. Maaß und $\frac{68}{100}$. oder $7\frac{17}{25}$. Maaß, Conf. Scholion I. Probl. XLV. Sect. III. Part. I. meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe.

Hielte aber der Eymer 120. Maaß, ſo multipliciret 120 durch 12. giebt 1440. dieß dividiret mit 100. kommt $14\frac{2}{5}$. Maaß.

Scholion.

Wolte man ſich Viſir-Riemen machen, welche zwar nicht viel mehr æſtimiret werden, weil man in denen Kellern nicht allemal wohl zu denen Fäſſern kommen kan; ſo darff man den Hrn. *Scheffelt* in ſeinem Inſtrumento Proportionum pag. 107. nachleſen.

CAPUT VIII.

Von Ausmeſſung derer Cörper nach ihren Gewicht.

Problema CCXXIII.

Wenn einer metallenen Kugel Diameter gegeben, unter denen ſechs Metallen, die

auf der Linea Metallorum des Proportional-Circuls ſtehen, den Diametrum einer andern Kugel zu finden, von allen übrigen fünff Metallen, daß die Kugeln von einerley Gewicht und Schwehre bleiben.

Reſolutio.

I. Nehmet den gegebenen Diameter, und traget ſolchen in die Lineam Metallorum transverſim, zwiſchen diejenige Puncten desjenigen Metalles, von welchen die Kugel iſt, ex. gr. Eiſen.

II. Solte man eine Silberne Kugel machen müſſen, welche einerley Gewicht mit der Eiſernen hätte, ſo nehmet nur auf dem unverrückten Inſtrument die Weite zwiſchen denen zweyen, mit dem Zeichen des Silbers bemerckten Puncten der Lineæ Metallicæ, ſo habt ihr einen Diameter zur Silbernen Kugel, von einerley Schwehre mit der Eiſernen Kugel.

III. Solte eine küpfferne, güldene, bleyerne, zinnerne Kugel eines Gewichts mit der gegebenen eiſernen gefunden werden; ſo nehmet nur die Weite zwiſchen dem Punct, wo das Zeichen des Goldes, Kupffer, Bley, Zinnes, ſtehen, ſo habt ihr augenblicklich die Diametros zu ſolchen Kugeln, von gleichen Gewicht mit der eiſernen.

Exempli gratia.

Ab, wäre der Diameter einer Eiſernen Kugel, ſo iſt,

iſt, nach dem Problemate, c d. der Diameter zu einer Zinnernen Kugel, e f. der Diameter zu einer Bleyernen, g h. der Diameter zu Kupffernen, i k. der Diameter zu einer Silbernen, und l m. der Diameter zu einer Güldenen Kugel, welche alle gleiches Gewichts unter einander ſeyn werden.

Scholion.

Nimmt man ſtatt der Kugeln gleich-förmige Corpora, die vielerley Seiten haben, ſo procediret man eben alſo auf der Linea Metallica, durch Hülffe der Lineæ Solidorum, wie oben ſchon gewieſen worden, daß man ein jedes Latus homologum ausfindig machen muß, um die Längen, Breiten und Dicken derer Cörper, die man haben will, zu erlangen.

Problema CCXXIV.

Derer ſechs Metallen ihre Proportion nach ihrer Schwehre zu finden.

Reſolutio.

Es fraget ſich, was für eine Proportion zwey gleich-förmige Cörper gegen einander haben, die zwar von einerley Gröſſe, mithin einerley gleich-groſſen Raum einnehmen, aber von zweyerley Metallen ſind. Verfahret alſo:

I. Nehmet auf der Linea Metallica die Weite vom Centro aus bis an das Punct des Zeichens desjenigen Metalls, welches unter beyden Cörpern das leichteſte iſt, und welches allezeit am weiteſten vom Centro hinweg ſtehet.

II.

II. Traget dieſe Weite in die Lineam Cubicam in einerley Zahl, beliebig, transverſim. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung.

III. Nehmet mit einem Hand-Circul die Weite vom Centro aus auf der Linea Metallica, bis an das Punct desjenigen Metalls, woraus der andere gegebene ſchwehrere Cörper beſtehet, und gehet damit in die gleich darüber ſtehende Lineam Cubicam, und ſehet, in welchem Solido des unverrückt-gebliebenen Inſtruments dieſe Weite eintreffe. In welcher Zahl es nun einſchlägt, dieſe und die vorige freywillig-angenommene Zahl eines Solidi, geben nun die Proportion nach dem Gewicht, welche beyde Cörper gegen einander haben.

IV. Solte das letztere mal, wenn man in die Lineam Cubicam mit der Weite des andern Metalls hinüber gehet, ſolche in keinem Solido einſchlagen, ſo müſte das erſtere leichtere metallene Corpus, welches freywillig zwiſchen ein Solidum geſtellet worden, auch freywillig wieder in ein ander Solidum transverſim aufgetragen, hernach des andern metallenen Cörpers Weite probiret werden, zwiſchen welchem Solido dieß einträffe, und dieß ſo offt verändert, bis endlich das ſchwehrere Corpus auch zwiſchen einem Solido einſchlüge, ſo giebt die Anzahl beyder Solidorum als-

alsdann das Verhältniß beyder Metallorum gegen einander.

Exempli gratia.

Man hätte ein Stück gediegenes Gold, und einen Klumpen Kupffer, oder Silber, welche gleich-förmig und von einer Grösse wären: Demnach nehmet das Silber, als das leichtere gegen dem Gold, und ſtellet eines Hand-Circuls einen Fuß in das Centrum des Proportional-Circuls, den andern Fuß öffnet bis auf das Zeichen des Silbers in der Linea Metallica: Traget dieſe Weite in die Lineam Solidorum in eine freywillige Zahl, Ex. gr. zwiſchen das 50ſte Solidum. Hierauf nehmet mit dem Hand-Circul, vom Centro aus des Proportional-Circuls auf der Linea Metallica, die Weite bis zu dem Zeichen des Goldes. Gehet mit dieſer Weite in die Lineam Solidorum, und ſehet, zwiſchen welchem Solido ſie einſchlage; dieß wird ſeyn in dem 27ſten und etwas drüber. Hieraus machet nun mit verwechſelten Zahlen die Proportion, daß ſich die Schwehre des Goldes zu der Schwehre des Silbers verhalte, wie 50. zu $27\frac{1}{5}$.

Scholion I.

So verhält ſich es nun mit allen übrigen Metallen, wenn ich die Verfertigung des Proportional-Circuls in dem dritten Theil meiner Mathematiſchen Anfangs-Gründe beyſetzen wer-

werde, will ich dieß etwas weitläufftiger ausführen, und zeigen, wie man auch mit Lothen und geringeren Gewichten proportioniren ſoll.

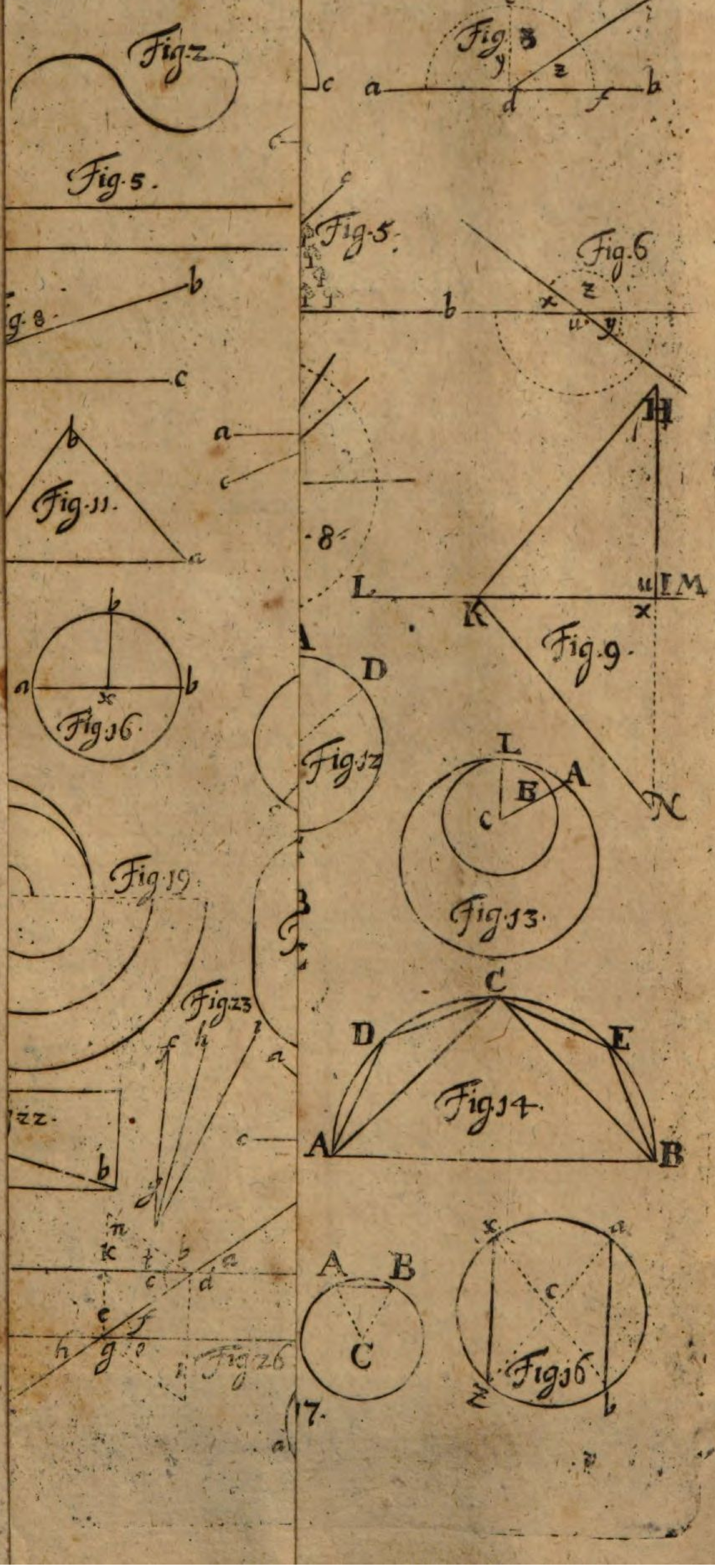
Scholion II.

Dieſes, hoffe nun, werde vor einen Anfänger genug ſeyn, die Principia Geometriæ zu erlernen, und das fürtreffliche Inſtrument des Proportional-Circuls ſich zugleich bekandt zu machen.

Ende des zweyten Theils.

...n Geometriæ pertinent: I.

...abula. I.



Sectionis I.   is I.

ectionis. I.
Fig. I.
media propor. major
minor
Fig: 5.
Fig: 2 . rima.
major proport.
minor proport.
Fig: 3.
Fig: 13.
a secunda
Linea data
media proport.
Inventa
Fig: 14.
media
inventa
dia inventa

Sectionis. I.

Fig. 1.
prima data.
Secunda data
quarta inventa.
Fig. 6
Fig. 3
Fig. 2.
Fig. 14.
Fig. 7.

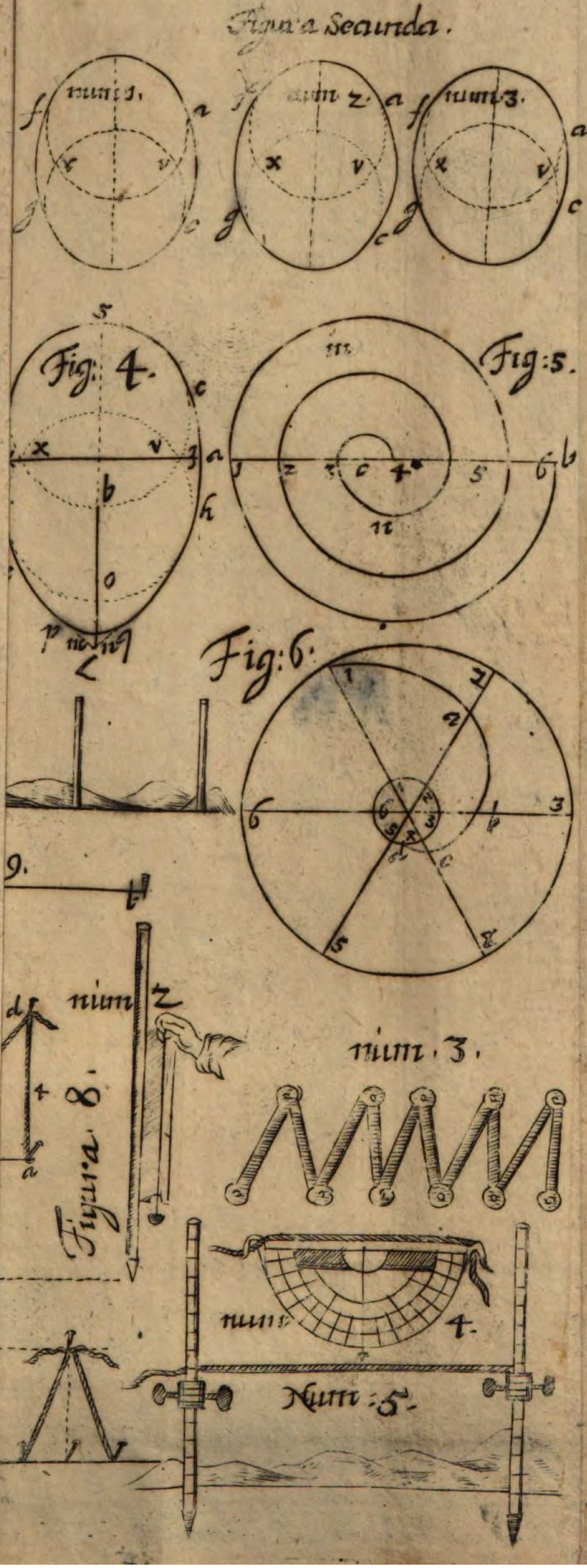
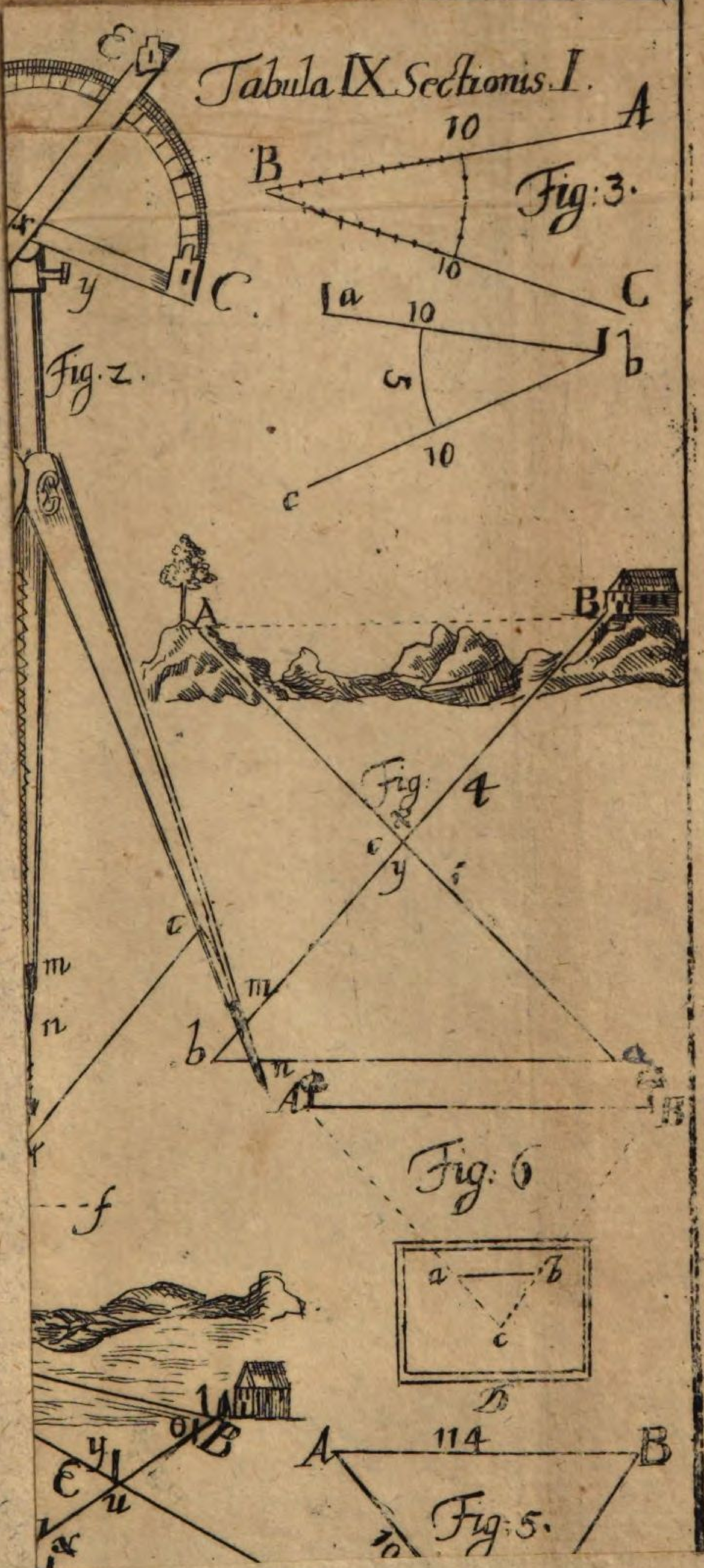
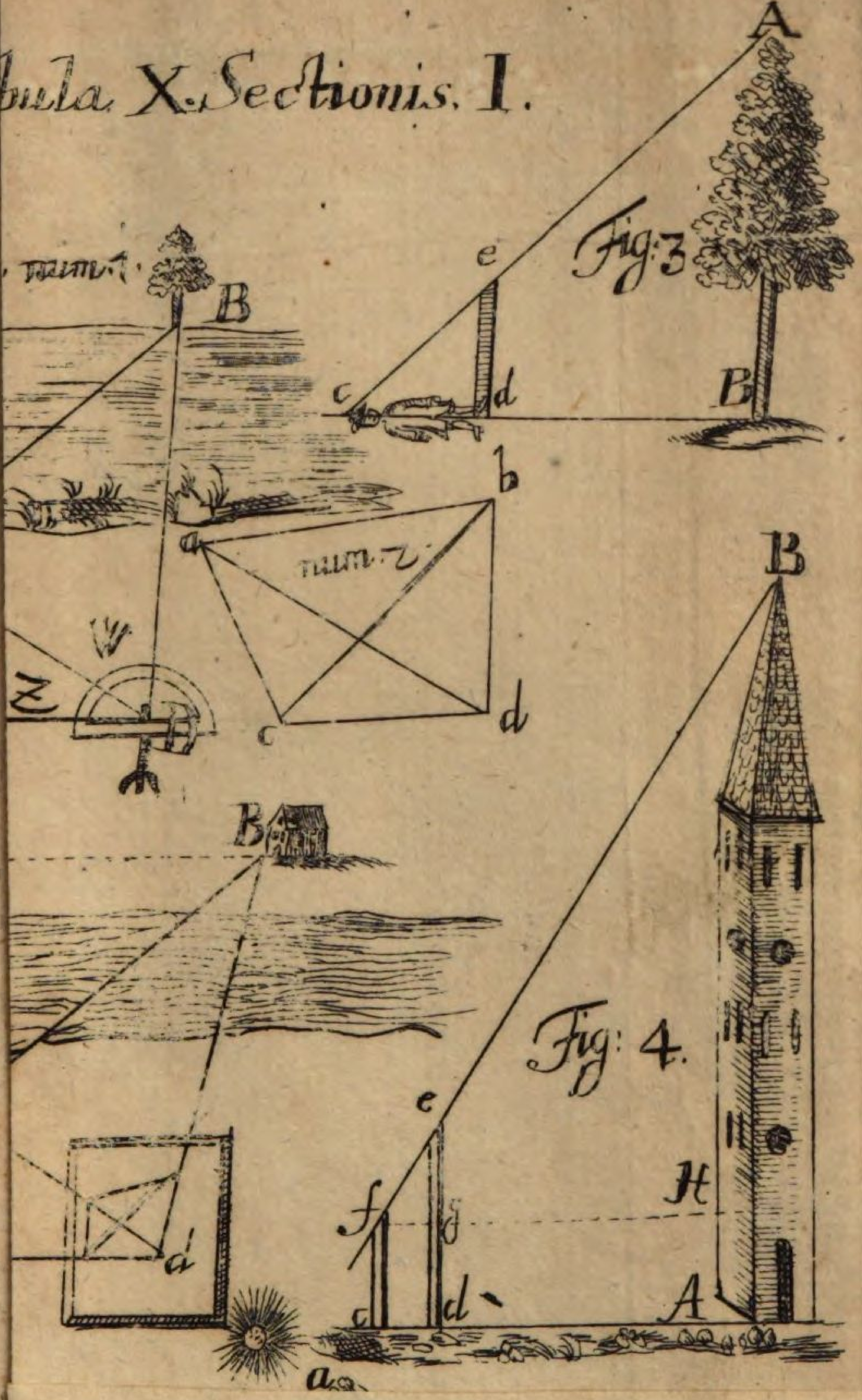


Figura Secunda.
num 1.
num 2.
num 3.
Fig: 4.
Fig:5.
Fig:6.
num 2
Figura 8.
num. 3.
num 4.
Num: 5.

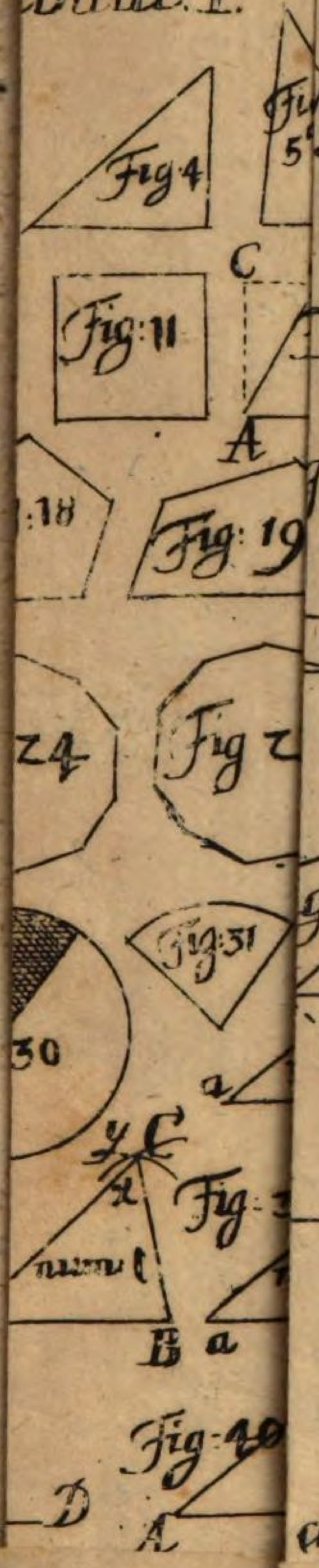


Tabula IX Sectionis I.

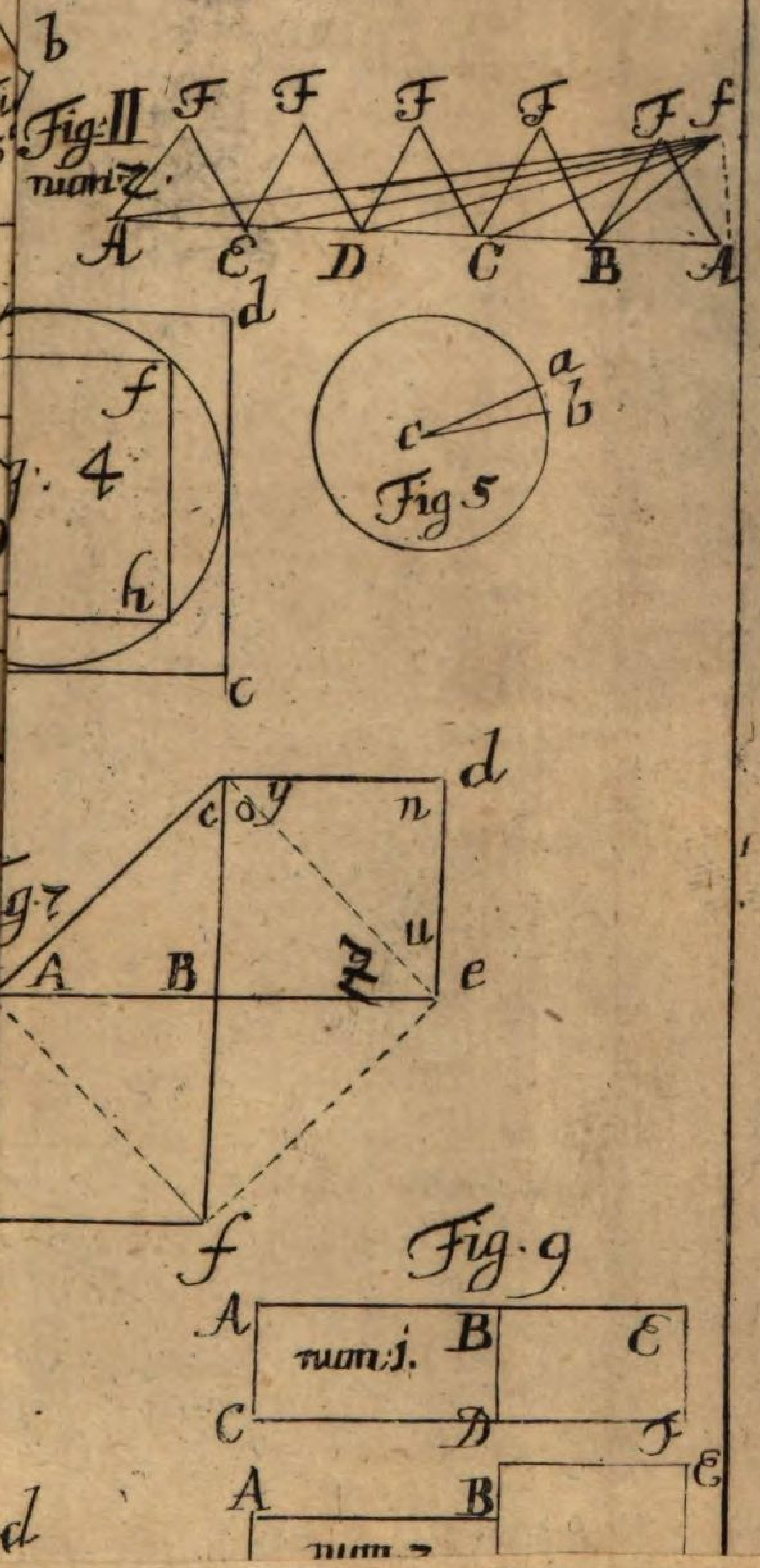
bula X. Sectionis. I.



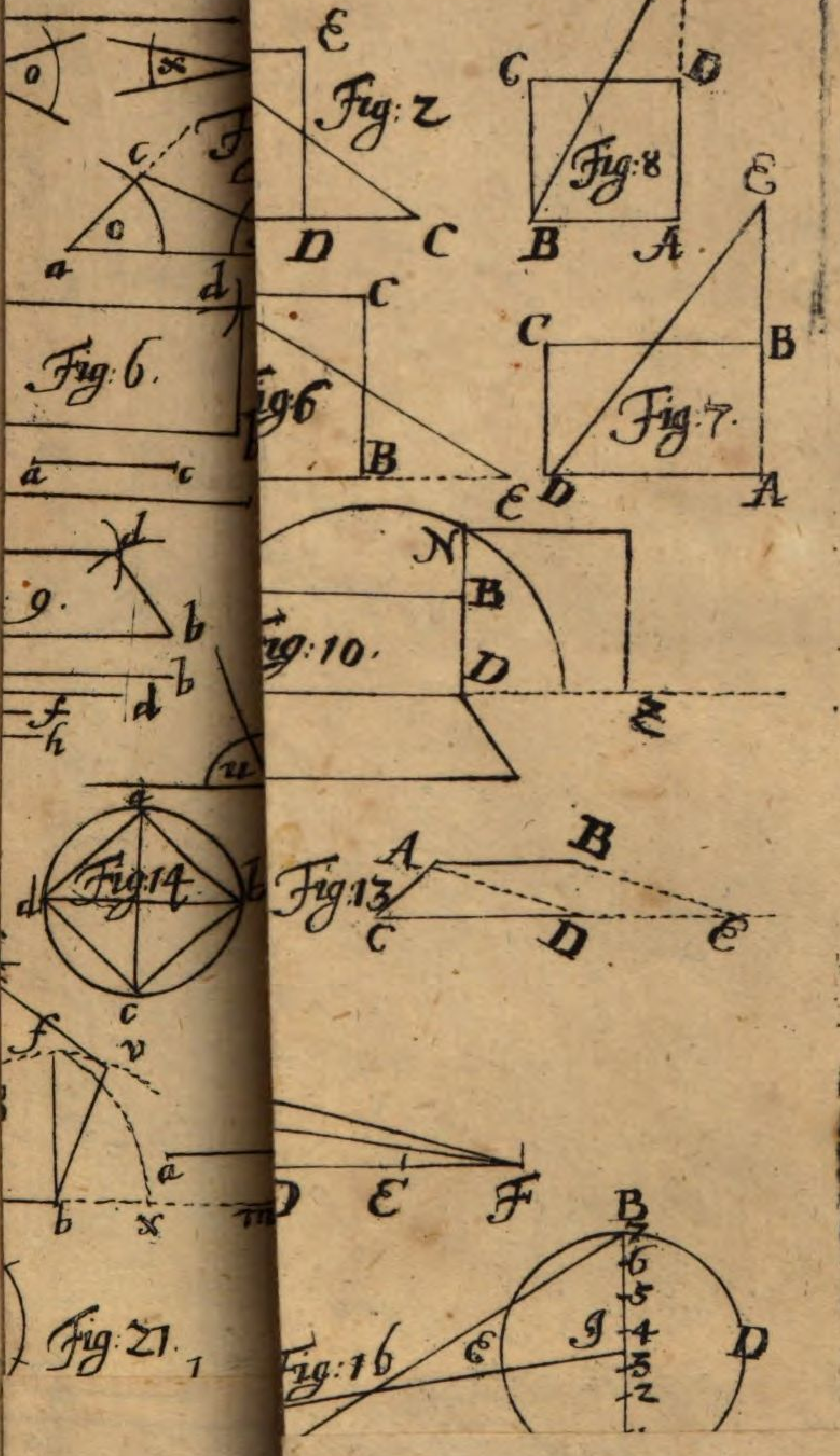
...y
...Sectionem
...bula. I.

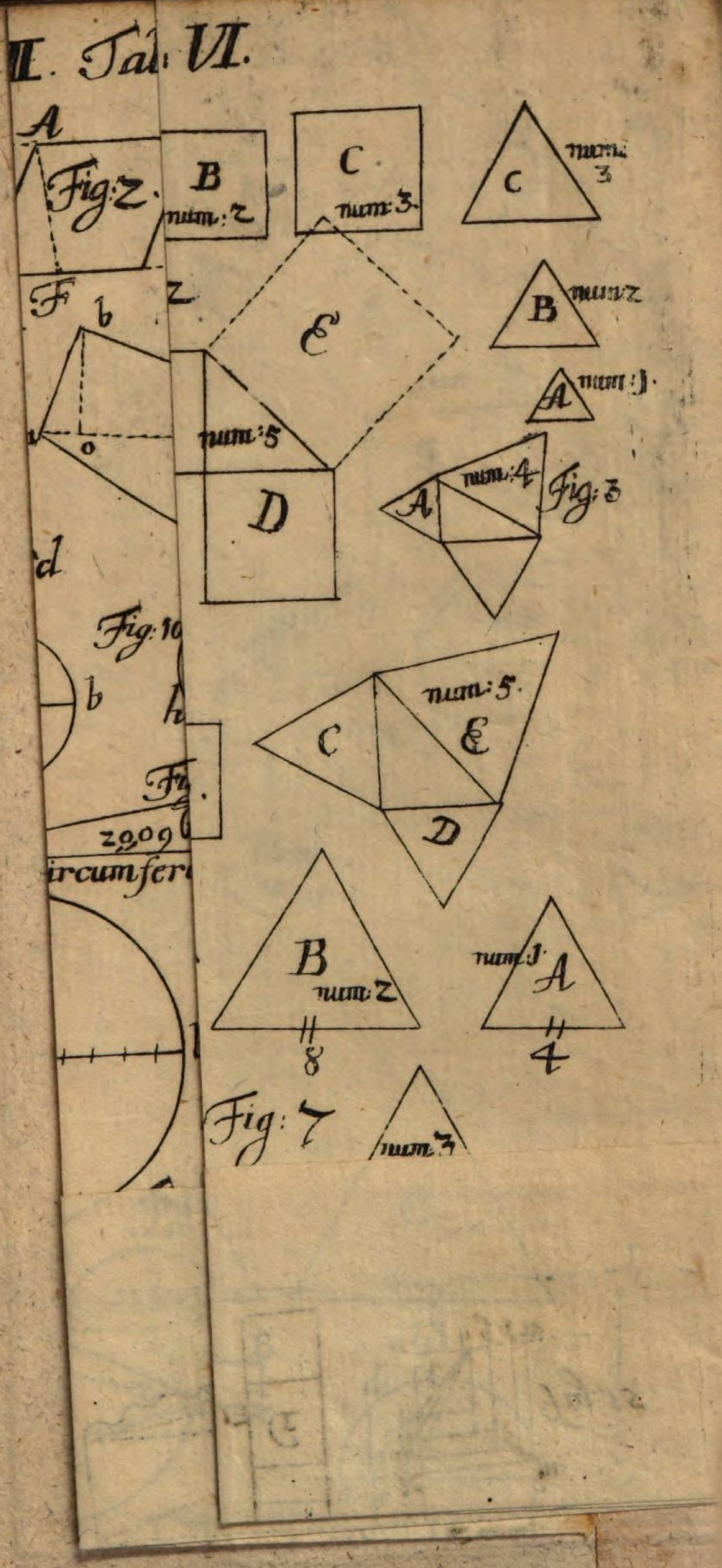


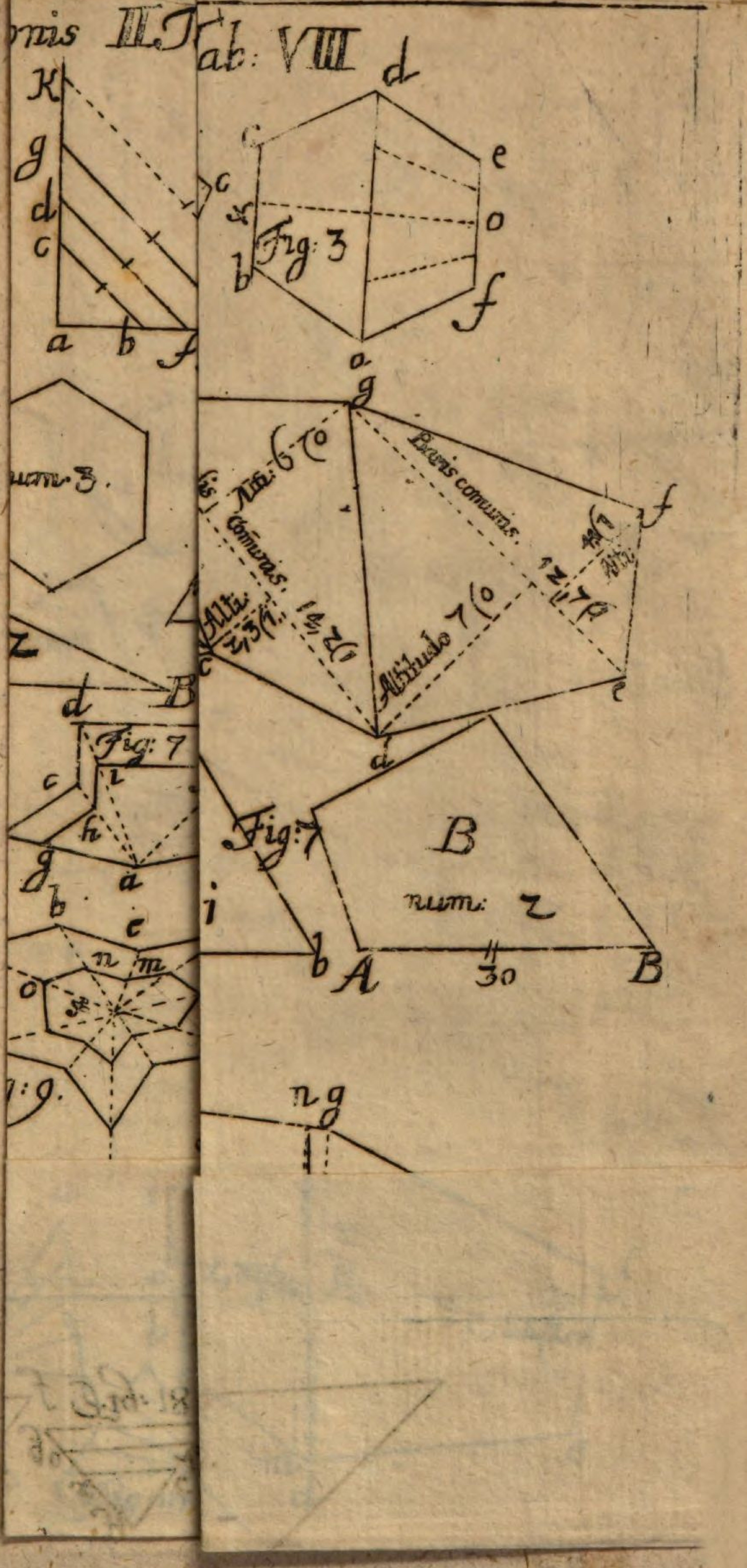
Tabula II.

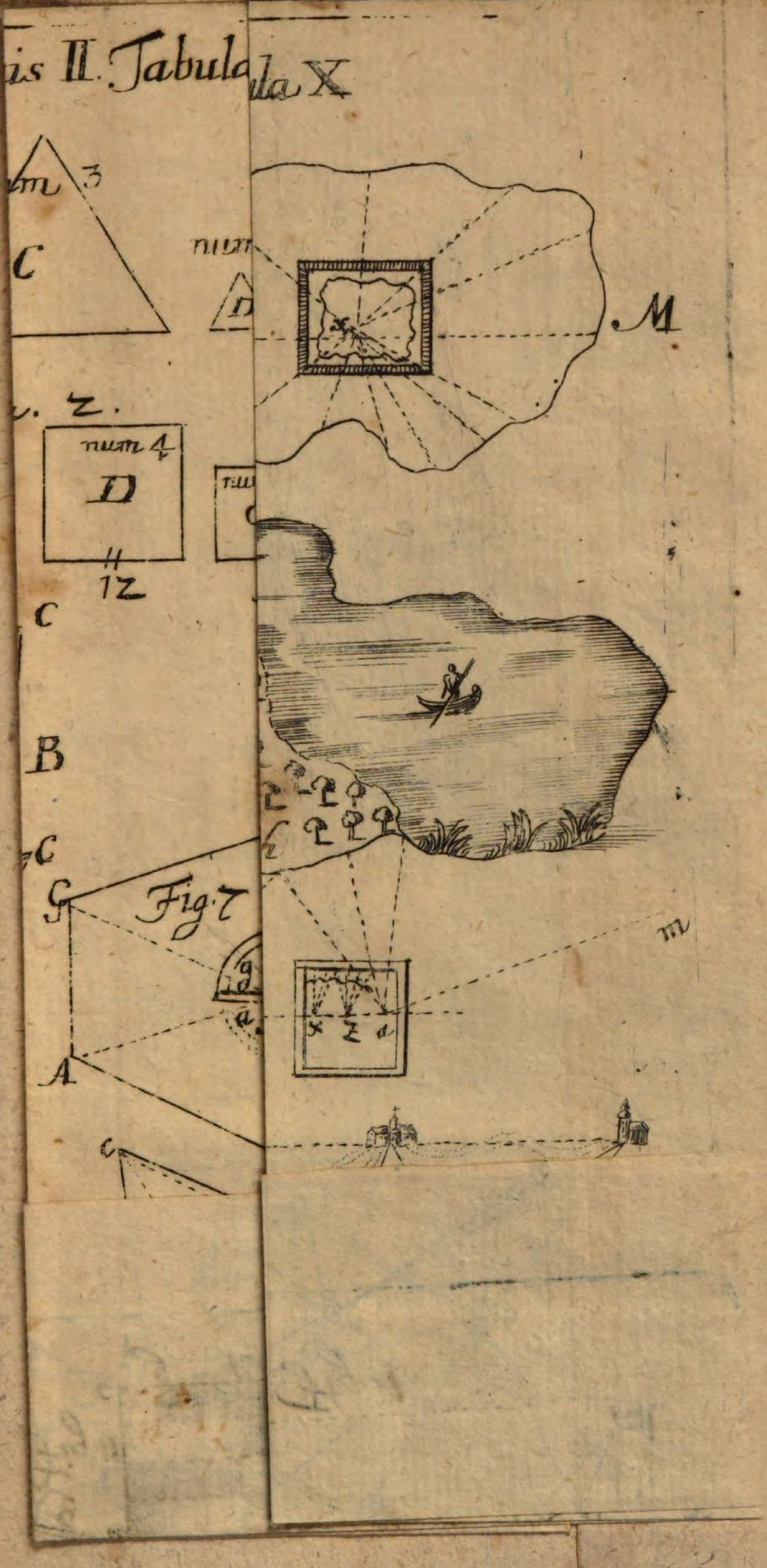


is. II. Tabb: IV

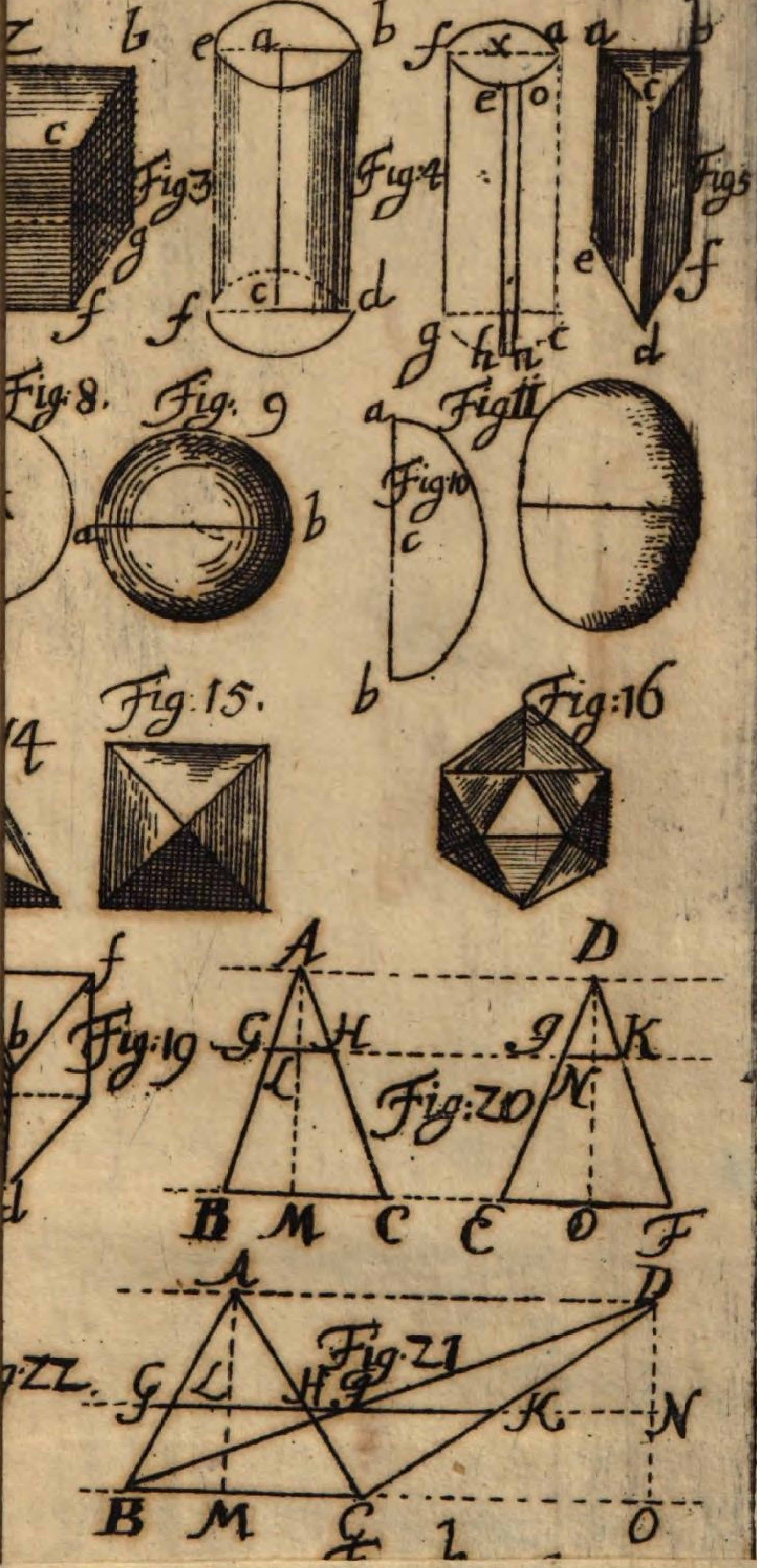



Tab: VI.
Fig: 2.
A
F
B
num: 2
C
num: 3
C
num: 3
B
num: 2
A
num: 1
E
num: 5
D
A
num: 4
Fig: 3
Fig: 10
C
num: 5
E
D
B
num: 2
8
num: 1
A
4
Fig: 7
num: 3


onis III. Tab: VIII
Fig: 3
Basis communis
communis
Altitudo 7(0
num: 3
Fig: 7
Fig: 7
B
num: 2
30


is II. Tabula
la X
m 3
C
num
D
M
v. Z.
num 4
D
12
C
B
C
G
Fig. 7
m
x Z a
c

…tionem III Geometriæ,
…ium Tabula. I.



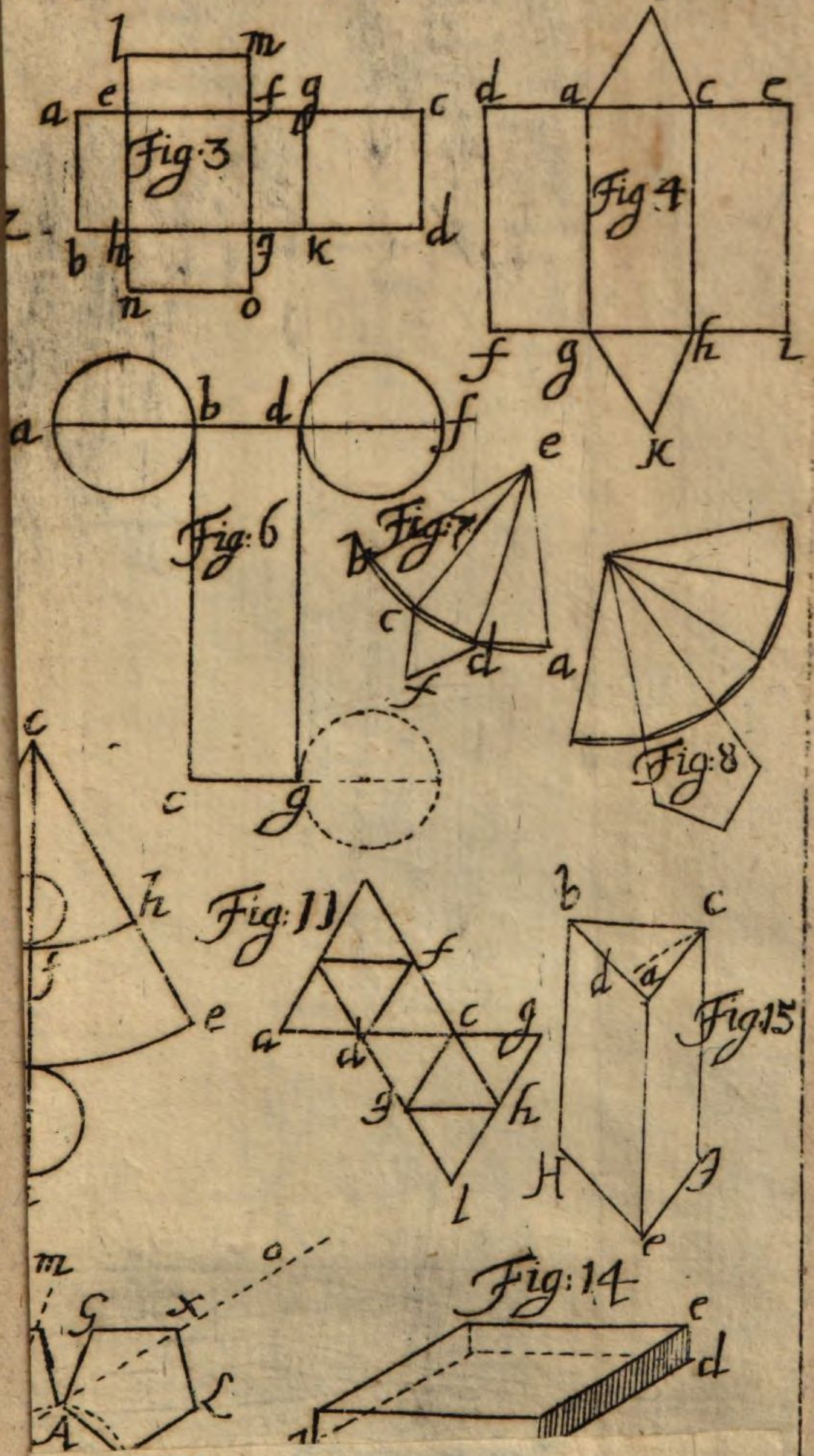
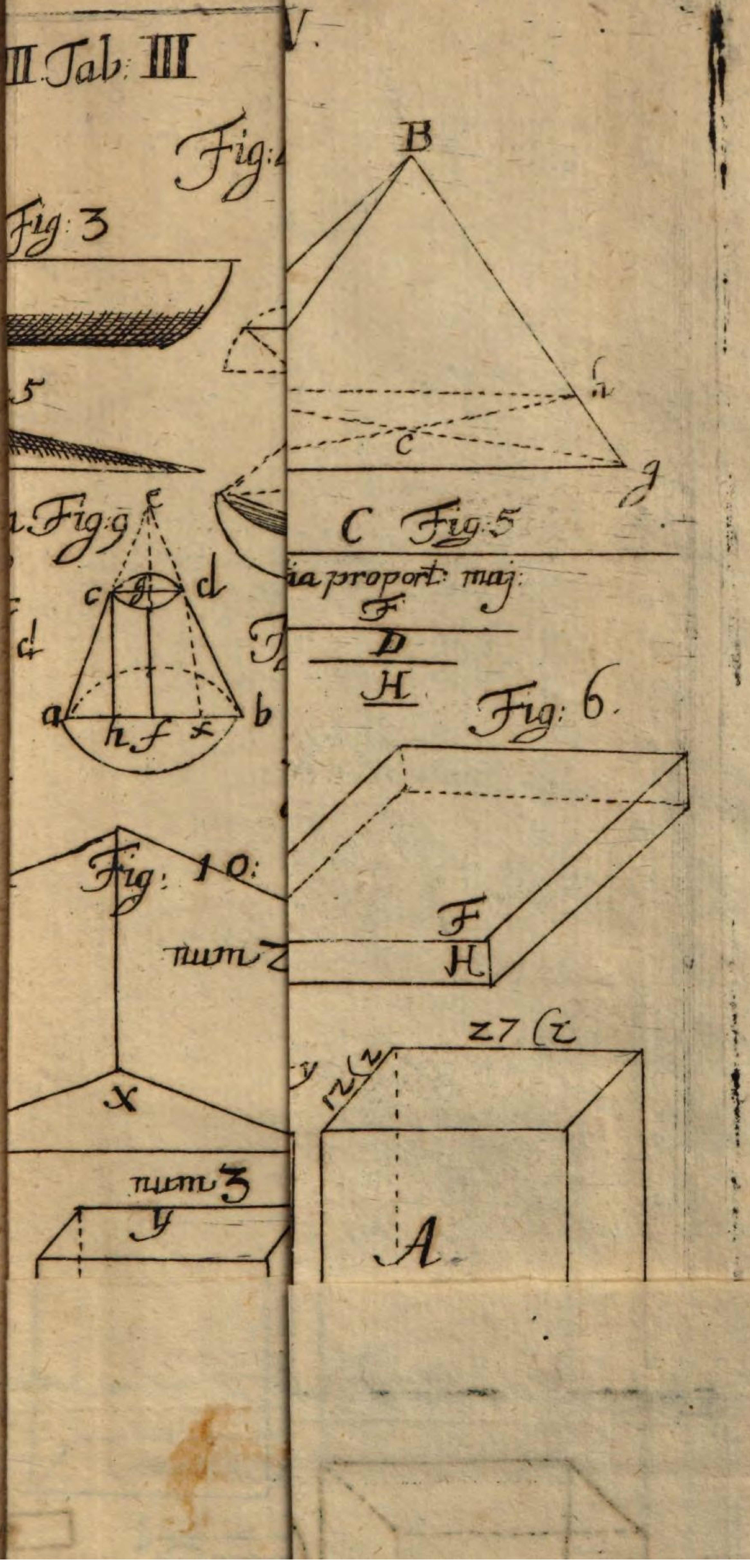
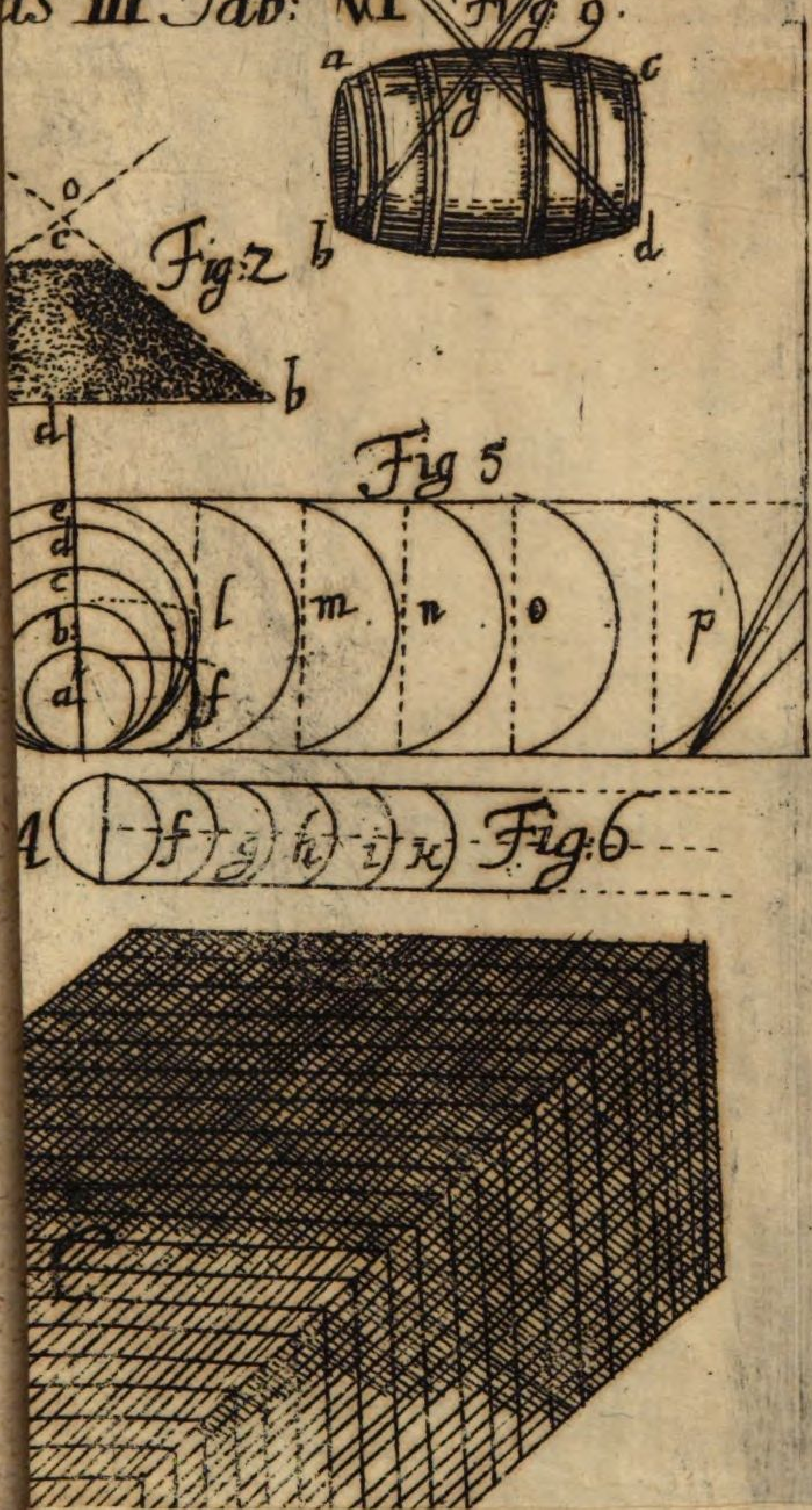


Fig:3
Fig:4
Fig:6
Fig:7
Fig:8
Fig:11
Fig15
Fig:14


III. Tab: III
V.
Fig: 4
Fig: 3
5
B
h
c
g
C Fig: 5
Fig: 9
e
c
d
a
b
h f x
ia proport: maj:
F
D
H
Fig: 6.
Fig: 10:
F
num Z
H
z7
x
num 3
y
A

…as III. Tab: VI



Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Merklein, Albrecht Daniel, 1694-1752

M. Albert. Daniel Merckleins Mathematischer Anfangs-Gründe ... Theil

Bd.: 2

Franckfurt [u.a.] 1733

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.1581
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11110392-2
VD18 80170501-001